

鄂州市 2015 年初中毕业生学业考试

数学试题

学校：_____ 考生姓名：_____ 准考证号：

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

注意事项：

1. 本试题卷共 6 页，满分 120 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
3. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答在试题卷上无效。
4. 非选择题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。答在试题卷上无效。
5. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交。
6. 考生不准使用计算器。

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. $-\frac{1}{3}$ 的倒数是 ()
 A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. -3 D. $-\frac{1}{3}$
2. 某小区居民王先生改进用水设施，在 5 年内帮助他居住小区的居民累计节水 39400 吨，将 39400 用科学计数法表示(结果保留 2 个有效数字)应为 ()
 A. 3.9×10^4 B. 3.94×10^4 C. 39.4×10^3 D. 4.0×10^4
3. 下列运算正确的是 ()
 A. $a^4 \cdot a^2 = a^8$ B. $(a^2)^4 = a^6$ C. $(ab)^2 = ab^2$ D. $2a^3 \div a = 2a^2$
4. 为了解某社区居民的用电情况，随机对该社区 10 户居民进行调查，下表是这 10 户居民 2015 年 4 月份用电量的调查结果：

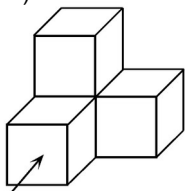
居民 (户)	1	2	3	4
月用电量 (度/户)	30	42	50	51

那么关于这 10 户居民月用电量 (单位：度)，下列说法

用电

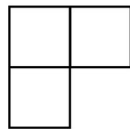
法错误的是 ()

- A. 中位数是 50 B. 众数是 51 C. 方差是 42 D. 极差是 21
5. 如图所示的几何体是由一些正方体组合而成的立体图形，则这个几何体的俯视图是 ()

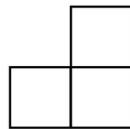


正面

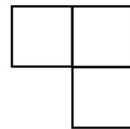
第 5 题图



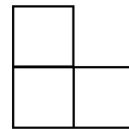
A



B



C



D

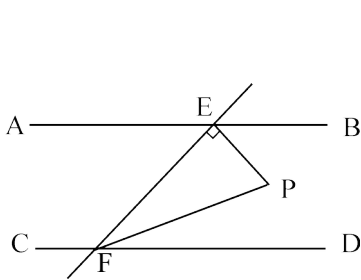
6. 如图, $AB \parallel CD$, EF 与 AB 、 CD 分别相交于点 E 、 F , $EP \perp EF$, 与 $\angle EFD$ 的平分线 FP 相交于点 P , 且 $\angle BEP = 50^\circ$, 则 $\angle EPF =$ () 度.

- A. 70 B. 65 C. 60 D. 55

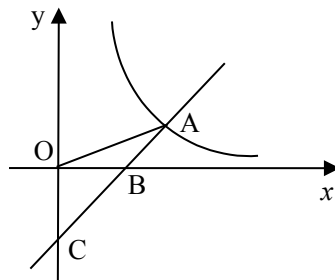
7. 如图, 直线 $y = x - 2$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于点 B , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在

第一象限交于点 A , 连接 OA , 若 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle BOC} = 1:2$, 则 k 的值为 ()

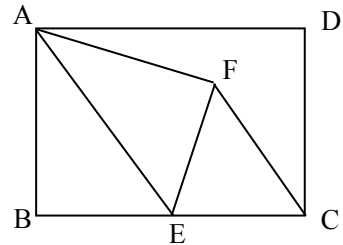
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 12$, 点 E 是 BC 的中点, 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 落在点 F 处, 连接 FC , 则 $\sin \angle ECF =$. ()

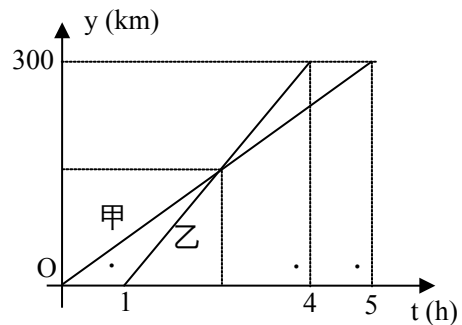
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

