

# 北京市东城区 2011--2012 学年第二学期初三综合练习 (二)

## 数学试卷

考生须知

1. 本试卷共 5 页, 共五道大题, 25 道小题, 满分 120 分. 考试时间 120 分钟.
2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、姓名和准考证号.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束, 请将本试卷、答题卡一并交回.

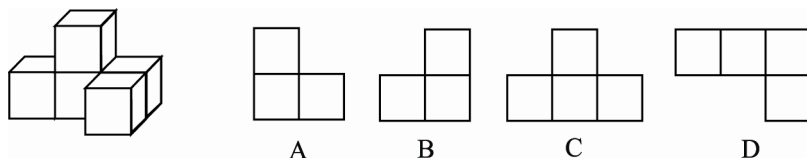
### 一、选择题 (本题共 32 分, 每小题 4 分)

下面各题均有四个选项, 其中只有一个是符合题意的.

1. 9 的算术平方根是

- A. -9      B. 9      C. 3      D.  $\pm 3$

2. 如图, 由几个小正方体组成的立体图形的俯视图是



3. 下列运算正确的是

- A.  $a^2 + a^3 = a^5$     B.  $a^2 \cdot a^3 = a^5$     C.  $(ab^2)^3 = a^3b^3$     D.  $a^{10} \div a^2 = a^5$

4. 抛掷一枚质地均匀的正方体骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 掷得朝上一面的点数为奇数的概率为

- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

5. 如果一个多边形的内角和是其外角和的 2 倍, 那么这个多边形是

- A. 六边形      B. 五边形      C. 四边形      D. 三角形

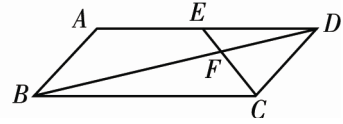
6. 在社会实践活动中, 某同学对甲、乙、丙、丁四个城市一至五月份的香蕉价格进行调查.

四个城市 5 个月香蕉价格的平均值均为 3.50 元, 方差分别为  $S_{甲}^2 = 18.3$ ,  $S_{乙}^2 = 17.4$ ,  $S_{丙}^2 = 20.1$ ,  $S_{丁}^2 = 12.5$ . 一至五月份香蕉价格最稳定的城市是

- A. 甲      B. 乙      C. 丙      D. 丁

7. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $E$  为  $AD$  的中点， $\triangle DEF$  的周长为 1，则  $\triangle BCF$  的周长为

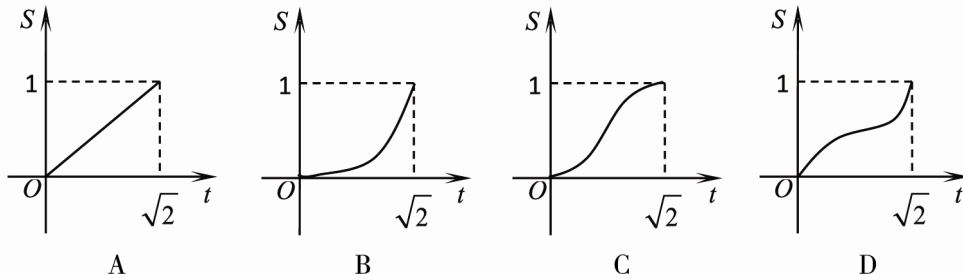
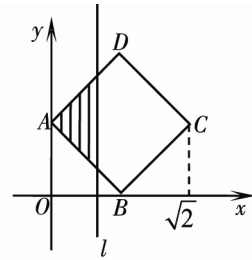
- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4



8. 如右图，正方形  $ABCD$  的顶点  $A(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ， $B(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ ，

顶点  $C$ 、 $D$  位于第一象限，直线  $l: x=t(0 \leq t \leq \sqrt{2})$  将正

方形  $ABCD$  分成两部分，记位于直线  $l$  左侧阴影部分的面积为  $S$ ，则  $S$  关于  $t$  的函数图象大致是



**二、填空题 (本题共 16 分，每小题 4 分)**

9. 使二次根式  $\sqrt{4x-1}$  有意义的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

10. 一个扇形的圆心角为  $120^\circ$ ，半径为 1，则这个扇形的弧长为\_\_\_\_\_。

11. 观察下列等式： $1=1$ ，

$$2+3+4=9,$$

$$3+4+5+6+7=25,$$

$$4+5+6+7+8+9+10=49,$$

.....

