

新疆维吾尔自治区、新疆生产建设兵团 2013 年初中学业水平考试

数学试卷

一、选择题(本大题共 10 题，每题 5 分，共 50 分。在每题列出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将正确选项的字母填入答题卷相应的表格内.)

1. (5 分) (2013·新疆) $-\frac{1}{5}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{5}$ B. -5 C. 5 D. $\frac{1}{5}$

考 绝对值 .

点 :

分 根据一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0

析 : 进行解答即可 .

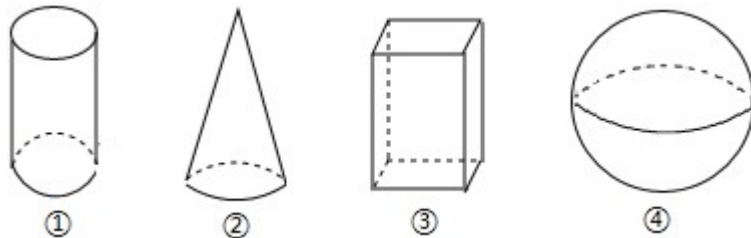
解 解 : $-\frac{1}{5}$ 的绝对值是 $\frac{1}{5}$.

答 : 故选 D .

点 此题考查了绝对值，用到的知识点是绝对值得定义，一个正数的绝对值是它本身，

评 : 一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0 .

2. (5 分) (2013·新疆) 下列几何体中，主视图相同的是 ()



- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ②④

考 简单几何体的三视图 .

点 :

分 主视图是从物体上面看，所得到的图形 .

析 :

解 解 : 圆柱的主视图是长方形，圆锥的主视图是三角形，长方体的主视图是长方形，

答 : 球的主视图是圆，

故选 : B .

点 本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键 . 注意所有的看到的棱都应表现在

评 : 三视图中 .

3. (5 分) (2013·新疆) 惠及南疆五地州的天然气利民工程总投资约 64.1 亿元 . 将数

641000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 6.41×10^8 B. 6.41×10^9 C. 64.1×10^8 D. 6.41×10^{10}

考点 科学记数法—表示较大的数 .

分析:

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解: 将 641000000 用科学记数法表示为 6.41×10^9 .

答: 故选 B.

点 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a|$

评: < 10 , n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (5分) (2013·新疆) 下列各式计算正确的是 ()

A. $\sqrt{18} - \sqrt{32} = -\sqrt{2}$ B. $(-3)^{-2} = -\frac{1}{9}$ C. $a^0 = 1$ D. $\sqrt{(-2)^2} = -2$

考点 二次根式的加减法; 零指数幂; 负整数指数幂; 二次根式的性质与化简.

分析:

根据二次根式的加减、负整数指数幂、零指数幂及二次根式的化简, 分别进行各选项的判断, 即可得出答案.

解: A、 $\sqrt{18} - \sqrt{32} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = -\sqrt{2}$, 运算正确, 故本选项正确;

答: B、 $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$, 原式运算错误, 故本选项错误;

C、 $a^0 = 1$, 当 $a \neq 0$ 时成立, 没有限制 a 的取值范围, 故本选项错误;

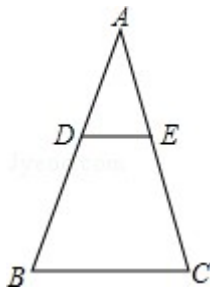
D、 $\sqrt{(-2)^2} = 2$, 原式运算错误, 故本选项错误;

故选 A.

点 本题考查了二次根式的加减、负整数指数幂、零指数幂及二次根式的化简, 解答本

评: 题的关键是掌握各部分的运算法则.

5. (5分) (2013·新疆) 如图, $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $DE=1$, $AD=2$, $DB=3$, 则 BC 的长是 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{7}{2}$

考点 相似三角形的判定与性质.

