

机密★启用前

黄石市 2012 年初中学业考试

数学试题卷

姓名：_____ 准考证号：_____

注意事项：

1. 本试卷分为试题卷和答题卡两部分，考试时间 120 分钟，满分 120 分.
2. 考生在答题前请阅读答题卡中的“注意事项”，然后按要求答题.
3. 所有答案均须做在答题卡中相应区域，做在其它区域无效.

一、仔细选一选 (本题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

下面每个小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项所对应的字母在答题卡中相应的格子涂黑，注意可用多种不同的方法来选取正确答案.

1. $-\frac{1}{3}$ 的倒数是

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

2. 某星球的体积约为 6635421km^3 ，用科学记数法（保留三个有效数字）表示为 $6.64 \times 10^n \text{km}^3$ ，则 $n =$

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

3. 已知反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ (b 为常数)，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，则一次函数 $y =$

$x + b$ 的图象不经过第几象限.

- A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

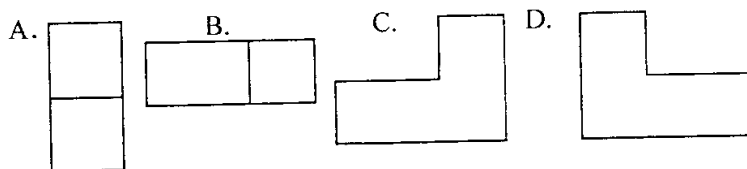
4. 2012 年 5 月某日我国部分城市的最高气温统计如下表所示：

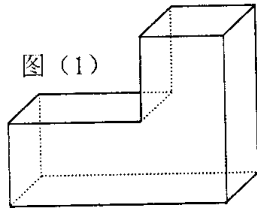
城市	武汉	成都	北京	上海	海南	南京	拉萨	深圳
气温 ($^{\circ}\text{C}$)	27	27	24	25	28	28	23	26

请问这组数据的平均数是

- A. 24 B. 25 C. 26 D. 27

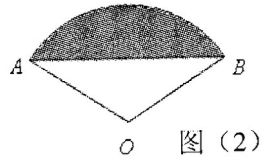
5. 如图 (1) 所示，该几何体的主视图应为





6.如图(2)所示,扇形AOB的圆心角为 120° ,半径为2,则图中阴影部分的面积为

- A. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$ B. $\frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ C. $\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

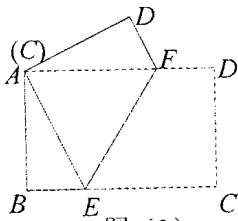


7.有一根长40mm的金属棒,欲将其截成x根7mm长的小段和y根9mm长的小段,剩余部分作废料处理,若使废料最少,则正整数x,y应分别为

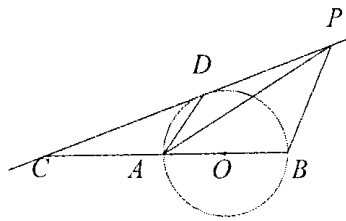
- A. x=1, y=3 B. x=3, y=2 C. x=4, y=1 D. x=2, y=3

8.如图(3)所示,矩形纸片ABCD中,AB=6cm,BC=8cm,现将其沿EF对折,使得点C与点A重合,则AF长为

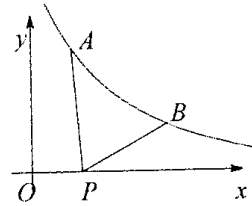
- A. $\frac{25}{8}$ cm B. $\frac{25}{4}$ cm C. $\frac{25}{2}$ cm D. 8cm



图(3)



图(4)



图(5)

9.如图(4)所示,直线CD与以线段AB为直径的圆相切与点D并交BA的延长线于点C,且AB=2,AD=1,P点在切线CD上移动.当 $\angle APB$ 的度数最大时,则 $\angle ABP$ 的度数为

