

2015 中考分类一元二次方程解析

一. 选择题

1. (2015•广东) 若关于 x 的方程 $x^2 + x - a + \frac{9}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是

- A. $a \geq 2$ B. $a \leq 2$ C. $a > 2$ D. $a < 2$

【答案】 C.

【解析】 $\Delta = 1 - 4(-a + \frac{9}{4}) > 0$, 即 $1 + 4a - 9 > 0$, 所以, $a > 2$

2. (2015•甘肃兰州) 一元二次方程 $x^2 - 8x - 1 = 0$ 配方后可变形为

- A. $(x + 4)^2 = 17$ B. $(x + 4)^2 = 15$
C. $(x - 4)^2 = 17$ D. $(x - 4)^2 = 15$

3. (2015•甘肃兰州) 股票每天的涨、跌幅均不超过 10%, 即当涨了原价的 10% 后, 便不能再涨, 叫做涨停; 当跌了原价的 10% 后, 便不能再跌, 叫做跌停。已知一支股票某天跌停, 之后两天时间又涨回到原价, 若这两天此股票股价的平均增长率为 x , 则 x 满足的方程是

- A. $(1 + x)^2 = \frac{11}{10}$ B. $(1 + x)^2 = \frac{10}{9}$
C. $1 + 2x = \frac{11}{10}$ D. $1 + 2x = \frac{10}{9}$

4. (2015•湖北滨州) 一元二次方程 $4x^2 + 1 = 4x$ 的根的情况是()

- A. 没有实数根 B. 只有一个实数根
C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

5. (2015•湖北滨州) 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 6x - 10 = 0$ 时, 下列变形正确的为

- A. $(x + 3)^2 = 1$ B. $(x - 3)^2 = 1$
C. $(x + 3)^2 = 19$ D. $(x - 3)^2 = 19$

6. (2015•湖南衡阳) 若关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ 有一个根为 -1, 则另一个根为 (B) .

- A. -2 B. 2 C. 4 D. -3

7. (2015•湖南衡阳) 绿苑小区在规划设计时, 准备在两幢楼房之间, 设置一块面积为 900 平方米的矩形绿地, 并且长比宽多 10 米. 设绿地的宽为 x 米, 根据题意, 可列方程为 (B) .

- A. $x(x-10)=900$ B. $x(x+10)=900$ C. $10(x+10)=900$ D. $2[x+(x+10)]=900$

8. (2015•益阳) 沅江市近年来大力发展芦笋产业, 某芦笋生产企业在两年内的销售额从 20 万元增加到 80 万元. 设这两年的销售额的年平均增长率为 x , 根据题意可列方程为 (D)

- A. $20(1+2x)=80$ B. $2 \times 20(1+x)=80$ C. $20(1+x^2)=80$ D. $20(1+x)^2=80$

考 由实际问题抽象出一元二次方程.

点:

专 增长率问题.

题:

分 根据第一年的销售额 $\times (1 + \text{平均年增长率})^2 = \text{第三年的销售额}$, 列出方程即可.

解 解: 设增长率为 x , 根据题意得 $20(1+x)^2=80$,

答: 故选 D.

点 本题考查一元二次方程的应用——求平均变化率的方法. 若设变化前的量为 a , 变化后的量为 b , 平均变化率为 x , 则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$. (当增长时中间的“ \pm ”号选“ $+$ ”, 当下降时中间的“ \pm ”号选“ $-$ ”).

9. (2015•湖南株洲) 有两个一元二次方程: M: $ax^2 + bx + c = 0$ N: $cx^2 + bx + a = 0$, 其中 $a + c = 0$, 以下列四个结论中, 错误的是

- A、如果方程 M 有两个不相等的实数根, 那么方程 N 也有两个不相等的实数根;
 B、如果方程 M 有两根符号相同, 那么方程 N 的两根符号也相同;
 C、如果 5 是方程 M 的一个根, 那么 $\frac{1}{5}$ 是方程 N 的一个根;
 D、如果方程 M 和方程 N 有一个相同的根, 那么这个根必是 $x=1$

【试题分析】

本题是关于二元一次方程的判别式, 及根与系数的关系:

A、 \because M 有两个不相等的实数根

$\therefore \Delta > 0$

即

$b^2 - 4ac > 0$

而此时 N 的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，故它也有两个不相等的实数根；

B、M 的两根符号相同：即 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0$ ，而 N 的两根之积 $= \frac{a}{c} > 0$ 也大于 0，故 N 的两个根也是同号的。

C、如果 5 是 M 的一个根，则有： $25a + 5b + c = 0$ ①，我们只需要考虑将 $\frac{1}{5}$ 代入 N 方程看是否成立，代入得： $\frac{1}{25}c + \frac{1}{5}b + a = 0$ ②，比较①与②，可知②式是由①式两边同时除以 25 得到，故②式成立。

D、比较方程 M 与 N 可得：

$$\begin{array}{r} (a-c)x^2 = (a-c) \\ \quad \quad \quad x^2 = 1 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x = \pm 1 \end{array}$$

故可知，它们如果有根相同的根可是 1 或 -1

答案为：D

10. (2015·成都) 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等实数根，则 k 的取值范围是