分析:

分析：根据 $DE \parallel BC$ ，证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，然后根据对应边成比例求得 BC 的长度。

解：

解：∵ $DE \parallel BC$ ，

∴ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，

$$\text{则 } \frac{AD}{DE} = \frac{AB}{BC},$$

$$\because DE=1, AD=2, DB=3,$$

$$\therefore AB=AD+DB=5,$$

$$\therefore BC = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2}.$$

故选 C。

点评：本题考查了相似三角形的判定和性质，难度一般，解答本题的关键是根据平行证明

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。

6. (5分) (2013·新疆) 某选手在青歌赛中的得分如下(单位：分)：

99.60, 99.45, 99.60, 99.70, 98.80, 99.60, 99.83, 则这位选手得分的众数和中位数分别是 ()

A. 99.60, 99.70 B. 99.60, 99.60 C. 99.60, 98.80 D. 99.70, 99.60

考点：众数；中位数。

分析：

根据众数和中位数的定义求解即可。

解：

解：数据 99.60 出现 3 次，次数最多，所以众数是 99.60；

数据按从小到大排列：99.45, 99.60, 99.60, 99.60, 99.70, 99.80, 99.83, 中位数是 99.60。

故选 B。

点评：本题考查了中位数，众数的意义。找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数。如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求；如果是偶数个，则找中间两位数的平均数。众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个。

7. (5分) (2013·新疆) 等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，则这个等腰三角形的周长为 ()

A. 12 B. 15 C. 12 或 15 D. 18

考点：等腰三角形的性质；三角形三边关系。

分析：

因为已知长度为 3 和 6 两边，没有明确是底边还是腰，所以有两种情况，需要分类讨论。

解：①当 3 为底时，其它两边都为 6，

3、6、6 可以构成三角形，
周长为 15；

②当3为腰时，
其它两边为3和6，
 $\therefore 3+3=6=6$ ，
 \therefore 不能构成三角形，故舍去，
 \therefore 答案只有15.

故选B.

点 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目
评：一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.

8. (5分) (2013·新疆) 若a, b为实数, 且 $|a+1|+\sqrt{b-1}=0$, 则 $(ab)^{2013}$ 的值是 ()

A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

考 非负数的性质：算术平方根；非负数的性质：绝对值.

点：

分 根据非负数的性质列式求出a, b, 然后代入代数式进行计算即可得解.

析：

解 解：根据题意得， $a+1=0$, $b-1=0$,

答：解得 $a=-1$, $b=1$,

所以， $(ab)^{2013} = (-1 \times 1)^{2013} = -1$.

故选C.

点 本题考查了非负数的性质：几个非负数的和为0时，这几个非负数都为0.

评：

9. (5分) (2013·新疆) 方程 $x^2 - 5x = 0$ 的解是 ()

A. $x_1=0, x_2=-5$ B. $x=5$ C. $x_1=0, x_2=5$ D. $x=0$

考 解一元二次方程-因式分解法.

点：

分 在方程左边两项中都含有公因式x, 所以可用提公因式法.

析：

解 解：直接因式分解得 $x(x-5)=0$,

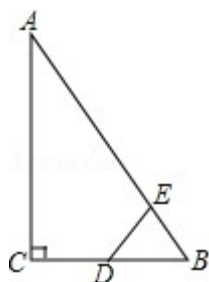
答：解得 $x_1=0, x_2=5$.

故选C.

点 本题考查了因式分解法解一元二次方程，当方程的左边能因式分解时，一般情况下

评：是把左边的式子因式分解，再利用积为0的特点解出方程的根. 因式分解法是解一元二次方程的一种简便方法，要会灵活运用.

10. (5分) (2013·新疆) 如图，Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=60^\circ$, $BC=2\text{cm}$, D为BC的中点，若动点E以1cm/s的速度从A点出发，沿着A \rightarrow B \rightarrow A的方向运动，设E点的运动时间为t秒 ($0 \leq t < 6$)，连接DE，当 $\triangle BDE$ 是直角三角形时，t的值为 ()



A . 2

B . 2.5 或 3.5

C . 3.5 或 4.5

D . 2 或 3.5 或 4.5

考 相似三角形的判定与性质；含 30 度角的直角三角形 .

点 :

专 动点型 .

题 :

分 由 Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=60^\circ$, $BC=2\text{cm}$, 可求得 AB 的长, 由 D 为 BC
析 的中点, 可求得 BD 的长, 然后分别从若 $\angle DBE=90^\circ$ 与若 $\angle EDB=90^\circ$ 时, 去分析求解
 即可求得答案 .