- A. 15° B. 30° C. 60° D. 90°

10.如图(5)所示,已知 $A(\frac{1}{2}, y_1)$, $B(2, y_2)$ 为反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上的两点,动点P(x, 0)在x轴正半轴上运动,当线段AP与线段BP之差达到最大时,点P的坐标是

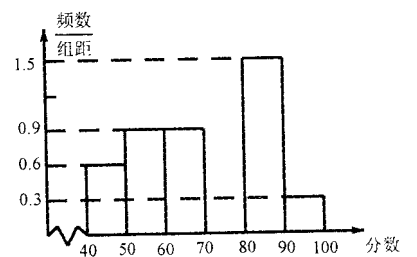
- A. $(\frac{1}{2}, 0)$ B. (1,0) C. $(\frac{3}{2}, 0)$ D. $(\frac{5}{2}, 0)$

二、认真填一填 (本题有6个小题,每小题3分,共18分)

11.分解因式: $x^2 + x - 2 =$ _____.

12.若关于x的不等式组 $\begin{cases} 2x > 3x \\ 3x \geq a \end{cases}$ 有实数解,则a的取值范围是 _____

13.某校从参加计算机测试的学生中抽取了60名学生的成绩(40~100分)进行分析,并将其分成了六段后绘制成如图(6)所示的频数分布直方图(其中70~80段因故看不清),若60分以上(含60分)为及格,试根据图中信息来估计这次测试的及格率约为 _____



图(6)

14. 将下列正确的命题的序号填在横线上_____.

① 若 n 为大于 2 的正整数, 则 n 边形的所有外角之和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$.

② 三角形三条中线的交点就是三角形的重心.

③ 证明两三角形全等的方法有: SSS, SAS, ASA, SSA 及 HL 等.

15. “数学王子”高斯从小就善于观察和思考. 在他读小学时就能在课堂上快速地计算出 $1+2+3+\dots+98+99+100=5050$, 今天我们可以将高斯的做法归纳如下:

$$\text{令 } S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 \quad \text{①}$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 \quad \text{②}$$

$$\text{①} + \text{②}: \text{有 } 2S = (1+100) \times 100 \quad \text{解得: } S = 5050$$

请类比以上做法, 回答下列问题:

若 n 为正整数, $3+5+7+\dots+(2n+1) = 168$, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图 (7) 所示, 已知 A 点从 (1,0) 点出发, 以每秒 1 个单位长的速度沿着 x 轴的正方向运动, 经过 t 秒后, 以 O、A 为顶点作菱形 OABC, 使 B、C 点都在第一象限内, 且 $\angle AOC = 60^\circ$, 又以 P (0,4) 为圆心, PC 为半径的圆恰好与 OA 所在的直线相切, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

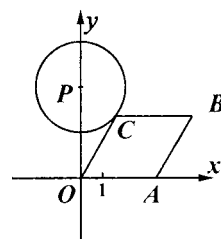


图 (7)

三、全面答一答 (本题有 9 个小题, 共 72 分)

解答应写出文字说明, 证明过程或推演步骤, 如果觉得有的题目有点困难, 那么把自己能写出的解答尽量写出来.

17. (本小题满分 7 分) 计算: $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^0 + 4\sin 60^\circ - |2-2\sqrt{3}|$.

18. (本小题满分 7 分) 先化简, 后计算: $\frac{81-a^2}{a^2+6a+9} \div \frac{9-a}{2a+6} \cdot \frac{1}{a+9}$, 其中 $a = \sqrt{3}-3$.

19. (本小题满分 7 分) 如图 (8) 所示, 已知在平行四边形 ABCD 中, $BE = DF$. 求证: $\angle DAE = \angle BCF$.

