北京市燕山2012年初中毕业暨一模考试
数学试卷　　　　2012年5月

考生须知	1．本试卷共4页，共五道大题，25个小题，满分120分；考试时间120分钟。 2．答题纸共6页，在规定位置认真填写学校名称、班级和姓名。 3．试题答案一律书写在答题纸上，在试卷上作答无效。 4．考试结束，请将答题纸交回，试卷和草稿纸可带走。

一、选择题（在下列各题的四个备选答案中，只有一个是符合题意的，请将正确答案前的字母写在答题纸上；本题共32分，每小题4分）

1. 下列每两个数中,互为相反数的是

A. 3和$\frac{1}{3}$　B. －3和$\frac{1}{3}$　C. －3和0　D. －3和3

2. 已有600年历史的紫禁城在中国独一无二，在世界也是独一无二. 据媒体报道，2011年参观故宫的人数已突破1400万，把1400万用科学记数法表示应为

A．0.14×10^8　B．1.4×10^7　C．1.4×10^6　D．14×10^6

3．已知某多边形的每一个外角都是72°，则它的边数为

A．4　B．5　C. 6　D. 8

4. 下列各式计算正确的是

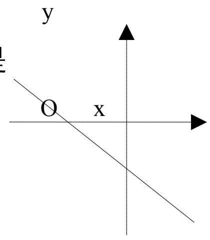
A．$(a^2)^3=a^5$　B. $\sqrt{(-3)^2}=\pm3$

C. $(m+n)(n-m)=n^2-m^2$　D. $(x+y)^2=x^2+y^2$

5. 学雷锋活动中，初四1班评选出了7名学雷锋活动带头人，其中团员同学占了4位，现需要采用抽签的方法从中确定一人参加表彰大会，被选中的同学为共青团员的概率是

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{3}{4}$　C. $\frac{3}{7}$　D．$\frac{4}{7}$

6. 某一次函数y=ax+b的图象如图所示，则下列结论正确的是



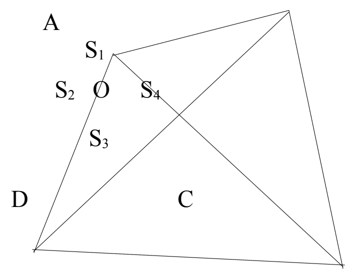
A. a<0, b<0　B. a<0, b>0

C. a>0, b<0　D. a>0, b>0

7．某短跑运动员在集训中的5次测试成绩（单位：秒）如下：12.5，12.7，12.1，12.8，12.4.这组数据的方差是

A．0.06　B．0.3　C．0.6　D．6

8. 如图，任意四边形ABCD中，AC和BD相交于点O，把△AOB、△AOD、△COD、△BOC的面积分别记作S_1、S_2、S_3、S_4，则下列各式成立的是



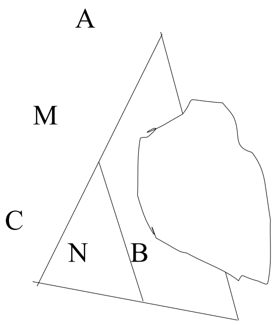
A．$S_1+S_3=S_2+S_4$　B．$S_3-S_2=S_4-S_1$

C．$S_1\cdot S_4=S_2\cdot S_3$　D．$S_1\cdot S_3=S_2\cdot S_4$

二、填空题（本题共 16 分, 每小题 4 分）

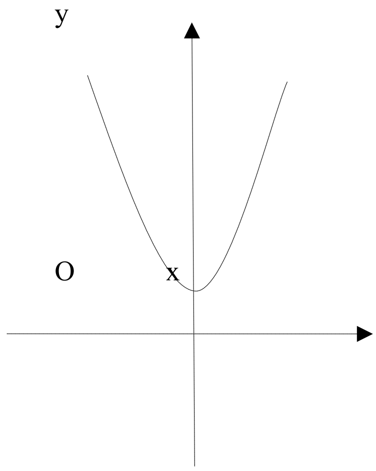
9．函数 $y=\dfrac{x}{2x-6}$ 中，自变量 x 的取值范围是______．

10．如图，平地上 A、B 两点被池塘隔开，测量员在岸边选一点 C，并分别找到 AC 和 BC 的中点 M、N，经量得 MN=24 米，则 AB=_________米.