9. 甲、乙两车从 A 城出发匀速行驶至 B 城. 在整个行驶过程中, 甲、乙两车离开 A 城的距离 y (千米) 与甲车行驶的时间 t (小时) 之间的函数关系如图所示. 则下列结论:

- ① A , B 两城相距 300 千米;
- ② 乙车比甲车晚出发 1 小时, 却早到 1 小时;
- ③ 乙车出发后 2.5 小时追上甲车;
- ④ 当甲、乙两车相距 50 千米时, $t = \frac{5}{4}$ 或 $\frac{15}{4}$.

其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个



第 9 题图

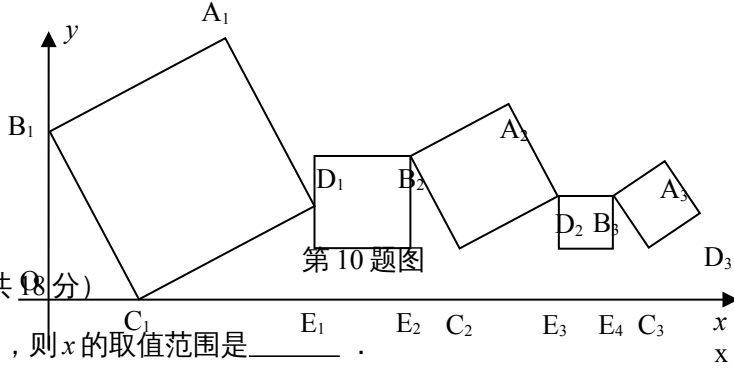
10. 在平面直角坐标系中, 正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 、 $D_1E_1E_2B_2$ 、 $A_2B_2C_2D_2$ 、 $D_2E_3E_4B_3$ 、 $A_3B_3C_3D_3$

..... 按如图所示的方式放置，其中点 B_1 在 y 轴上，点 $C_1, E_1, E_2, C_2, E_3, E_4, C_3, \dots$

在 x 轴上，已知正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1， $\angle B_1C_1O = 60^\circ$ ， $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3, \dots$

则正方形 $A_{2015}B_{2015}C_{2015}D_{2015}$ 的边长是 ()

- A. $(\frac{1}{2})^{2014}$
- B. $(\frac{1}{2})^{2015}$
- C. $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2015}$
- D. $(\frac{\sqrt{3}}{3})^{2014}$



二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. 若使二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 _____ .

12. 分解因式: $a^3b - 4ab =$ _____ .

13. 下列命题中正确的个数有 _____ 个.

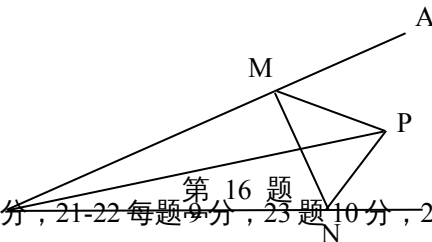
- ①如果单项式 $3a^4b^y c$ 与 $2a^x b^3 c^z$ 是同类项, 那么 $x=4, y=3, z=1$;
- ②在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 中, y 随 x 的增大而减小;
- ③要了解一批炮弹的杀伤半径, 适合用普查方式;

④从 $-3, -2, 2, 3$ 四个数中任意取两个数分别作为 k, b 的值, 则直线 $y = kx + b$ 经过第一、二、三象限的概率是 $\frac{1}{6}$.

14. 圆锥体的底面周长为 6π , 侧面积为 12π , 则该圆锥体的高为 _____ .

15. 已知点 P 是半径为 1 的 $\odot O$ 外一点, PA 切 $\odot O$ 于点 A , 且 $PA=1$, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB = \sqrt{2}$, 连接 PB , 则 $PB =$ _____ .

16. 如图, $\angle AOB = 30^\circ$, 点 M, N 分别是射线 OA, OB 上的动点, OP 平分 $\angle AOB$, 且 $OP = 6$, 当 $\triangle PMN$ 的周长取最小值时, 四边形 $PMON$ 的面积为 _____ .