- (A) $k > -1$ (B) $k \geq -1$ (C) $k \neq 0$ (D) $k > -1$ 且 $k \neq 0$

【答案】：D

【解析】：这是一道一元二次方程的题，首先要是一元二次，则 $k \neq 0$ ，然后有两个不相等的实数根，则 $\Delta > 0$ ，则有 $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1)k > 0 \Rightarrow k > -1$ ，所以

$k > -1$ 且 $k \neq 0$ ，因此选择 D。

11. (2015·四川凉山州) 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2 + 2x + 1 = 0$ 有实数根，

则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq 3$ B. $m < 3$ C. $m < 3$ 且 $m \neq 2$ D. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

12. (2015·云南) 一元二次方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 根的情况是 ()

- A. 没有实数根 B. 只有一个实数根
C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

13. (2015·重庆 A 卷) 一元二次方程 $x^2 - 2x = 0$ 的根是 ()

- A. $x_1 = 0, x_2 = -2$ B. $x_1 = 1, x_2 = 2$
C. $x_1 = 1, x_2 = -2$ D. $x_1 = 0, x_2 = 2$

14. (2015·重庆 B 卷) 已知一元二次方程 $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ，则该方程根的情况是

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根

C. 两个根都是自然数

D. 无实数根

二. 填空题

1. (2015•南京) 已知方程 $x^2 + mx + 3 = 0$ 的一个根是 1, 则它的另一个根是 _____, m 的值是 _____.

2. (2015•江西) 已知一元二次方程 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 的两根为 m, n , 则 $m^2 - mn + n^2 =$ _____.

3. (2015•呼和浩特) 若实数 a, b 满足 $(4a+4b)(4a+4b-2) - 8 = 0$, 则 $a+b =$ _____.

4. (2015•黔西南州) 已知 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 则 $x^2 + x + 1 =$ _____.

5. (2015•山东莱芜) 某公司在 2009 年的盈利额为 200 万元, 预计 2011 年的盈利额将达到 242 万元, 若每年比上一年盈利额增长的百分率相同, 那么该公司在 2010 年的盈利额为 _____ 万元. 220

6. (2015•上海) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - m = 0$ 没有实数根, 那么 m 的取值范围是 _____.

7. (2015•四川泸州) 设 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 的两实数根, 则 $x_1^2 + x_2^2$ 的值为 _____.

考点: 根与系数的关系.

分析: 首先根据根与系数的关系求出 $x_1 + x_2 = 5$, $x_1 x_2 = -1$, 然后把 $x_1^2 + x_2^2$ 转化为 $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$, 最后整体代值计算.

解答: 解: $\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 的两实数根,

$\therefore x_1 + x_2 = 5, x_1 x_2 = -1,$

$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 25 + 2 = 27,$

故答案为 27.

点评: 本题主要考查了根与系数的关系的知识, 解答本题的关键是掌握一元二次方程两根之和与两根之积与系数的关系, 此题难度不大.

8. (2015•四川宜宾) 关于 x 的一元一次方程 $x^2 - x + m = 0$ 没有实数根, 则 m 的取值范围是 _____. $m > \frac{1}{4}$

9. (2015•四川宜宾) 某楼盘 2013 年房价为每平方米 8100 元, 经过两年连续降价后, 2015 年房价为 7600 元. 设该楼盘这两年房价平均降低率为 x , 根据题意可列方程为 _____. $8100(1-x)^2 = 7600$

10. (2015•浙江丽水) 解一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 时, 可转化为两个一元一次方程, 请写出其中的一个一元一次方程 _____.

【答案】 $x + 3 = 0$ (答案不唯一).

【解析】∵由 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 得 $(x+3)(x-1) = 0$ ，

∴ $x+3=0$ 或 $x-1=0$.

三. 解答题

1. (2015•山东菏泽) 已知 m 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的一个根, 求 $m(m+1)^2 - m^2(m+3) + 4$ 的值.

2. (2015•山东青岛) 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + 3x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 求 m 的取值范围

由题知 $\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-m) > 9$, 解得 $m > -\frac{9}{8}$, 答: m 的取值范围是

$$m > -\frac{9}{8}$$

3. (2015•深圳) 解方程: $\frac{x}{2x-3} + \frac{5}{3x-2} = 4$.

【解析】去分母, 得: $x(3x-2) + 5(2x-3) = 4(2x-3)(3x-2)$,

化简, 得: $7x^2 - 20x + 13 = 0$, 解得: $x_1 = 1, x_2 = \frac{13}{7}$

4. (2015•四川自贡) 利用一面墙(墙的长度不限), 另三边用 $58m$ 长的篱笆围成一个面积为 $200m^2$ 的矩形场地.

求矩形的长和宽.



考点: 列方程解应用题、矩形的面积、解一元二次方程.

分析: 本题要注意 $58m$ 长的篱笆是三边靠墙围成一个面积为 $200m^2$ 的矩形场地. 要求矩形的长和宽可以根据矩形的面积建立方程来获得解决.

略解:

如图, 设垂直于墙的一边为 x 米, 得: $x(58 - 2x) = 200$

解得: $x_1 = 25, x_2 = 4$

∴ 另一边长为 8 米或 50 米.

答: 当矩形的长为 25 米宽时 8 米, 当矩形边长为 50 米时宽为 4 米.



