考点跟踪训练21　三角形与全等三角形

一、选择题

1．(2011·大理)三角形的两边长分别是3和6，第三边的长是方程 $x^2-6x+8=0$ 的一个根，则这个三角形的周长是(　　)

A．9 B．11 C．13 D．11或13

答案　C

解析　方程 $x^2-6x+8=0$ 的两根为2和4，只有4与3、6可组成三角形，其周长为 $4+3+6=13$.

2．(2011·济宁)若一个三角形三个内角度数的比为2∶7∶6，那么这个三角形是(　　)

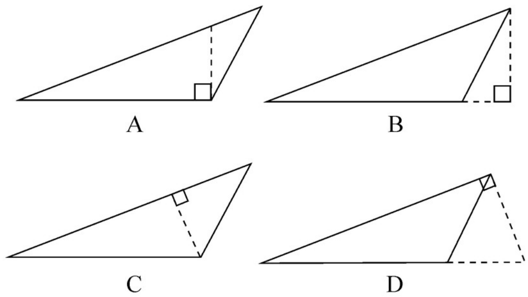
A．直角三角形 B．锐角三角形

C．钝角三角形 D．等边三角形

答案　B

解析　这个三角形的最大角为 $\times 180° = \times 180° = 84°$，是锐角．

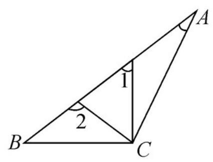
3．(2011·连云港)小华在电话中问小明："已知一个三角形三边长分别是4,9,12，如何求这个三角形的面积？小明提示说："可通过作最长边上的高来求解．"小华根据小明的提示作出的图形正确的是(　　)



答案　C

解析　三角形最长边是12，过其所对角的顶点作这边的垂线段，可知C是正确的．

4．(2011·怀化)如图所示，∠A、∠1、∠2的大小关系是(　　)



A．∠A>∠1>∠2

B．∠2>∠1>∠A

C．∠A>∠2>∠1

D．∠2>∠A>∠1

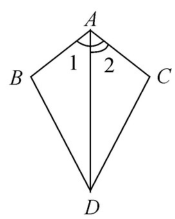
答案　B

解析　∠2是∠1所在三角形中与∠1不相邻的外角，所以∠2>∠1，同理∠1>∠A，故∠2>∠1>∠A.

5．(2011·宿迁)如图，已知∠1＝∠2，则不一定能使△ABD≌△ACD的条件是(　　)

A．$AB=AC$　　　B．$BD=CD$

C．$\angle B=\angle C$　　　D．$\angle BDA=\angle CDA$



答案　B

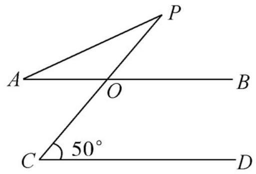
解析　当 $\angle 1=\angle 2$，$AD=AD$，$BD=CD$ 时，边边角不一定能使两个三角形全等．

二、填空题

6．(2011·丽水)已知三角形的两边长为4,8，则第三边的长度可以是______(写出一个即可)．

答案　答案不唯一，在$4<x<12$之间的数都可．

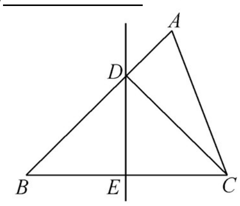
7．(2011·绵阳)如图，$AB\parallel CD$，CP交AB于O，$AO=PO$，若$\angle C=50°$，则$\angle A=$______.



答案　25°

解析　因为$AB\parallel CD$，所以$\angle POB=\angle C=50°$.又$AO=PO$，得$\angle A=\angle P$，由$\angle A+\angle P=\angle POB$，可知$2\angle A=50°$，$\angle A=25°$.

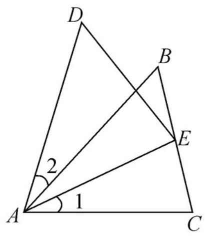
8．(2011·无锡)如图，在$\triangle ABC$中，$AB=5$ cm，$AC=3$ cm，BC的垂直平分线分别交AB、BC于D、E，则$\triangle ACD$的周长为__________cm.