20. (本小题满分 8 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = \\ x^2 - \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases}$$

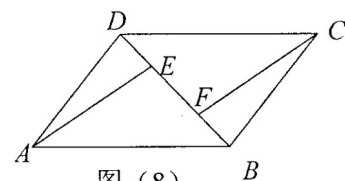


图 (8)

21. (本小题满分 8 分) 已知甲同学手中藏有三张分别标有数字 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 1 的卡片, 乙同学手中藏有三张分别标有 1, 3, 2 的卡片, 卡片外形相同. 现从甲乙两人手中各任取一张卡片, 并将它们的数字分别记为 a, b .

(1) 请你用树形图或列表法列出所有可能的结果.

(2) 现制定这样一个游戏规则: 若所选出的 a, b 能使得 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则称甲获胜; 否则称乙获胜. 请问这样的游戏规则公平吗? 请你用概率知识解释.

22. (本小题满分 8 分) 如图 (9) 所示 (左图为实景侧视图, 右图为安装示意图), 在屋顶的斜坡面上安装太阳能热水器: 先安装支架 AB 和 CD (均与水平面垂直), 再将集热板

安装在 AD 上.为使集热板吸热率更高,公司规定:AD 与水平线夹角为 θ_1 ,且在水平线上的射影 AF 为 1.4m.现已测量出屋顶斜面与水平面夹角为 θ_2 ,并已知 $\tan \theta_1 = 1.082$, $\tan \theta_2 = 0.412$.如果安装工人已确定支架 AB 高为 25cm,求支架 CD 的高(结果精确到 1cm) ?

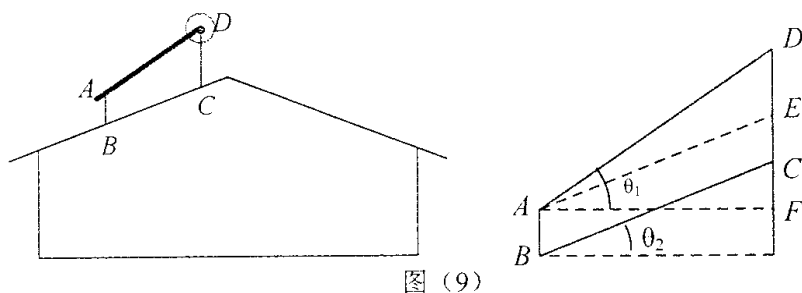


图 (9)

23. (本小题满分 8 分) 某楼盘一楼是车库(暂不出售),二楼至二十三楼均为商品房(对外销售).商品房售价方案如下:第八层售价为 3000 元/米²,从第八层起每上升一层,每平方米的售价增加 40 元;反之,楼层每下降一层,每平方米的售价减少 20 元.已知商品房每套面积均为 120 平方米.开发商为购买者制定了两种购房方案:
方案一:购买者先交纳首付款(商品房总价的 30%),再办理分期付款(即贷款).
方案二:购买者若一次付清所有房款,则享受 8% 的优惠,并免收五年物业管理费(已知每月物业管理费为 a 元)

(1) 请写出每平方米售价 y (元/米²) 与楼层 x ($2 \leq x \leq 23$, x 是正整数) 之间的函数解析式.

(2) 小张已筹到 120000 元,若用方案一购房,他可以购买哪些楼层的商品房呢?

(3) 有人建议老王使用方案二购买第十六层,但他认为此方案还不如不免收物业管理费而直接享受 9% 的优惠划算.你认为老王的说法一定正确吗?请用具体数据阐明你的看法.

24. (本小题满分 9 分) 如图 (10) 所示:等边 $\triangle ABC$ 中,线段 AD 为其内角角平分线,过 D 点的直线 $B_1C_1 \perp AC$ 于 C_1 交 AB 的延长线于 B_1 .

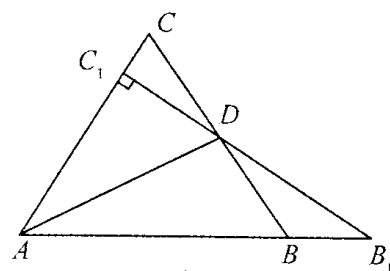


图 (10)

(1) 请你探究: $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$, $\frac{AC_1}{AB_1} = \frac{C_1D}{DB_1}$ 是否都成立?