11. 已知圆锥的底面直径是 4cm，侧面上的母线长为 3cm，则它的侧面积为________cm^2．

12．图中的抛物线是函数 $y=x^2+1$ 的图象，把这条抛物线沿射线 $y=x$（$x\le 0$）的方向平移 $\sqrt{2}$ 个单位，其函数解析式变为_________；若把抛物线 $y=x^2+1$ 沿射线 $y=\frac{1}{2}x-1$（$x\ge 0$）方向平移 $\sqrt{5}$ 个单位，其函数解析式则变为_________.

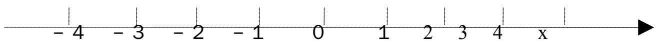


$\frac{k+1}{x}$

三、解答题（本题共 30 分, 每小题 5 分）

13. 计算：$\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-1}-4\cos 45^\circ+\left|1-\sqrt{2}\right|-(-2012)^0$

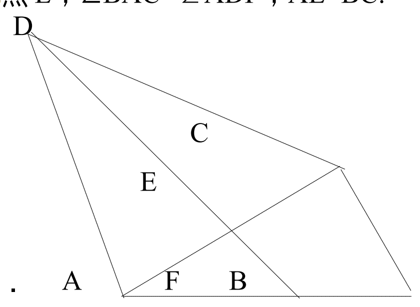
14. 解不等式组 $\begin{cases}2x+1>x-1,\\ x+4\ge 4x-5;\end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来．



15. 如图，点 F 在线段 AB 上，AD∥BC，AC 交 DF 于点 E，∠BAC=∠ADF，AE=BC.

求证：△ACD 是等腰三角形.

$\sqrt{3}$



16．已知 $x^2-1=0$，求代数式 $\dfrac{x-1}{x}\div\left(x-\dfrac{2x-1}{x}\right)$ 的值．

17. **列方程或方程组应用题:**

北京到石家庄的铁路里程约为 280km，2012 年底京石高铁即将通车，其上运行的新型动车速度可比目前的普通列车提高 1.8 倍, 届时从北京到石家庄乘坐高铁新型动车将比现在乘坐普通列车少用一个半小时即可到达，求目前普通列车的运行速度．

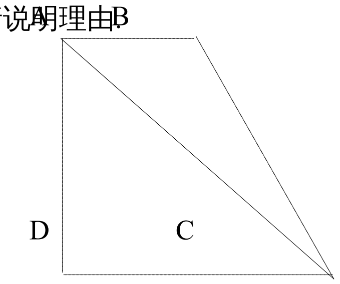
18. 已知：关于 x 的一元二次方程 $kx^2-(4k+1)x+3k+3=0$ (k 是整数)．

（1）求证：方程有两个不相等的实数根；

（2）若方程的两个实数根分别为 x_1，x_2（其中 $x_1<x_2$），设 $y=x_2-x_1$，判断 y 是否为变量 k 的函数？如果是，请写出函数解析式；若不是，请说明理由.

四、解答题（本题共 20 分, 每小题 5 分）

19. 如图，梯形 ABCD 中，AB∥CD，AD⊥AB，AB=2，BC=CD=4，求∠B 的度数和 AC 的长．



20. 寒假期间，某校同学积极参加社区公益活动. 开学后，校团委随机选取部分学生对每人的“累计参与时间”进行了调查，将数据绘制成图 1、图 2. 请结合这两幅不完整的统计图解答下列问题：

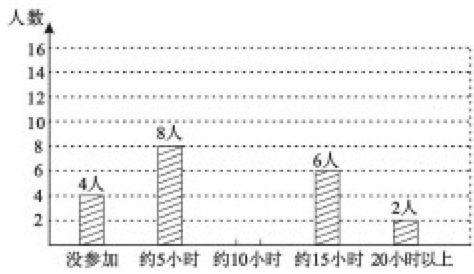


图1

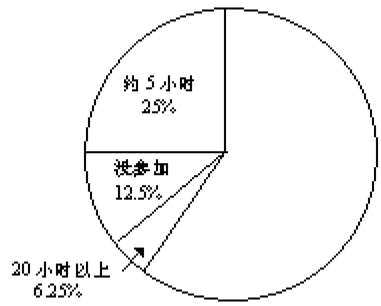


图2

（1）这次调查共选取了多少名学生？

（2）将图 1 的内容补充完整；

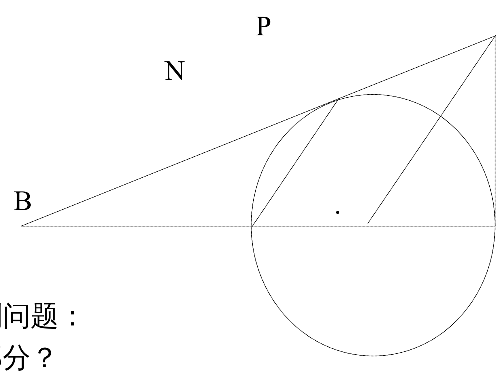
（3）求图 2 中“约 15 小时”对应的圆心角度数，并把图 2 的内容补充完整；