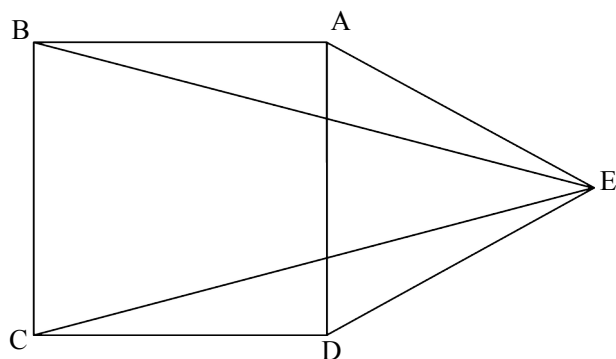


三、解答题 (17-20 每题 8 分, 21-22 每题 9 分, 23 题 10 分, 24 题 12 分, 共 72 分)

17. (本题满分 8 分) 先化简, 再求值: $(\frac{2}{a+1} + \frac{a+2}{a^2-1}) \div \frac{a}{a-1}$ 其中 $a = \sqrt{2} - 1$.

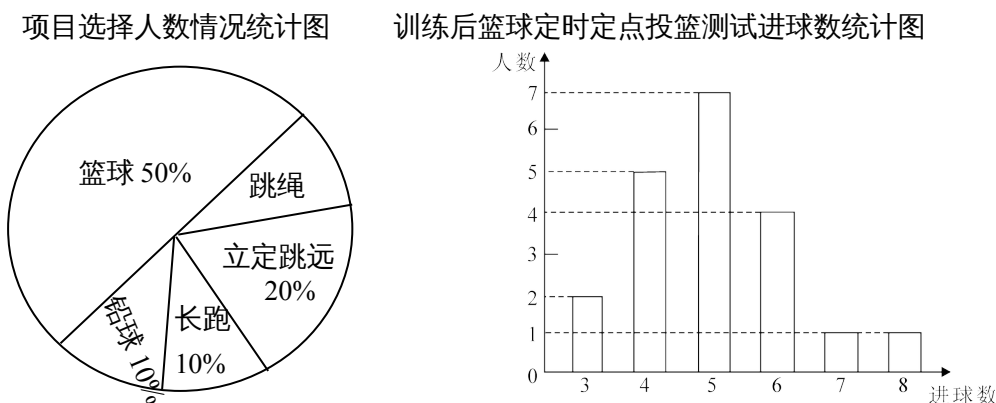
18. (本题满分 8 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 的外侧, 作等边三角形 ADE , 连接 BE, CE .

- (1) (4 分) 求证: $BE = CE$.
- (2) (4 分) 求 $\angle BEC$ 的度数 .



第 18 题图

19. (本题满分 8 分) 八年级 (1) 班学生在完成课题学习“体质健康测试中的数据分析”后, 利用课外活动时间积极参加体育锻炼, 每位同学从篮球、跳绳、立定跳远、长跑、铅球中选一项进行训练, 训练后都进行了测试. 现将项目选择情况及训练后篮球定时定点投篮测试成绩整理后作出如下统计图.



请你根据上面提供的信息回答下列问题:

(1) (3 分) 扇形图中跳绳部分的扇形圆心角为 27 度, 该班共有学生 40 人, 训练后篮球定时定点投篮平均每个人的进球数是 5 .

(2) (5 分) 老师决定从选择铅球训练的 3 名男生和 1 名女生中任选两名学生先进行测试, 请用列表或画树形图的方法求恰好选中两名男生的概率.

20. (本题满分 8 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 + 1 = 0$ 有两个不等实根 x_1, x_2 .

(1) (4 分) 求实数 k 的取值范围.