解 解: \because Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=60^\circ$, $BC=2\text{cm}$,

答 $\therefore AB=2BC=4$ (cm) ,

$\because BC=2\text{cm}$, D 为 BC 的中点, 动点 E 以 1cm/s 的速度从 A 点出发,

$\therefore BD=\frac{1}{2}BC=1$ (cm) , $BE=AB-AE=4-t$ (cm) ,

若 $\angle DBE=90^\circ$,

当 $A \rightarrow B$ 时, $\because \angle ABC=60^\circ$,

$\therefore \angle BDE=30^\circ$,

$\therefore BE=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}$ (cm) ,

$\therefore t=3.5$,

当 $B \rightarrow A$ 时, $t=4+0.5=4.5$.

若 $\angle EDB=90^\circ$ 时,

当 $A \rightarrow B$ 时, $\because \angle ABC=60^\circ$,

$\therefore \angle BED=30^\circ$,

$\therefore BE=2BD=2$ (cm) ,

$\therefore t=4-2=2$,

当 $B \rightarrow A$ 时, $t=4+2=6$ (舍去) .

综上所述可得: t 的值为 2 或 3.5 或 4.5 .

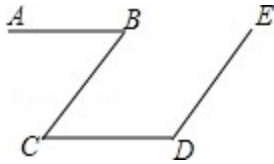
故选 D .

点 此题考查了含 30° 角的直角三角形的性质 . 此题属于动点问题, 难度适中, 注意掌握

评 : 分类讨论思想与数形结合思想的应用 .

二、填空题 (本大题共 6 题, 每题 5 分, 共 30 分)

11 . (5 分) (2013·新疆) 如图, $AB \parallel CD$, $BC \parallel DE$, 若 $\angle B=50^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是 130 $^\circ$



考 平行线的性质 .

点 :

分 首先根据平行线的性质可得 $\angle B = \angle C = 50^\circ$, 再根据 $BC \parallel DE$ 可根据两直线平行 , 同旁内角互补可得答案 .

解 解 : $\because AB \parallel CD$,

答 : $\therefore \angle B = \angle C = 50^\circ$,

$\because BC \parallel DE$,

$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$,

$\therefore \angle D = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$,

故答案为 : 130° .

点 此题主要考查了平行线的性质 , 关键是掌握两直线平行 , 同旁内角互补 . 两直线平行 , 内错角相等 .

12 . (5分) (2013·新疆) 化简 $\frac{x-1}{x-2} \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-4} = \frac{x+2}{x-1}$.

考 分式的乘除法 .

点 :

分 原式利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算 , 约分即可得到结果 .

解

答 : 解 : 原式 $= \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)^2} = \frac{x+2}{x-1}$.

故答案为 : $\frac{x+2}{x-1}$

点 此题考查了分式的乘除法 , 分式的乘除法运算的关键是约分 , 约分的关键是找公因式 .

13 . (5分) (2013·新疆) 2009年国家扶贫开发工作重点县农村居民人均纯收入为2027元 , 2011年增长到3985元 . 若设年平均增长率为 x , 则根据题意可列方程为 $2027(1+x)^2=3985$.

考 由实际问题抽象出一元二次方程 .

点 :

专 增长率问题 .

题 :

分 2011年农村居民人均纯收入 = 2009年农村居民人均纯收入 $\times (1 + \text{人均纯收入的平均增$

析：长率)²，把相关数值代入即可求解．

解：解：∵2009年农村居民人均纯收入为2027元，人均纯收入的平均增长率为x，

答：∴2010年农村居民人均纯收入为2027(1+x)，

∴2011年农村居民人均纯收入为2027(1+x)(1+x)，

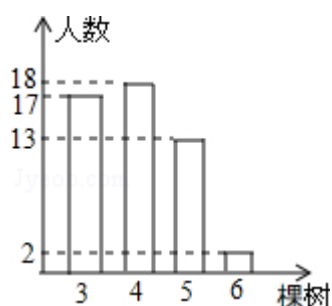
∴可列方程为2027(1+x)²=3985，

故答案为2027(1+x)²=3985．

点 本题考查求平均变化率的方法．若设变化前的量为a，变化后的量为b，平均变化率

评：为x，则经过两次变化后的数量关系为a(1±x)²=b．

14．(5分)(2013•新疆)某校九年级420名学生参加植树活动，随机调查了50名学生植树的数量，并根据数据绘制了如下条形统计图，请估计该校九年级学生此次植树活动约植树 1680 棵．



考 用样本估计总体；条形统计图；加权平均数．

点：

分 首先计算50名学生的平均植树量，然后用样本的平均数估计总体的平均数即可；

析：

解：解：九年级共植树 $420 \times \frac{3 \times 17 + 4 \times 18 + 5 \times 13 + 6 \times 2}{2 + 13 + 17 + 18} = 1680$ 棵，