(2) 请你继续探究:若 $\triangle ABC$ 为任意三角形,线段 AD 为其内角角平分线,请问 $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB}$ 一定成立吗?并证明你的判断.

(3) 如图 (11) 所示 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $AB = \frac{40}{3}$

, E 为 AB 上一点且 $AE = 5$, CE 交其内角角平分线 AD 于 F. 试求 $\frac{DF}{FA}$

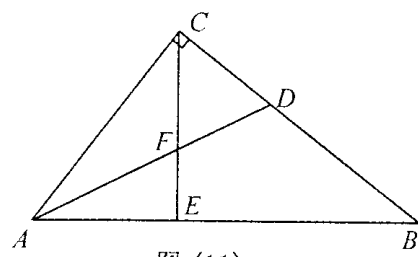


图 (11)

的值.

25. (本小题满分 10 分) 已知抛物线 C_1 的函数解析式为 $y = ax^2 + bx - 3a$ ($b < 0$), 若抛物线 C_1 经过点 $(0, -3)$, 方程 $ax^2 + bx - 3a = 0$ 的两根为 x_1, x_2 , 且 $|x_1 - x_2| = 4$.

(1) 求抛物线 C_1 的顶点坐标.

(2) 已知实数 $x > 0$, 请证明 $x + \frac{1}{x} \geq 2$, 并说明 x 为何值时才会有 $x + \frac{1}{x} = 2$.

(3) 若将抛物线先向上平移 4 个单位, 再向左平移 1 个单位后得到抛物线 C_2 , 设 $A(m, y_1)$, $B(n, y_2)$ 是 C_2 上的两个不同点, 且满足: $\angle AOB = 90^\circ$, $m > 0$, $n < 0$. 请你用含 m 的表达式表示出 $\triangle AOB$ 的面积 S , 并求出 S 的最小值及 S 取最小值时一次函数 OA 的函数解析式.

(参考公式: 在平面直角坐标系中, 若 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 则 P, Q 两点间的距离为 $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$)

黄石市 2012 年初中毕业生学业考试

数学试题答案及评分标准

一、 选择题: (本题有 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1~5: CCBCC, 6~10: ABBBD

二、 填空题: (本小题有 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. $(x-1)(x+2)$; 12. $a < 4$; 13. 75%;

14. ②; 15. 12; 16. $4\sqrt{3}-1$

三、 解答题: (本题有 9 个小题, 共 72 分)

17. (7分) 解: 原式 = $1 + 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - (2\sqrt{3} - 2)$ 4分

= 33分

18. (7分) 解: 原式 = $\frac{(9-a)(9+a)}{(a+3)^2} \cdot \frac{2(a+3)}{9-a} \cdot \frac{1}{a+9}$ 2分

= $\frac{2}{a+3}$ 3分

当 $a = \sqrt{3} - 3$ 时, 原式 = $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 2分

19. (7分) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形

$\therefore AD \parallel BC$, 且 $AD = BC$

$\therefore \angle ADE = \angle BCF$ 2分

又 $\because BE = DF, \therefore BF = DE$ 1分

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ 2分

$\therefore \angle DAE = \angle BCF$ 2分

20. (8分) 解: 依题意: $\begin{cases} y = \sqrt{2}(x-1) & (1) \\ y^2 = 4x^2 - 4 & (2) \end{cases}$

将①代入②中化简得: $x^2 + 2x - 3 = 0$ 3分

解得: $x = -3$ 或 $x = 1$ 2分

所以, 原方程的解为: $\begin{cases} x = -3 \\ y = -4\sqrt{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ 3分