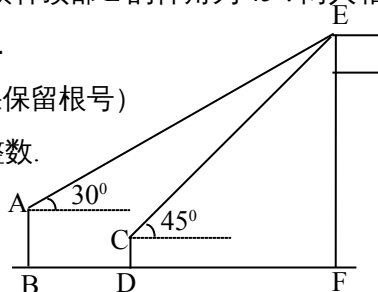
(2) (4 分) 若方程两实根 x_1, x_2 满足 $|x_1| + |x_2| = x_1 \cdot x_2$, 求 k 的值.

21. (本题满分 9 分) 如图, 某数学兴趣小组在活动课上测量学校旗杆的高度. 已知小亮站着测量, 眼睛与地面的距离 (AB) 是 1.7 米, 看旗杆顶部 E 的仰角为 30° ; 小敏蹲着测量, 眼睛与地面的距离 (CD) 是 0.7 米, 看旗杆顶部 E 的仰角为 45° . 两人相距 5 米且位于旗杆同侧 (点 B、D、F 在同一直线上).

(1) (6 分) 求小敏到旗杆的距离 DF. (结果保留根号)

(2) (3 分) 求旗杆 EF 的高度. (结果保留整数.)

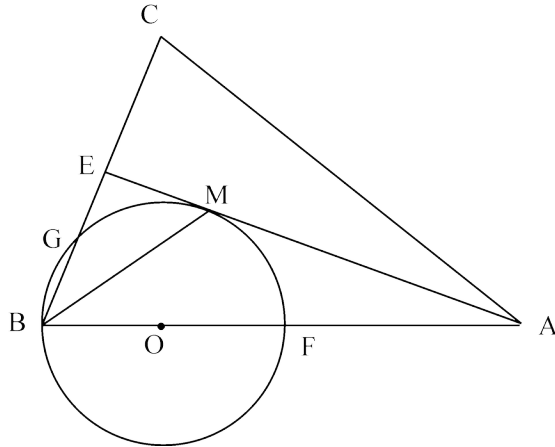
参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4, \sqrt{3} \approx 1.7$



第 21 题图

22. (本题满分 9 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AE 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle ABC$ 的平分线 BM 交 AE 于点 M, 点 O 在 AB 上, 以点 O 为圆心, OB 的长为半径的圆经过点 M, 交 BC 于点 G, 交 AB 于点 F.

- (1) (3分) 求证: AE 为⊙O的切线.
- (2) (3分) 当 BC=8, AC=12 时, 求⊙O的半径.
- (3) (3分) 在 (2) 的条件下, 求线段 BG 的长.



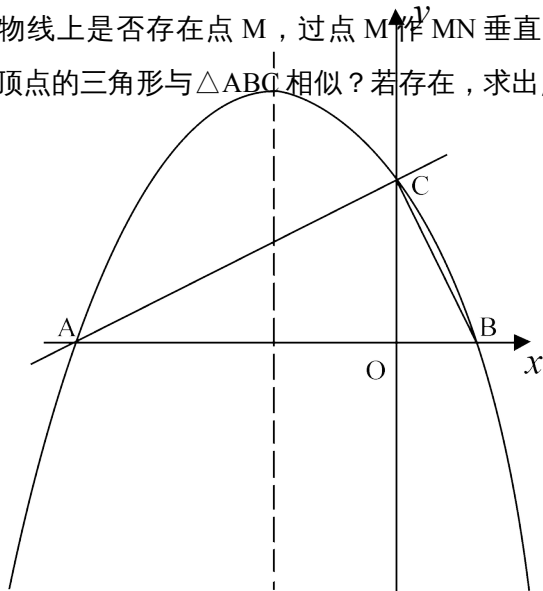
第 22 题图

23. (本题满分 10 分) 鄂州市化工材料经销公司购进一种化工原料若干千克, 价格为每千克 30 元. 物价部门规定其销售单价不高于每千克 60 元, 不低于每千克 30 元. 经市场调查发现: 日销售量 y (千克) 是销售单价 x (元) 的一次函数, 且当 $x=60$ 时, $y=80$; $x=50$ 时, $y=100$. 在销售过程中, 每天还要支付其他费用 450 元.