答：

故答案为：1680

点 本题考查了用样本估计总体、条形统计图及加权平均数的知识，解题的关键是能从

评：条形统计图中读懂有关信息并求得人均植树量．

15．(5分)(2013•新疆)如果关于x的一元二次方程x²-4x+k=0有实数根，那么k的取值范围是 k≤4 ．

考 根的判别式．

点：

专 计算题．

题：

分 根据方程有实数根，得到根的判别式的值大于等于0，列出关于k的不等式，求出不

析：等式的解集即可得到k的范围．

解：解：根据题意得：△=16-4k≥0，

答：解得：k≤4．

故答案为：k≤4．

点 此题考查了根的判别式，根的判别式的值大于0，方程有两个不相等的实数根；根的
评：判别式的值等于0，方程有两个相等的实数根；根的判别式的值小于0，方程没有实数根。

16. (5分) (2013·新疆) 某书定价25元，如果一次购买20本以上，超过20本的部分打八折，试写出付款金额 y (单位：元) 与购书数量 x (单位：本) 之间的函数关系__ $y=$

$$\begin{cases} 25x & (0 \leq x \leq 20) \\ 20x+100 & (x > 20) \end{cases} .$$

考 分段函数。

点：

分 本题采取分段收费，根据20本及以下单价为25元，20本以上，超过20本的部分打八折分别求出付款金额 y 与购书数 x 的函数关系式，再进行整理即可得出答案。

析：解：根据题意得：

解：

答：

$$y = \begin{cases} 25x & (0 \leq x \leq 20) \\ 25 \times 20 + 0.8 \times 25(x - 20) & (x > 20) \end{cases} ,$$

整理得：

$$\begin{cases} 25x & (0 \leq x \leq 20) \\ 20x+100 & (x > 20) \end{cases} ;$$

则付款金额 y (单位：元) 与购书数量 x (单位：本) 之间的函数关系是 $y=$

$$\begin{cases} 25x & (0 \leq x \leq 20) \\ 20x+100 & (x > 20) \end{cases} ;$$

故答案为： $y = \begin{cases} 25x & (0 \leq x \leq 20) \\ 20x+100 & (x > 20) \end{cases} .$

点 此题考查了分段函数，理解分段收费的意义，明确每一段购书数量及相应的购书单
评：价是解题的关键，要注意 x 的取值范围。

三、解答题 (一) (本大题共4题，共30分)

17. (6分) (2013·新疆) 解不等式组
$$\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 4 & \text{①} \\ \frac{2x - 1}{3} > x - \frac{5}{2} & \text{②} \end{cases} .$$

考 解一元一次不等式组。

点：

专 计算题。

题：

分 先求出两个不等式的解集，再求其公共解。

析：

解：
$$\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 4 & \text{①} \\ \frac{2x - 1}{3} > x - \frac{5}{2} & \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得， $x \geq 1$ ，

解不等式②得， $x < 6.5$ ，

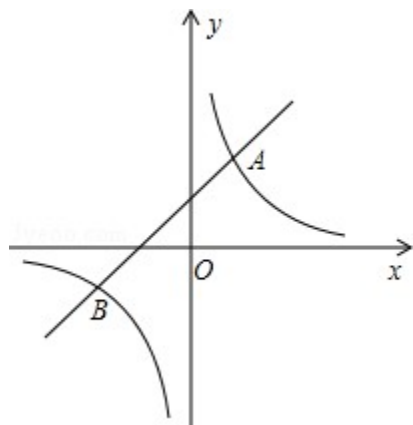
所以，不等式组的解集是 $1 \leq x < 6.5$ 。

点 本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法，其简便求法就是用口诀求解。求不
 评： 等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）。

18. (8分) (2013·新疆) 如图，已知一次函数 $y_1 = kx + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象交于

A (2, 4)、B (-4, n) 两点。

- (1) 分别求出 y_1 和 y_2 的解析式；
- (2) 写出 $y_1 = y_2$ 时， x 的值；
- (3) 写出 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围。



考 反比例函数与一次函数的交点问题。

点：

专 计算题。

题：

分 (1) 将 A 坐标代入反比例解析式中求出 m 的值，确定出反比例解析式，将 B 坐标
 析： 代入反比例解析式求出 n 的值，确定出 B 坐标，将 A 与 B 坐标代入一次函数解析式
 求出 k 与 b 的值，即可确定出一次函数解析式；