21. (8分) 解: (1) (a, b) 的可能结果有 $(\frac{1}{2}, 1), (\frac{1}{2}, 2), (\frac{1}{2}, 3), (\frac{1}{4}, 1), (\frac{1}{4}, 2), (\frac{1}{4}, 3), (1, 1), (1, 2)$ 及 $(1, 3)$

$\therefore (a, b)$ 取值结果共有 9 种

.....4分

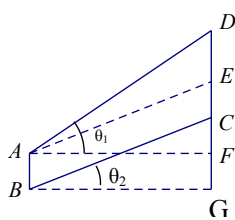
(2) $\because \Delta = b^2 - 4a$ 与对应 (1) 中的结果为:

$-1, 2, 7, 0, 3, 8, -3, 0, 5$ 2分

$\therefore P(\text{甲获胜}) = P(\Delta > 0) = \frac{5}{9} > P(\text{乙获胜}) = \frac{4}{9}$ 1分

\therefore 这样的游戏规则对甲有利, 不公平.1分

22. (8分) 解: 如图所示, 过 A 作 $AE \parallel BC$, 则 $\angle EAF = \angle CBG = \theta_2$,



且 $EC = AB = 25\text{cm}$ 2分

$\text{Rt}\triangle DAF$ 中: $\angle DAF = \theta_1, DF = AF \tan \theta_1$ 1分

$\text{Rt}\triangle EAF$ 中: $\angle EAF = \theta_2, EF = AF \tan \theta_2$ 1分

$\therefore DE = DF - EF = AF(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)$

又 $\because AF = 140\text{cm}, \tan \theta_1 = 1.082, \tan \theta_2 = 0.412$

$\therefore DE = 140 \times (1.082 - 0.412) = 93.8$ 2分

$\therefore DC = DE + EC = 93.8 + 25 = 118.8 \text{ cm} \approx 119\text{cm}$ 1分

答: 支架 DC 的高应为 119cm1分

23. (8分) 解:

(1) 1° 当 $2 \leq x \leq 8$ 时, 每平方米的售价应为:

$$3000 - (8 - x) \times 20 = 20x + 2840 \text{ (元/平方米)}$$

2° 当 $9 \leq x \leq 23$ 时, 每平方米的售价应为: $3000 + (x - 8) \cdot 40 = 40x + 2680$ (元/平

方米)

$$\therefore y = \begin{cases} 20x+2840, (2 \leq x \leq 8) \\ 40x+2680, (9 \leq x \leq 23) \end{cases}, x \text{ 为正整数} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 由 (1) 知:

1° 当 $2 \leq x \leq 8$ 时, 小张首付款为

$$(20x + 2840) \cdot 120 \cdot 30\% \\ = 36(20x + 2840) \leq 36(20 \cdot 8 + 2840) = 108000 \text{ 元} < 120000 \text{ 元}$$

$\therefore 2 \sim 8$ 层可任选 $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

2° 当 $9 \leq x \leq 23$ 时, 小张首付款为 $(40x + 2680) \cdot 120 \cdot 30\% = 36(40x + 2680)$ 元

$$36(40x + 2680) \leq 120000, \text{ 解得: } x \leq \frac{49}{3} = 16\frac{1}{3}$$

$\therefore x$ 为正整数, $\therefore 9 \leq x \leq 16$ $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

综上得: 小张用方案一可以购买二至十六层的任何一层。 $\dots\dots 1 \text{ 分}$

(3) 若按方案二购买第十六层, 则老王要实交房款为:

$$y_1 = (40 \cdot 16 + 2680) \cdot 120 \cdot 92\% - 60a \text{ (元)}$$

$$\text{若按老王的想法则要交房款为: } y_2 = (40 \cdot 16 + 2680) \cdot 120 \cdot 91\% \text{ (元)}$$

$$\therefore y_1 - y_2 = 3984 - 60a \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

当 $y_1 > y_2$ 即 $y_1 - y_2 > 0$ 时, 解得 $0 < a < 66.4$, 此时老王想法正确;