答案　8

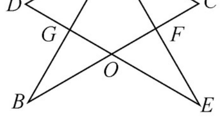
解析　因为DE垂直平分BC，所以$DB=DC$，故$\triangle ACD$的周长$AC+AD+DC=AC+AD+DB=AC+AB=5+3=8$ cm.

9．(2011·大理)如图，$AB=AD$，$\angle 1=\angle 2$，请你添加一个适当的条件，使得$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，则需添加的条件是________(只要写出一个即可)．



答案　$\angle D=\angle B$，或$\angle DEA=\angle C$，或$AE=AC$等．

10．(2011·江西)如图所示，两块完全相同的含30°角的直角三角板叠放在一起，且$\angle DAB=30°$.有以下四个结论：① $AF\perp BC$；② $\triangle ADG\cong\triangle ACF$；③ O为BC的中点；④ $AG:DE=$∶4，其中正确结论的序号是__________．



答案　①②③④

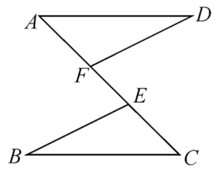
解析　$\because\angle DAB=30°$，$\angle DAE=90°$，$\therefore\angle BAE=60°$，$\angle AFB=90°$，$AF\perp BC$；由$AD=AC$，$\angle D=\angle C=60°$，$\angle DAB=\angle CAE=30°$，可证得$\triangle ADG\cong\triangle ACF$；在$Rt\triangle ABF$中，$\angle B=30°$，可知$AF=AB=AE=EF$，$EF\perp BC$，所以$BC$垂直平分$AE$，连$AO$，则有$OA=OE$，$\angle OAE=\angle E=30°$，$\angle OAC=\angle C=60°$，$\triangle AOC$是等边三角形，$OC=AC=BC$，$O$为

BC中点；设$DG=k$，则有$AG=k$，$EG=3k$，$DE=4k$，故$AG:DE=:4k=:4$，综上，①②③④均正确．

三、解答题

11．(2011·东莞)已知：如图，E、F在AC上，$AD\parallel CB$且$AD=CB$，$\angle D=\angle B$.

求证：$AE=CF$.



解　∵$AD\parallel CB$，

∴$\angle A=\angle C$.

又∵$AD=CB$，$\angle D=\angle B$，

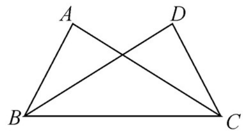
∴$\triangle ADF\cong\triangle CBE$.

∴$AF=CE$.

∴$AF+EF=CE+EF$，

即$AE=CF$.

12．(2011·菏泽)已知：如图，$\angle ABC=\angle DCB$，BD、CA分别是$\angle ABC$、$\angle DCB$的平分线．求证：$AB=DC$.



证明　∵BD平分$\angle ABC$，CA平分$\angle DCB$，

∴$\angle ACB=\angle DCB$，$\angle DBC=\angle ABC$.

∵$\angle ABC=\angle DCB$，

∴$\angle ACB=\angle DBC$.

在$\triangle ABC$与$\triangle DCB$中，

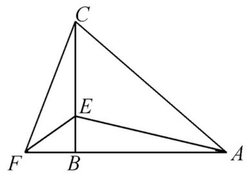
∴$\triangle ABC\cong\triangle DCB$，

∴$AB=DC$.

13．(2011·江津)在$\triangle ABC$中，$AB=CB$，$\angle ABC=90°$，F为AB延长线上一点，点E在BC上，且$AE=CF$.

(1)求证：$Rt\triangle ABE\cong Rt\triangle CBF$；

(2)若$\angle CAE=30°$，求$\angle ACF$度数．



解　(1)证明：∵$\angle ABC=90°$，∴$\angle CBF=\angle ABE=90°$.

在$Rt\triangle ABE$和$Rt\triangle CBF$中，

∵$AE=CF, AB=BC$，∴$Rt\triangle ABE\cong Rt\triangle CBF(HL)$．

(2)解：∵$AB=BC, \angle ABC=90°$，

∴$\angle CAB=\angle ACB=45°$.