(2) 联立两函数解析式，求出方程组的解即可得到 x 的值；

(3) 由两函数交点坐标，利用图形即可得出所求不等式的解集。

解： (1) 将 A (2, 4) 代入反比例解析式得： $m = 8$ ，

答： \therefore 反比例函数解析式为 $y_2 = \frac{8}{x}$ ，

将 B (-4, n) 代入反比例解析式得： $n = -2$ ，即 B (-4, -2)，

将 A 与 B 坐标代入一次函数解析式得：
$$\begin{cases} 2k + b = 4 \\ -4k + b = -2 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases}$ ，

则一次函数解析式为 $y_1=x+2$ ；

(2) 联立两函数解析式得： $\begin{cases} y=x+2 \\ y=\frac{8}{x} \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$ ，

则 $y_1=y_2$ 时， x 的值为 2 或 -4；

(3) 利用图象得： $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围为 $-4 < x < 0$ 或 $x > 2$ 。

点评： 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，利用了待定系数法与数形结合的数学思想，熟练掌握待定系数法是解本题的关键。

19. (8分) (2013·新疆) 长城公司为希望小学捐赠甲、乙两种品牌的体育器材，甲品牌有 A、B、C 三种型号，乙品牌有 D、E 两种型号，现要从甲、乙两种品牌的器材中各选购一种型号进行捐赠。

(1) 写出所有的选购方案 (用列表法或树状图)；

(2) 如果在上述选购方案中，每种方案被选中的可能性相同，那么 A 型器材被选中的概率是多少？

考点： 列表法与树状图法。

分析：

(1) 画出树状图即可；

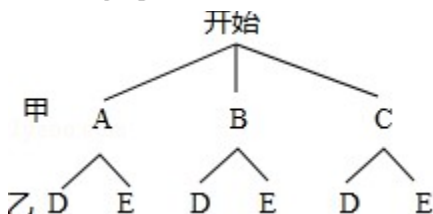
(2) 根据树状图可以直观的得到共有 6 种情况，选中 A 的情况有 2 种，进而得到概率。

解答： (1) 如图所示：

答案：

(2) 所有的情况有 6 种，
A 型器材被选中情况有 2 中，

概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。



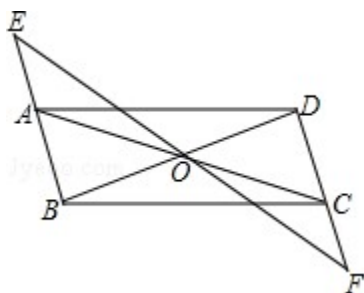
点评： 本题考查概率公式，即如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其

中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

20. (8分) (2013·新疆) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 O 是 AC 与 BD 的交点, 过点 O 的直线与 BA 、 DC 的延长线分别交于点 E 、 F .

(1) 求证: $\triangle AOE \cong \triangle COF$;

(2) 请连接 EC 、 AF , 则 EF 与 AC 满足什么条件时, 四边形 $AECF$ 是矩形, 并说明理由.



考点: 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质; 矩形的判定.

分析:

(1) 根据平行四边形的性质和全等三角形的证明方法证明即可;

(2) 请连接 EC 、 AF , 则 EF 与 AC 满足 $EF=AC$ 是, 四边形 $AECF$ 是矩形, 首先证明四边形 $AECF$ 是平行四边形, 再根据对角线相等的平行四边形为矩形即可证明.

解答: (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AO=CO, AB \parallel CD$.

$\therefore \angle E = \angle F$ 又 $\angle AOE = \angle COF$.

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA);

(2) 连接 EC 、 AF , 则 EF 与 AC 满足 $EF=AC$ 时, 四边形 $AECF$ 是矩形, 理由如下:

由 (1) 可知 $\triangle AOE \cong \triangle COF$,

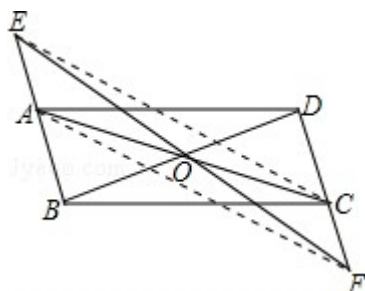
$\therefore OE=OF$,

$\because AO=CO$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$\because EF=AC$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是矩形.