当 $y_1 \leq y_2$ 即 $y_1 - y_2 \leq 0$ 时, 解得 $a \geq 66.4$, 此时老王想法不正确。 $\dots\dots 2 \text{ 分}$

24. (9分) 解:

$$(1) \text{ 易验证 } \frac{AC}{AB} = 1 = \frac{CD}{DB}, \frac{AC_1}{AB_1} = \frac{1}{2} = \frac{C_1D}{DB_1}$$

这两个等式都成立; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 可以判断结论仍然成立, 证明如下: $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

如右图所示 $\triangle ABC$ 为任意三角形, 过 B 点作 $BE \parallel AC$ 交 AD 的延长线于 E 点

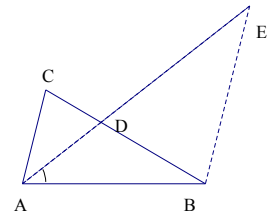
$$\therefore \angle E = \angle CAD = \angle BAD$$

$$\therefore BE = AB$$

又 $\therefore \triangle EBD \sim \triangle ACD$ $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\therefore \frac{AC}{BE} = \frac{CD}{DB}, \text{ 又 } \therefore BE = AB$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{DB} \text{ 即对任意三角形结论仍然成立. } \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



(3) 如图 (11) 所示, 连结 ED

$\therefore AD$ 为 $\triangle ABC$ 的内角角平分线

$$\therefore \frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{40} = \frac{3}{5} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

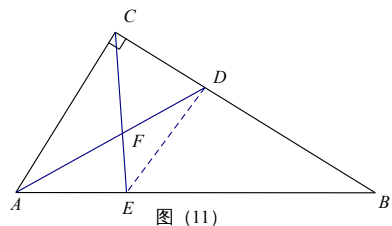


图 (11)

而 $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{\frac{40}{3} - 5} = \frac{3}{5}$ 1分

$\therefore \frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$, $\therefore DE \parallel AC$

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle ACF$ 1分

$\therefore \frac{DF}{FA} = \frac{EF}{FC} = \frac{AE}{AC} = \frac{5}{8}$ 1分

25. (10分) 解: (1) \because 抛物线过 $(0, -3)$ 点, $\therefore -3a = -3$

$\therefore a = 1$ 1分

$\therefore y = x^2 + bx - 3$

$\because x^2 + bx - 3 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 且 $|x_1 - x_2| = 4$

$\therefore |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = 4$ 且 $b < 0$

$\therefore b = -2$ 1分

$\therefore y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$

\therefore 抛物线 C_1 的顶点坐标为 $(1, -4)$ 1分

(2) $\because x > 0$, $\therefore x + \frac{1}{x} - 2 = (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}) \geq 0$

$\therefore x + \frac{1}{x} \geq 2$, 显然当 $x = 1$ 时, 才有 $x + \frac{1}{x} = 2$, 2分

(3) 由平移知识易得 C_2 的解析式为: $y = x^2$ 1分

$\therefore A(m, m^2), B(n, n^2)$

$\because \triangle AOB$ 为 $Rt\triangle$

$\therefore OA^2 + OB^2 = AB^2$

$\therefore m^2 + m^4 + n^2 + n^4 = (m - n)^2 + (m^2 - n^2)^2$

化简得: $mn = -1$ 1分

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \sqrt{m^2 + m^4} \cdot \sqrt{n^2 + n^4}$

$\because mn = -1$

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + m^2 + n^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + m^2 + \frac{1}{m^2}}$

$= \frac{1}{2} \sqrt{(m + \frac{1}{m})^2} = \frac{1}{2} \left(m + \frac{1}{m} \right) \geq \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

$\therefore S_{\triangle AOB}$ 的最小值为 1, 此时 $m = 1, A(1, 1)$ 2分

\therefore 直线 OA 的一次函数解析式为 $y = x$ 1分