∵$\angle BAE=\angle CAB-\angle CAE=45°-30°=15°$，

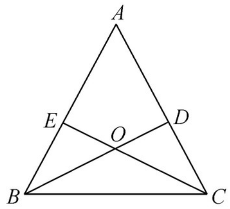
由(1)得$Rt\triangle ABE\cong Rt\triangle CBF$，∴$\angle BCF=\angle BAE=15°$，

∴$\angle ACF=\angle BCF+\angle ACB=45°+15°=60°$.

14．(2011·扬州)已知：如图，锐角△ABC的两条高BD、CE相交于点O，且$OB=OC$.

(1)求证：△ABC是等腰三角形；

(2)判断点O是否在∠BAC的角平分线上，并说明理由．



解　(1)证明：∵BD、CE是△ABC的高，

∴∠BEC＝∠CDB＝90°.

∵OB＝OC，∴∠OBC＝∠OCB.

又∵BC＝BC，

∴△BEC≌△CDB.

∴∠ABC＝∠ACB.

∴AB＝AC，即△ABC是等腰三角形．

(2)解：点O在∠BAC的角平分线上．理由如下：

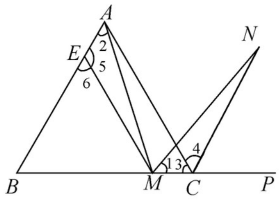
∵△BEC≌△CDB，∴BD＝CE.

∵OB＝OC，∴OD＝OE.

又∵OD⊥AC，OE⊥AB，

∴点O在∠BAC的角平分线上．

15．(2011·邵阳)数学课堂上，徐老师出示一道试题：



如图所示，在正三角形ABC中，M是BC边(不含端点B、C)上任意一点，P是BC延长线上一点，N是∠ACP的平分线上一点．若∠AMN＝60°，求证：AM＝MN.

(1)经过思考，小明展示了一种正确的证明过程．请你将证明过程补充完整．

证明：在AB上截取EA＝MC，连接EM，得△AEM.

∵∠1＝180°－∠AMB－∠AMN，∠2＝180°－∠AMB－∠B，∠AMN＝∠B＝60°，∴∠1＝∠2.

又CN平分∠ACP，∠4＝∠ACP＝60°，

∴∠MCN＝∠3＋∠4＝120°.①

又∵BA＝BC，EA＝MC，∴BA－EA＝BC－MC，即BE＝BM.

∴△BEM为等边三角形．∴∠6＝60°.

∴∠5＝180°－∠6＝120°.②

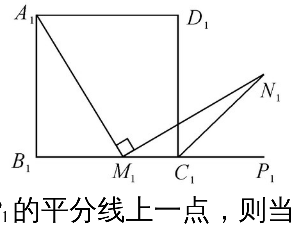
∴由①②得∠MCN＝∠5.

在△AEM和△MCN中，

____

∴△AEM≌△MCN(ASA)．∴AM＝MN.

(2)若将试题中的“正三角形ABC”改为“正方形



$A_1B_1C_1D_1$”(如图)，N_1是∠$D_1C_1P_1$的平分线上一点，则当∠$A_1M_1N_1$＝90°时，结论A_1M_1＝

M_1N_1是否还成立？(直接写出答案，不需要证明)

(3)若将题中的“正三角形 ABC”改为“正多边形 $A_nB_nC_nD_n\ldots X_n$”，请你猜想：当$\angle A_nM_nN_n$ ＝________°时，结论 $A_nM_n = M_nN_n$仍然成立？(直接写出答案，不需要证明)

解　(1)$\angle 1 = \angle 2$，$AE = MC$，$\angle MCN = \angle 5$.

(2)成立. 在 A_1B_1上截取 $A_1H = M_1C_1$，连接 M_1H，易证$\triangle A_1M_1H \cong \triangle M_1N_1C_1$.

(3)$\angle AMN = 60° = \times 180°$，

$\angle A_1M_1N_1 = 90° = \times 180°$，

$\angle A_nM_nN_n = \times 180°$.