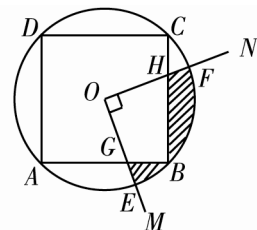
照此规律，第 5 个等式为\_\_\_\_\_。

12. 如图，正方形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ ， $\odot O$  的半径为 2，以圆心  $O$  为顶点作  $\angle MON$ ，

使  $\angle MON = 90^\circ$ ， $OM$ 、 $ON$  分别与  $\odot O$  交于点  $E$ 、 $F$ ，与正方形  $ABCD$  的边交于点  $G$ 、 $H$ ，

则由  $OE$ 、 $OF$ 、 $EF$  及正方形  $ABCD$  的边围成的图形(阴影部分)的面积  $S=_____$ 。

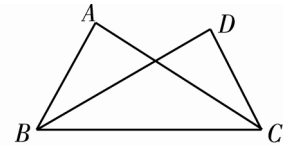
**三、解答题 (本题共 30 分，每小题 5 分)**



13. 计算： $\sqrt{27} - (4 - \pi)^0 - 6\cos 30^\circ + |-2|$  .

14. 解方程组  $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ x - y = 2. \end{cases}$

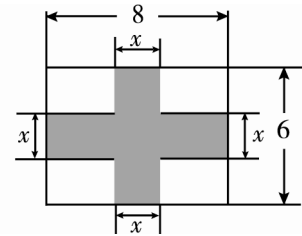
15. 已知：如图， $\angle ABC = \angle DCB$ ， $BD$ 、 $CA$  分别是  $\angle ABC$ 、 $\angle DCB$  的平分线 .  
求证： $AB = DC$  .



16. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$ ，其中  $x = -2$  .

17. 列方程或方程组解应用题：

小明家有一块长 8m、宽 6m 的矩形空地，现准备在该空地上建造一个十字花园（图中阴影部分），并使花园面积为空地面积的一半，小明设计了如图的方案，请你帮小明求出图中的  $x$  值 .



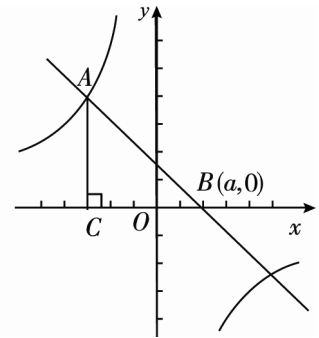
18. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $AB$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像交于点  $A(-3, 4)$ ， $AC \perp x$  轴于点  $C$  .

(1) 求此反比例函数的解析式；

(2) 当直线  $AB$  绕着点  $A$  转动时，与  $x$  轴的交点为  $B(a, 0)$ ，

并与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  图象的另一支还有一个交点的情

形下，求  $\triangle ABC$  的面积  $S$  与  $a$  之间的函数关系式，并写出自变量  $a$  的取值范围 .

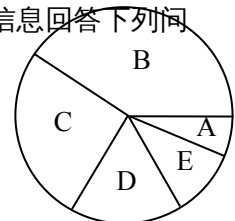


#### 四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19. 在母亲节来临之际，某校团委组织了以“学会生存，感恩父母”为主题的教育活动，在学校随机调查了若干名同学平均每周在家做家务的时间，统计并制作了如下的频数分布表和扇形统计图：

组别	做家务的时间	频数	频率
A	$1 \leq t < 2$	3	0.06
B	$2 \leq t < 4$	20	$c$
C	$4 \leq t < 6$	$a$	0.30
D	$6 \leq t < 8$	8	$b$
E	$t \geq 8$	4	0.08

根据上述信息回答下列问题



题：

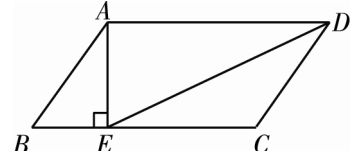
(1)  $a=$ \_\_\_\_\_ ,  $b=$ \_\_\_\_\_ ;

(2) 在扇形统计图中, B组所占圆心角的度数为\_\_\_\_\_ ;

(3) 全校共有 1000 名学生, 估计该校平均每周做家务时间不少于 4 小时的学生约有多少人?

20. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AB=5$ ,  $BC=8$ ,

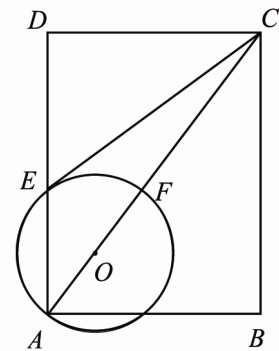
$AE \perp BC$  于点  $E$ ,  $\cos B = \frac{3}{5}$ , 求  $\tan \angle CDE$  的值.



21. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 点  $O$  在对角线  $AC$  上, 以  $OA$  长为半径的  $\odot O$  与  $AD$ ,  $AC$  分别交于点  $E$ ,  $F$ ,  $\angle ACB = \angle DCE$ .