- (1) (3分) 求出 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.
- (2) (3分) 求该公司销售该原料日获利 w (元) 与销售单价 x (元) 之间的函数关系式.
- (3) (4分) 当销售单价为多少元时, 该公司日获利最大? 最大获利是多少元?

24. (本题满分 12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 C. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴是 $x = -\frac{3}{2}$ 且经过 A、C 两点, 与 x 轴的另一交点为点 B.

- (1) (4分) ①直接写出点 B 的坐标; ②求抛物线解析式.
- (2) (4分) 若点 P 为直线 AC 上方的抛物线上的一点, 连接 PA, PC. 求 $\triangle PAC$ 的面积的最大值, 并求出此时点 P 的坐标.
- (3) (4分) 抛物线上是否存在点 M, 过点 M 作 MN 垂直 x 轴于点 N, 使得以点 A、M、N 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



3
第 24 题图

鄂州市 2015 年初中毕业生学业考试

数学试题参考答案及评分标准

考生若写出其他正确答案，可参照本标准给分

一、选择题 (30 分)

1—5 CADCA 6—10 ABDBD

二、填空题 (18 分)

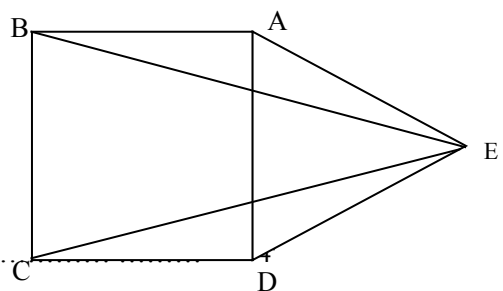
11、 $x \geq 2$ 12、 $ab(a+2)(a-2)$ 13、2
 14、 $\sqrt{7}$ 15、1 或 $\sqrt{5}$ 16、 $36\sqrt{3} - 54$

三、解答题 (17—20 每题 8 分，21—22 每题 9 分，23 题 10 分，24 题 12 分，共 72 分)

17、原式 = $\left(\frac{2}{a+1} + \frac{a+2}{(a+1)(a-1)}\right) \times \frac{a-1}{a}$
 $= \frac{2(a-1) + (a+2)}{(a+1)(a-1)} \times \frac{a-1}{a}$
 $= \frac{3}{a+1}$ 5'

当 $a = \sqrt{2} - 1$ 时，
 原式 = $\frac{3}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ 8'

18、(1) 证明： \because 四边形 ABCD 为正方形
 $\therefore AB=AD=CD, \angle BAD=\angle ADC=90^\circ$
 \therefore 三角形 ADE 为正三角形
 $\therefore AE=AD=DE, \angle EAD=\angle EDA=60^\circ$
 $\therefore \angle BAE=\angle CDE=150^\circ$
 $\therefore \triangle BAE \cong \triangle CDE$
 $\therefore BE=CE$



(2) $\because AB=AD, AD=AE,$
 $\therefore AB=AE \therefore \angle ABE=\angle AEB$

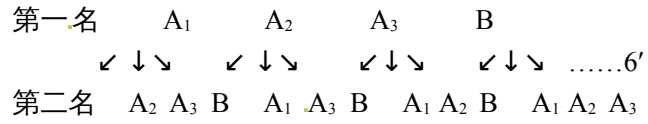
又 $\because \angle BAE=150^\circ \therefore \angle ABE=\angle AEB=15^\circ$

同理： $\angle CED=15^\circ$

$\therefore \angle BEC=60^\circ - 15^\circ \times 2=30^\circ$ 8'

19、 (1) 36 , 40 , 5 3'

(2) 三名男生分别用 A_1, A_2, A_3 表示，一名女生用 B 表示.根据题意，可画树形图如下：



由上图可知，共有 12 种等可能的结果，选中两名学生恰好是两名男生（记为事件 M）

的结果有 6 种， $\therefore P(M) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 8'

20、(1) \therefore 原方程有两个不相等的实数根

$\therefore \Delta = (2k+1)^2 - 4(k^2+1) = 4k^2+4k+1 - 4k^2 - 4 = 4k - 3 > 0$

解得： $k > \frac{3}{4}$ 4'