（4）若该校共有学生 680 人，估计这个寒假有多少学生参加了社区公益活动？

21. 已知：如图，M 是 AB 的中点，以 AM 为直径的⊙O 与 BP 相切于点 N，OP∥MN.

（1）求证：直线 PA 与⊙O 相切；

（2）求 tan∠AMN 的值.



22. 请你先动笔在草稿纸上画一画，再回答下列问题：

（1）平面内两条直线，可以把平面分成几部分？

（2）平面内 3 条直线，可以把平面分成几部分？

（3）平面内 4 条直线，可以把平面最多分成多少部分？

（4）平面内 100 条直线，可以把平面最多分成多少部分？

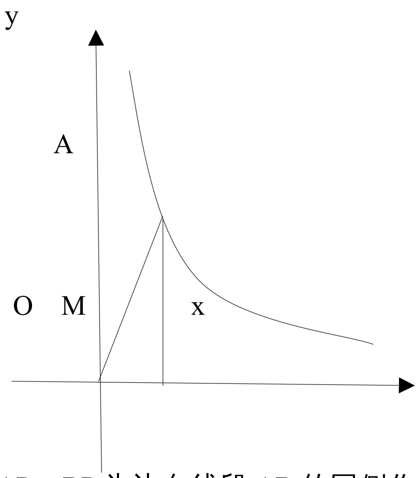
五、解答题（本题共 22 分, 第 23、24 题各 7 分，第 25 题 8 分）

23．已知：如图，在直角坐标系 xOy 中，直线 y=2x 与函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象在第一象限的交于 A 点，AM⊥x 轴，垂足是 M，把线段 OA 的垂直平分线记作 l，线段 AN 与 OM 关于 l 对称.

（1）画出线段 AN（保留画图痕迹）；

（2）求点 A 的坐标；

（3）求直线 AN 的函数解析式.

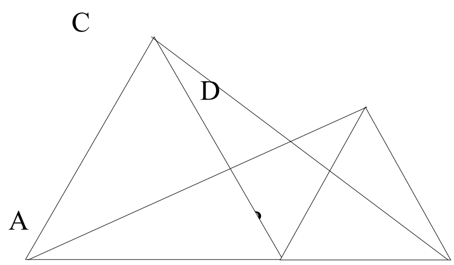


24. 已知：如图，点 P 是线段 AB 上的动点，分别以 AP、BP 为边向线段 AB 的同侧作正△APC 和正△BPD，AD 和 BC 交于点 M.

（1）当△APC 和△BPD 面积之和最小时，直接写出 AP：PB 的值和∠AMC 的度数；

（2）将点 P 在线段 AB 上随意固定，再把△BPD 按顺时针方向绕点 P 旋转一个角度 α，当 α<60°时，旋转过程中，∠AMC 的度数是否发生变化？证明你的结论.

（3）在第（2）小题给出的旋转过程中，若限定 60°<α<120°，∠AMC 的大小是否会发生变化？若变化，请写出∠AMC 的度数变化范围；若不变化，请写出∠AMC 的度数.



25. 已知点 A（1，$\dfrac{1}{2}$）在抛物线 $y=\dfrac{1}{3}x^2+$l ……，点 P 为抛物线上一动点.

（1）求这条抛物线的函数解析式；

（2）判断是否存在直线 l，使得线段 PF 的长总是等于点 P 到直线 l 的距离，需说明理由.

（3）设直线 PF 与抛物线的另一交点为 Q，探究：PF 和 QF 这两条线段的倒数和是否为

定值？证明你的结论.