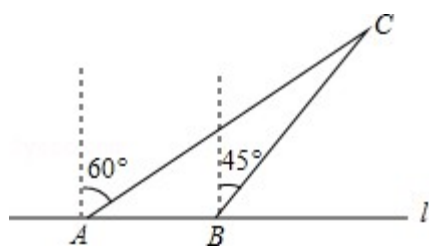


点评: 本题主要考查了全等三角形的性质与判定、平行四边形的性质以及矩形的判定, 首

先利用平行四边形的性质构造全等条件, 然后利用全等三角形的性质解决问题

四、解答题 (二) (本大题共 4 题, 共 40 分)

21. (8分) (2013·新疆) 如图所示, 一条自西向东的观光大道 l 上有 A 、 B 两个景点, A 、 B 相距 2km , 在 A 处测得另一景点 C 位于点 A 的北偏东 60° 方向, 在 B 处测得景点 C 位于景点 B 的北偏东 45° 方向, 求景点 C 到观光大道 l 的距离. (结果精确到 0.1km)



考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析:

过点 C 作 $CD \perp l$ 于点 D , 设 $CD = x\text{km}$. 先解直角 $\triangle ACD$, 得出 $AD = \sqrt{3}CD = \sqrt{3}x\text{km}$, 再解直角 $\triangle BCD$, 得出 $BD = CD = x\text{km}$, 然后根据 $AD - BD = AB$, 列出关于 x 的方程, 解方程即可.

解: 如图, 过点 C 作 $CD \perp l$ 于点 D , 设 $CD = x\text{km}$.

答: 在 $\triangle ACD$ 中, $\because \angle ADC = 90^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$,

$$\therefore AD = \sqrt{3}CD = \sqrt{3}x\text{km}.$$

在 $\triangle BCD$ 中, $\because \angle BDC = 90^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$,

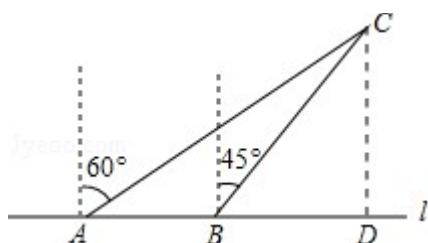
$$\therefore BD = CD = x\text{km}.$$

$$\because AD - BD = AB,$$

$$\therefore \sqrt{3}x - x = 2,$$

$$\therefore x = \sqrt{3} + 1 \approx 2.7 \text{ (km)}.$$

故景点 C 到观光大道 l 的距离约为 2.7km .



点评: 本题考查三角形知识的实际运用, 难度适中, 通过作辅助线构造直角三角形是解题的关键.

22. (8分) (2013·新疆) 佳佳果品店在批发市场购买某种水果销售, 第一次用 1200 元购进若干千克, 并以每千克 8 元出售, 很快售完. 由于水果畅销, 第二次购买时, 每千克的进价比第一次提高了 10% , 用 1452 元所购买的数量比第一次多 20 千克, 以每千克 9 元售出 100 千克后, 因出现高温天气, 水果不易保鲜, 为减少损失, 便降价 50% 售完剩余的水果.

(1) 求第一次水果的进价是每千克多少元?

(2) 该果品店在这两次销售中, 总体上是盈利还是亏损? 盈利或亏损了多少元?

考点: 分式方程的应用.

分析:

分析： (1) 设第一次购买的单价为 x 元，则第二次的单价为 $1.1x$ 元，第一次购买用了 1200 元，第二次购买用了 1452 元，第一次购水果 $\frac{1200}{x}$ ，第二次购水果 $\frac{1452}{1.1x}$ ，根据第二次购水果数多 20 千克，可得出方程，解出即可得出答案；

(2) 先计算两次购水果数量，赚钱情况：卖水果量 \times (实际售价 - 当次进价)，两次合计，就可以回答问题了。

解答： (1) 设第一次购买的单价为 x 元，则第二次的单价为 $1.1x$ 元，

根据题意得：
$$\frac{1452}{1.1x} - \frac{1200}{x} = 20,$$

解得： $x=6$ ，

经检验， $x=6$ 是原方程的解，

(2) 第一次购水果 $1200 \div 6 = 200$ (千克) .

第二次购水果 $200 + 20 = 220$ (千克) .

第一次赚钱为 $200 \times (8 - 6) = 400$ (元) .