(2) $\therefore k > \frac{3}{4} \therefore x_1 + x_2 = -(2k+1) < 0$ 又 $\therefore x_1 \cdot x_2 = k^2 + 1 > 0$

$\therefore x_1 < 0, x_2 < 0 \therefore |x_1| + |x_2| = -x_1 - x_2 = -(x_1 + x_2) = 2k + 1$

$\therefore |x_1| + |x_2| = x_1 \cdot x_2 \therefore 2k + 1 = k^2 + 1 \therefore k_1 = 0, k_2 = 2$ 7'

又 $\therefore k > \frac{3}{4} \therefore k = 2$ 8'

21、(1) 过点 A 作 $AM \perp EF$ 于点 M, 过点 C 作 $CN \perp EF$ 于点 N. 设 $CN = x$

在 $Rt\triangle ECN$ 中, $\therefore \angle ECN = 45^\circ \therefore EN = CN = x \therefore EM = x + 0.7 - 1.7 = x - 1$

$\therefore BD = 5 \therefore AM = BF = 5 + x$

在 $Rt\triangle AEM$ 中, $\therefore \angle EAM = 30^\circ$

$\therefore \frac{EM}{AM} = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore x - 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + 5)$

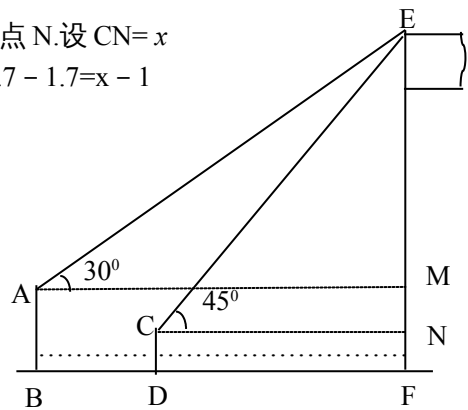
解得 $x = 4 + 3\sqrt{3}$

即 $DF = 4 + 3\sqrt{3}$ (米)

..... 6'

(2) $EF = x + 0.7 = 4 + 3\sqrt{3} + 0.7 = 4 + 3 \times 1.7 + 0.7 = 9.8$ 8'

≈ 10 (米) 9'



22、(1) 证明：连接 OM.

$\therefore AC = AB, AE$ 平分 $\angle BAC$

$\therefore AE \perp BC, CE = BE = \frac{1}{2} BC = 4$

$\therefore OB = OM \therefore \angle OBM = \angle OMB$

$\therefore BM$ 平分 $\angle ABC \therefore \angle OBM = \angle CBM$

$\therefore \angle OMB = \angle CBM \therefore OM \parallel DC$

又 $\therefore AE \perp BC \therefore AE \perp OM$

$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的切线 6'

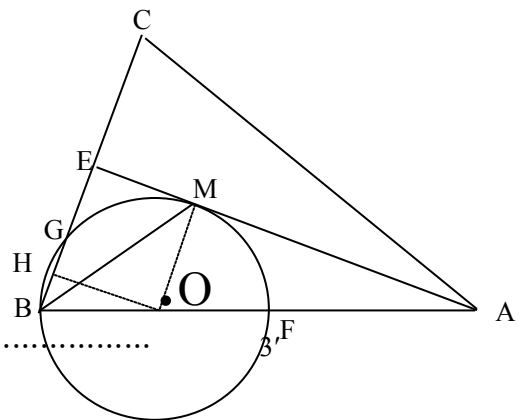
(2) 设 $\odot O$ 的半径为 R

$\therefore OM \parallel BE \therefore \triangle OMA \sim \triangle BEA$

$\therefore \frac{OM}{BE} = \frac{AO}{AB}$ 即 $\frac{R}{4} = \frac{12 - R}{12}$

解得 $R = 3$

$\therefore \odot O$ 的半径为 3 6'



(3) 过点O作OH⊥BG于点H,则BG=2BH

∵ ∠OME=∠MEH=∠EHO=90°

∴ 四边形 OMEH 是矩形

∴ HE=OM=3

∴ BH=1 ∴ BG = 2BH = 2 9'