燕山初中数学毕业暨一模考试评卷参考 2012.5.2

一、 DBBC DAAD

二、

题号	9	10	11	12
答案	$x\neq3$	48	6π	$y=x^2+2x+1$，$y=x^2-4x+6$

三、13. 原式$=5-2\sqrt{2}-1+\sqrt{2}-1$ ……………………………………4 分

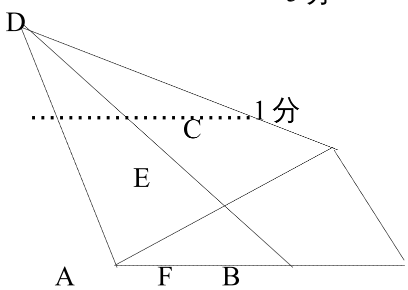
$=3-\sqrt{2}$. ………………………………………………5 分

14. 解①得 $x>-2$， ……………………………………………1 分

解②得 $x\leq3$， ……………………………………………2 分

∴ 不等式组的解集是 $-2<x\leq3$. ……………………………………………3 分

数轴上正确表示解集 ……………………………………………5 分



15. 证明：∵AD∥BC，

∴ ∠CAD=∠BCA，即∠EAD=∠BCA. ……………………1 分

在△ADE 和△CAB 中,

又∵∠ADE=∠ADF=∠CAB，

AE=BC，

∴△ADE≌△CAB. ……………………………………………3 分

∴ AD=AC. ……………………………………………4 分

∴ △ACD 是等腰三角形. ……………………………………5 分

16. 原式$=\dfrac{x-1}{x}\div\dfrac{x^2-2x+1}{x}$ ……………………………………1 分

$=\dfrac{x-1}{x}\div\dfrac{(x-1)^2}{x}$ ……………………………………2 分

$=\dfrac{x-1}{x}\cdot\dfrac{x}{(x-1)^2}$

$=\dfrac{1}{x-1}$ ……………………………………3 分

由 $x^2-1=0$ ，得 $x=\pm1$.　　　　……………………………………4 分

∴当 $x=1$ 时，原式无意义；

当 $x=-1$ 时，原式 $=-\dfrac{1}{2}$　　　　……………………………………5 分

17. 设目前普通列车的运行速度是 x 千米/时，　　　……………………………1 分

依题意，得 $\dfrac{280}{x}-\dfrac{280}{2.8x}=\dfrac{3}{2}$.　　　……………………………………2 分

解得 $x=120$.　　　……………………………………3 分

经检验, $x=120$ 是原分式方程的根.　　　……………………………………4 分

答: 目前普通列车的运行速度是 120 千米/时.　　……………………………5 分

18. ⑴ 证明：$\Delta=(4k+1)^2-4k(3k+3)$　　　……………………………………1 分

$=(2k-1)^2$

∵k 是整数，∴$k\neq\dfrac{1}{2}$，$2k-1\neq0$. ∴$\Delta=(2k-1)^2>0$

∴方程有两个不相等的实数根.　　　……………………………………2 分

⑵ y 是 k 的函数；

解方程得，$x=\dfrac{(4k+1)\pm\sqrt{(2k-1)^2}}{2k}$.

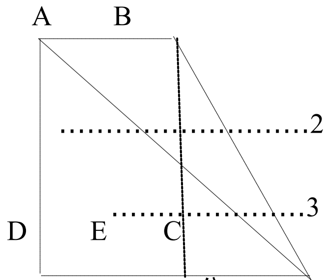
∴$x=3$，或 $x=1+\dfrac{1}{k}$.　　　……………………………………………3 分

∵k 是整数，∴$\dfrac{1}{k}\le1$，$1+\dfrac{1}{k}\le2<3$.

又∵$x_1<x_2$，∴$x_1=1+\dfrac{1}{k}$，$x_2=3$.　　……………………………………………4 分

∴ $y=3-(1+\dfrac{1}{k})=2-\dfrac{1}{k}$.　　　……………………………………………5 分

四、19. 作 BE⊥CD 于 E，　　　……………………………………………1 分



∵梯形 ABCD 中，AB∥CD，AD⊥AB，

∴四边形 ABED 是矩形.

∴$DE=AB=2$，$CE=CD-DE=4-2=2$.　　……………………2 分

在 Rt△BEC 中，又∵$BC=4=2CE$，

∴$\angle EBC=30°$，$CE=2$，$BE=2\sqrt{3}$.　　……………………3 分

∴$\angle B=\angle ABC=120°$.　　……………………4 分

在 Rt△ADC 中，又∵AD=BE

∴$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{12+16}=2\sqrt{7}$.　　……………………………………5 分

20. ⑴ 32　　　……………………………………………1 分

⑵ 补图　　　……………………………………………2 分

⑶ 67.5°　　　……………………………………………3 分

把扇形统计图补全　　　……………………………………4 分

⑷ 595　　　……………………………………………5 分

21. ⑴ 证明：连结 ON，

∵BP 与⊙O 相切于点 N，

∴ON⊥BP, ∠ONP=90°. …………………………………………1 分

∵MN∥OP,

∴∠OMN=∠AOP, ∠MNO=∠NOP.