第二次赚钱为 $100 \times (9 - 6.6) + 120 \times (9 \times 0.5 - 6 \times 1.1) = -12$ (元) .

所以两次共赚钱 $400 - 12 = 388$ (元) .

答：第一次水果的进价为每千克 6 元，该老板两次卖水果总体上是赚钱了，共赚了 388 元 .

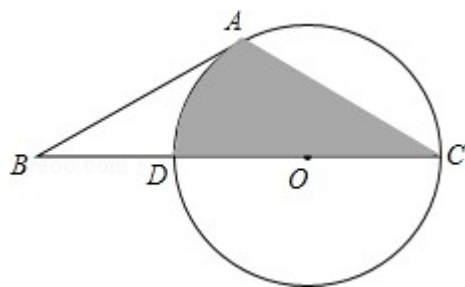
点评： 本题具有一定的综合性，应该把问题分成购买水果这一块，和卖水果这一块，分别考虑，掌握这次活动的流程 . 分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键 .

23 . (12分) (2013·新疆) 如图，已知 $\odot O$ 的半径为 4， CD 是 $\odot O$ 的直径， AC 为 $\odot O$ 的弦， B 为 CD 延长线上的一点， $\angle ABC = 30^\circ$ ，且 $AB = AC$.

(1) 求证： AB 为 $\odot O$ 的切线；

(2) 求弦 AC 的长；

(3) 求图中阴影部分的面积 .



考点： 切线的判定；扇形面积的计算 .

分析：

(1) 如图，连接 OA ，欲证明 AB 为 $\odot O$ 的切线，只需证明 $AB \perp OA$ 即可；

(2) 如图，连接 AD ，构建直角 $\triangle ADC$ ，利用“30 度角所对的直角边是斜边的一半”求得 $AD=4$ ，然后利用勾股定理来求弦 AC 的长度；

(3) 根据图示知，图中阴影部分的面积 = 扇形 ADO 的面积 + $\triangle AOC$ 的面积 .

解 (1) 证明：如图，连接 OA .

答： $\because AB=AC, \angle ABC=30^\circ,$
 $\therefore \angle ABC=\angle ACB=30^\circ.$
 $\therefore \angle AOB=2\angle ACB=60^\circ,$
 \therefore 在 $\triangle ABO$ 中, $\angle AOB=180^\circ - \angle ABO - \angle OAB=90^\circ$, 即 $AB \perp OA$,
 又 $\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径,
 $\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 如图, 连接 AD .
 $\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle DAC=90^\circ.$
 \because 由(1)知, $\angle ACB=30^\circ,$
 $\therefore AD=\frac{1}{2}CD=4,$

则根据勾股定理知 $AC=\sqrt{CD^2 - AD^2}=4\sqrt{3}$, 即弦 AC 的长是 $4\sqrt{3}$;

(3) 解: 由(2)知, 在 $\triangle ADC$ 中, $\angle DAC=90^\circ, AD=4, AC=4\sqrt{3}$, 则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}$

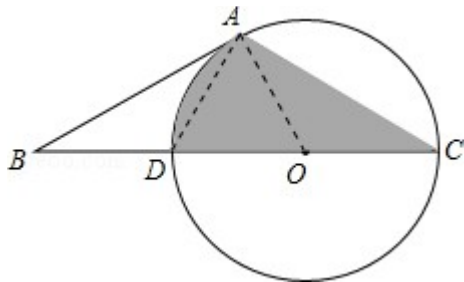
$$AD \cdot AC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}.$$

\because 点 O 是 $\triangle ADC$ 斜边上的中点,

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC} = 4\sqrt{3}.$$

根据图示知, $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} ADO} + S_{\triangle AOC} = \frac{60\pi \times 4^2}{360} + 4\sqrt{3} = \frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$, 即图中阴影部分

的面积是 $\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$.



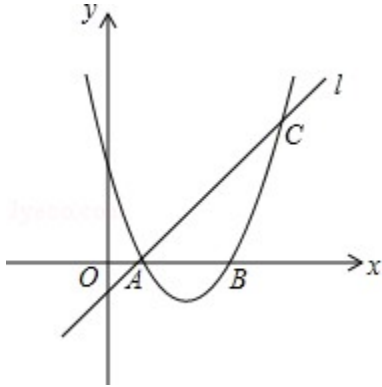
点 本题考查了切线的判定, 圆周角定理以及扇形面积的计算. 解答(3)时, 求 $\triangle AOC$
评: 的面积的技巧性在于利用了“等边同高”三角形的面积相等的性质.