23、(1) 设 y=kx+b, 根据题意得 $\begin{cases} 80 = 60k + b \\ 100 = 50k + b \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} k = -2 \\ b = 200 \end{cases}$

∴ y = -2x + 200 (30 ≤ x ≤ 60) 3'

(2) W = (x - 30)(-2x + 200) - 450
= -2x² + 260x - 6450 6'

(W = -2(x - 65)² + 2000)

(3) W = -2(x - 65)² + 2000

∴ 30 ≤ x ≤ 60

∴ x = 60 时, w 有最大值为 1950 元

∴ 当销售单价为 60 元时, 该公司日获利最大, 为 1950 元 10'

24、(1) ① B(1,0) 11'

② y = $\frac{1}{2}x + 2$ 当 x=0 时, y=2, 当 y=0 时 $x = -4$

∴ C(0,2), A(-4,0) ∴ 抛物线 y = ax² + bx + c 过 A(-4,0), B(1,0)

∴ 可设抛物线解析式为 y = a(x+4)(x-1)

又 ∴ 抛物线过点 C(0,2) ∴ 2 = -4a ∴ a = $-\frac{1}{2}$

∴ y = $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$

$\frac{3}{2}n - 2, AN = n + 4$

当 $\frac{MN}{AN} = \frac{1}{2}$ 时, MN = $\frac{1}{2}AN$ 即 $\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n - 2 = \frac{1}{2}(n+4)$

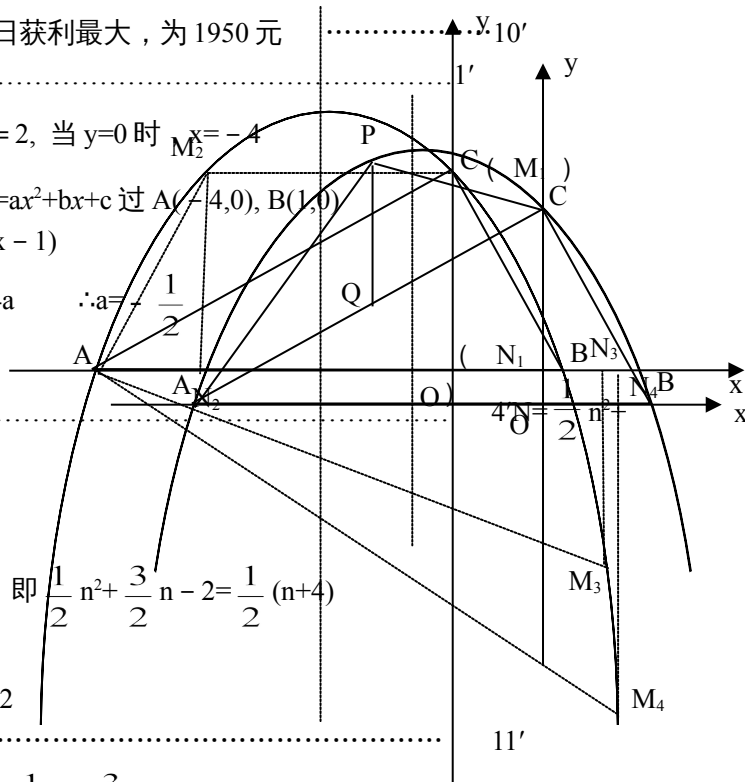
n² + 2n - 8 = 0 ∴ n₁ = -4(舍), n₂ = 2

∴ M(2, -3) 11'

当 $\frac{MN}{AN} = \frac{2}{1}$ 时, MN = 2AN $\frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n - 2 = 2(n+4)$

n² - n - 20 = 0 ∴ n₁ = -4(舍), n₂ = 5

∴ M(5, -18) 12'



第 24 题图

综上所述: 存在 M₁(0, 2), M₂(-3, 2), M₃(2, -3), M₄(5, -18), 使得以点 A、M、N 为顶点的三角形与 △ABC 相似.