又∵∠OMN =∠MNO,

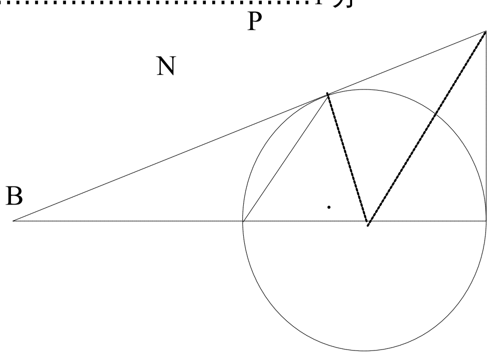
∴∠AOP =∠NOP.

又∵OA=ON，OP 公用，

∴△AOP≌△NOP.

∴∠OAP =∠ONP=90°.

∴直线 PA 与⊙O 相切. ……………………………………………2 分.



⑵ 设⊙O 的直径是 2r.

∵M 是 AB 的中点，∴BM=2r，OB=3r.

∴BN= $\sqrt{OB^2-ON^2}=\sqrt{8r^2}=2\sqrt{2}$ r. ……………………………………3 分

∵∠PAB =∠ONB=90°，∴△PAB∽△ONB.

∴ $\frac{PA}{ON}=\frac{AB}{NB}=\frac{4r}{2\sqrt{2}r}=\sqrt{2}$. ………………………………………4 分

∴tan∠AMN= tan∠AOP= $\frac{PA}{OA}=\frac{PA}{ON}=\sqrt{2}$. ……………………………5 分

22.（1）3 或 4 ………………………………………………1 分

（2）4，或 6，或 7 ……………………………………………3 分

（3）11 ………………………………………………………4 分

（4）5051 ………………………………………………5 分

五、23.⑴ 图形大体正确，有画图痕迹 ……………………………………1 分

⑵ 由 $2x=\frac{2}{x}$，得 $x^2=1$. ………………………………………………2 分

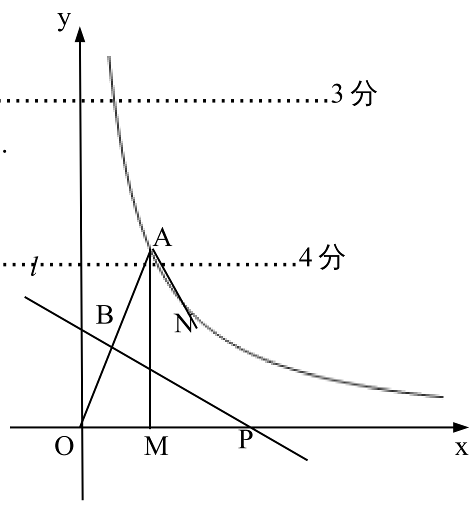
∵点 A 在第一象限，∴x=1.

∴点 A（1，2）. …………………………………3 分

⑶ 设 l 与 x 轴交于点 P，与 OA 交于点 B.

∵ OM=1 ，AM=2 ，AM⊥x 轴

∴OA= $\sqrt{5}$ ，OB= $\frac{\sqrt{5}}{2}$ …………………………………4 分



易证 Rt△POB∽Rt△AOM，

∴ $\frac{OP}{OA}=\frac{OB}{OM}$.

$\therefore OP=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\times\sqrt{5}=\dfrac{5}{2}$.

∴点 P（$\dfrac{5}{2}$，0）． ……………………………………5 分

把点 A 和 P 的坐标分别代入 y=kx+b，

得 $\begin{cases} k+b=2, \\ \dfrac{5}{2}k+b=0. \end{cases}$ ……………………………………………………6 分

解得 $k=-\dfrac{4}{3}$，$b=\dfrac{10}{3}$.