(1) 请判断直线  $CE$  与  $\odot O$  的位置关系, 并证明你的结论;

(2) 若  $DE:EC=1:\sqrt{2}$ ,  $BC=2$ , 求  $\odot O$  的半径.



22. 阅读并回答问题:

小亮是一位刻苦学习、勤于思考、勇于创新的同学. 一天他在解方程  $x^2 = -1$  时, 突发

奇想:  $x^2 = -1$  在实数范围内无解, 如果存在一个数  $i$ , 使  $i^2 = -1$ , 那么当  $x^2 = -1$  时,

有  $x = \pm i$ , 从而  $x = \pm i$  是方程  $x^2 = -1$  的两个根.

据此可知: (1)  $i$  可以运算, 例如:  $i^3 = i^2 \cdot i = -1 \times i = -i$ , 则  $i^4 =$ \_\_\_\_\_ ,

$i^{2011} =$ \_\_\_\_\_ ,  $i^{2012} =$ \_\_\_\_\_ ;

(2) 方程  $x^2 - 2x + 2 = 0$  的两根为\_\_\_\_\_ (根用  $i$  表示) .

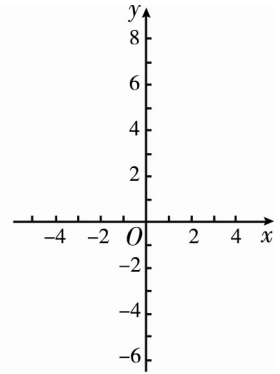
### 五. 解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分)

23. 已知关于  $x$  的方程  $(1-m)x^2 + (4-m)x + 3 = 0$  .

(1) 若方程有两个不相等的实数根, 求  $m$  的取值范围;

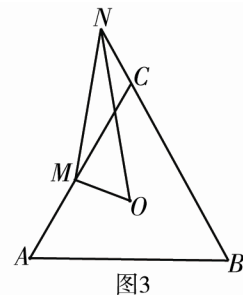
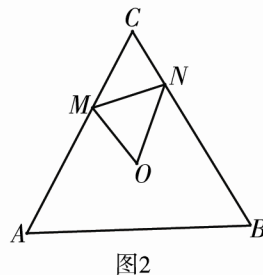
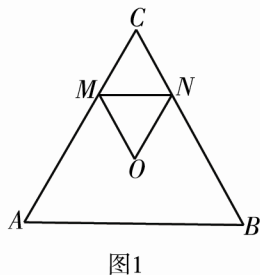
(2) 若正整数  $m$  满足  $8 - 2m > 2$ , 设二次函数  $y = (1-m)x^2 + (4-m)x + 3$  的图象与  $x$

轴交于  $A$ 、 $B$  两点，将此图象在  $x$  轴下方的部分沿  $x$  轴翻折，图象的其余部分保持不变，得到一个新的图象。请你结合这个新的图象回答：当直线  $y = kx + 3$  与此图象恰好有三个公共点时，求出  $k$  的值（只要求出两个满足题意的  $k$  值即可）。



24. 已知：等边  $\triangle ABC$  中，点  $O$  是边  $AC, BC$  的垂直平分线的交点， $M, N$  分别在直线  $AC, BC$  上，且  $\angle MON = 60^\circ$ 。

- (1) 如图 1，当  $CM = CN$  时， $M, N$  分别在边  $AC, BC$  上时，请写出  $AM, CN, MN$  三者之间的数量关系；
- (2) 如图 2，当  $CM \neq CN$  时， $M, N$  分别在边  $AC, BC$  上时，(1) 中的结论是否仍然成立？若成立，请你加以证明；若不成立，请说明理由；
- (3) 如图 3，当点  $M$  在边  $AC$  上，点  $N$  在  $BC$  的延长线上时，请直接写出线段  $AM, CN, MN$  三者之间的数量关系。



25. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知二次函数  $y = ax^2 + 2ax + c$  的图像与  $y$  轴交于点  $C(0, 3)$ ，与  $x$  轴交于  $A, B$  两点，点  $B$  的坐标为  $(-3, 0)$

- (1) 求二次函数的解析式及顶点  $D$  的坐标；

- (2) 点  $M$  是第二象限内抛物线上的一动点，若直线  $OM$  把四边形  $ACDB$  分成面积为 1:2 的两部分，求出此时点  $M$  的坐标；
- (3) 点  $P$  是第二象限内抛物线上的一动点，问：点  $P$  在何处时  $\triangle CPB$  的面积最大？最大面积是多少？并求出此时点  $P$  的坐标.