24. (12分) (2013·新疆) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 过点 A 的直线 l 与抛物线交于点 C , 其中 A 点的坐标是 $(1, 0)$, C 点坐标是 $(4, 3)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在(1)中抛物线的对称轴上是否存在点 D , 使 $\triangle BCD$ 的周长最小? 若存在, 求出点 D 的坐标, 若不存在, 请说明理由;

(3) 若点E是(1)中抛物线上的一个动点,且位于直线AC的下方,试求 $\triangle ACE$ 的最大面积及E点的坐标.



考点：二次函数综合题.

点：

专题：代数几何综合题.

题：

分析：(1) 利用待定系数法求二次函数解析式解答即可；

分析：(2) 利用待定系数法求出直线AC的解析式,然后根据轴对称确定最短路线问题,直线AC与对称轴的交点即为所求点D；

(3) 根据直线AC的解析式,设出过点E与AC平行的直线,然后与抛物线解析式联立消掉y得到关于x的一元二次方程,利用根的判别式 $\Delta=0$ 时, $\triangle ACE$ 的面积最大,然后求出此时与AC平行的直线,然后求出点E的坐标,并求出该直线与x轴的交点F的坐标,再求出AF,再根据直线l与x轴的夹角为 45° 求出两直线间的距离,再求出AC间的距离,然后利用三角形的面积公式列式计算即可得解.

解答：解：(1) \because 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 经过点A(1,0),点C(4,3),

$$\therefore \begin{cases} a+b+3=0 \\ 16a+4b+3=3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases}$$

所以,抛物线的解析式为 $y=x^2-4x+3$;

(2) \because 点A、B关于对称轴对称,

\therefore 点D为AC与对称轴的交点时 $\triangle BCD$ 的周长最小,

设直线AC的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

$$\text{则} \begin{cases} k+b=0 \\ 4k+b=3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

所以,直线AC的解析式为 $y=x-1$,

$$\therefore y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1,$$

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=2$,

当 $x=2$ 时, $y=2-1=1$,

∴抛物线对称轴上存在点 D (2, 1) , 使△ BCD 的周长最小；

(3) 如图, 设过点 E 与直线 AC 平行线的直线为 $y=x+m$,

$$\text{联立} \begin{cases} y=x+m \\ y=x^2-4x+3 \end{cases} ,$$

消掉 y 得, $x^2-5x+3-m=0$,

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times (3-m) = 0 ,$$

即 $m = -\frac{13}{4}$ 时, 点 E 到 AC 的距离最大, △ACE 的面积最大,

$$\text{此时 } x = \frac{5}{2}, y = \frac{5}{2} - \frac{13}{4} = -\frac{3}{4} ,$$

∴点 E 的坐标为 $(\frac{5}{2}, -\frac{3}{4})$,

设过点 E 的直线与 x 轴交点为 F, 则 $F(\frac{13}{4}, 0)$,

$$\therefore AF = \frac{13}{4} - 1 = \frac{9}{4} ,$$

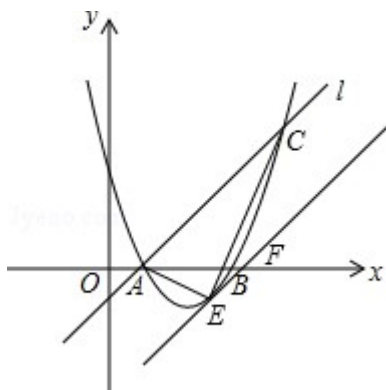
∵直线 AC 的解析式为 $y=x-1$,

∴∠CAB=45° ,

$$\therefore \text{点 F 到 AC 的距离为 } \frac{9}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{8} ,$$

$$\text{又 } \because AC = \sqrt{3^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2} ,$$

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的最大面积} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{9\sqrt{2}}{8} = \frac{27}{8} , \text{ 此时 E 点坐标为 } (\frac{5}{2}, -\frac{3}{4}) .$$



点评: 本题考查了二次函数综合题型, 主要考查了待定系数法求二次函数解析式, 待定系数法求一次函数解析式, 利用轴对称确定最短路线问题, 联立两函数解析式求交点坐标, 利用平行线确定点到直线的最大距离问题.