又∵直线 AN 必过点 P，

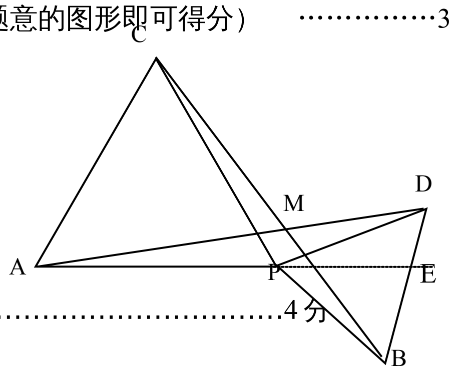
∴直线 AN 的解析式是 $y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{10}{3}$. ……………………………………7 分

24.⑴ 1，60° ……………………………………………2 分

⑵ 不变化.

证明：如图，点 E 在 AP 的延长线上，

∠BPE=α<60°.（只要画出了符合题意的图形即可得分） ……………3 分



∵∠BPC=∠CPD+60°,

∠DPA=∠CPD+60°,

∴∠BPC=∠DPA.

在△BPC 和△DPA 中，

又∵BP=DP，PC=PA，

∴△BPC≌△DPA. ……………………………………………4 分

∴∠BCP=∠DAP.

∴∠AMC=180°-∠MCP-∠PCA-∠MAC

= 120°-∠BCP -∠MAC

=120°-（∠DAP＋∠MAC）-∠PCA

=120°-∠PAC

= 60°，且与 α 的大小无关. ……………………………………6 分

⑶ 不变化，60° ……………………………………………7 分

25.⑴ 由 $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{2}$，$a=\dfrac{1}{3}$，得 $b=\dfrac{1}{3}$ ………………………………1 分

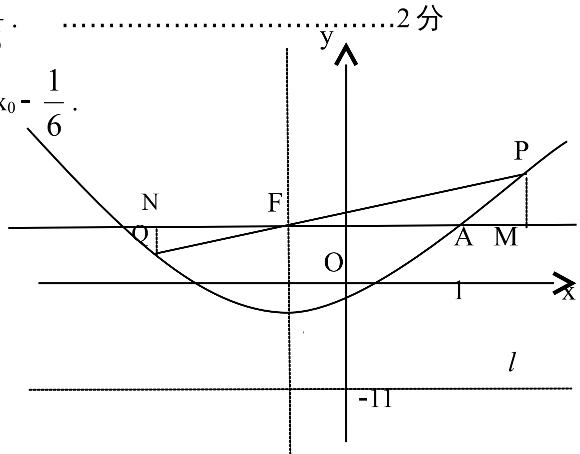
把 $b=\dfrac{1}{3}$ 和点 A（1，$\dfrac{1}{2}$）代入 $y=\dfrac{1}{3}x^2+bx+c$，可求得 $c=-\dfrac{1}{6}$.

∴这条抛物线的解析式是 $y=\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{6}$. ………………………………2 分

⑵ 设点 P（x_0，y_0），则 $y_0=\dfrac{1}{3}x_0^2+\dfrac{1}{3}x_0-\dfrac{1}{6}$.

作 PM⊥AF 于 M，

得 $PF^2=PM^2+MF^2$



$= (x_0+\frac{1}{2})^2+(y_0-\frac{1}{2})^2$

又∵$y_0=\frac{1}{3}x_0^2+\frac{1}{3}x_0-\frac{1}{6}$

$=\frac{1}{3}(x_0+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$

∴$(x_0+\frac{1}{2})^2=3y_0+\frac{3}{4}$

∴$PF^2=3y_0+\frac{3}{4}+y_0^2-y_0+\frac{1}{4}=(y_0+1)^2$.

易知 $y_0\geq-\frac{1}{4}$，$y_0+1>0$. ∴$PF=y_0+1$. ……………………………………4分

又∵当直线 l 经过点（0，-1）且与 x 轴平行时，

y_0+1 即为点 P 到直线 l 的距离.

∴存在符合题意的直线 l. ………………………………………5分

⑶ 是定值.

证明：当 PF∥x 轴时，$PF=QF=\frac{3}{2}$，$\frac{1}{PF}+\frac{1}{QF}=\frac{4}{3}$. ……………………………6分

当 PF 与 x 轴不平行时，作 QN⊥AF 于 N，

∵△MFP∽△NFQ，∴$\frac{PM}{PF}=\frac{QN}{QF}$.

再依据第⑵小题的结果，可得$\frac{PF-\frac{3}{2}}{PF}=\frac{\frac{3}{2}-QF}{QF}$. ……………………………7分

整理上式，得 $\frac{1}{PF}+\frac{1}{QF}=\frac{4}{3}$. …………………………………8分