广安市二O一二年高中阶段教育学校招生考试

数学试卷

注意事项：1．本试卷共 8 页，满分 120 分，考试时间 120 分钟．

2．答题前请考生将自己的姓名、考号填涂到机读卡和试卷相应位置上．

3．请考生将选择题答案填涂在机读卡上，将非选择题直接答在试题卷中．

4．填空题把最简答案直接写在相应题后的横线上．

5．解答三至六题时要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

一、选择题：每小题给出的四个选项中。只有一个选项符合题意要求。请将符合要求的选项的代号填涂在机读卡上(本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

1．-8 的相反数是（　　）

A．8　　B．-8　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$-\frac{1}{8}$

2．经专家估算，整个南海属我国传统海疆线以内的油气资源约合 15000 亿美元，开采前景甚至要超过英国的北海油田。用科学计数法表示 15000 亿美元是（　　）美元．

A．1.5×10^{4}　　B．1.5×10^{5}　　C．1.5×10^{12}　　D．1.5×10^{13}

3．下列运算正确的是（ B ）

A．3a-a=3　　B．$a^2\cdot a^3=a^5$　　C．$a^{15}\div a^3=a^5(a\neq0)$　　D．$(a^3)^3=a^6$

4．图 1 是一个正方体的表面展开图，则原正方体中与“建”字所在的面相对的面上标的字是（　　）

A．美　　B．丽　　C．广　　D．安

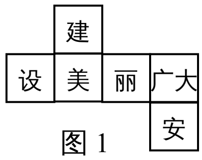


图 1

5．下列说法正确的是（　　）

A．商家卖鞋，最关心的是鞋码的中位数．

B．365 人中必有两人阳历生日相同．

C．要了解全市人民的低碳生活状况，适宜采用抽样调查的方法．

D．随机抽取甲、乙两名同学的 5 次数学成绩，计算得平均分都是 90 分，方差分别为 $S_{甲}^2=5$，$S_{乙}^2=12$，说明乙的成绩较为稳定．

6．在平面直角坐标系 xOy 中，如果有点 P（-2，1）与点 Q（2，-1），那么：①点 P 与点 Q 关于 x 轴对称；②点 P 与点 Q 关于 y 轴对称；③点 P 与点 Q 关于原点对称；④点 P 与点 Q 都在 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上。前面的四种描述正确的是（　　）

A．①②　　B．②③　　C．①④　　D．③④

7．如图 2，某水库堤坝横断面迎水坡 AB 的坡比是 1：$\sqrt{3}$，

堤坝高 BC=50m，则迎水坡面 AB 的长度是（　　）

A．100m　　B．100$\sqrt{3}$m　　C．150m

$\sqrt{3}$ m

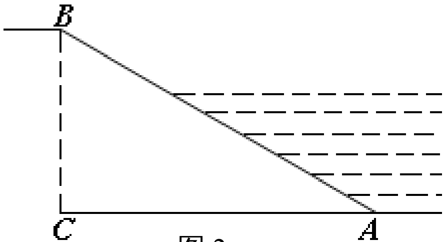


图 2

8．已知关于 x 的一元二次方程$(a-1)x^2-2x+1=0$有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是

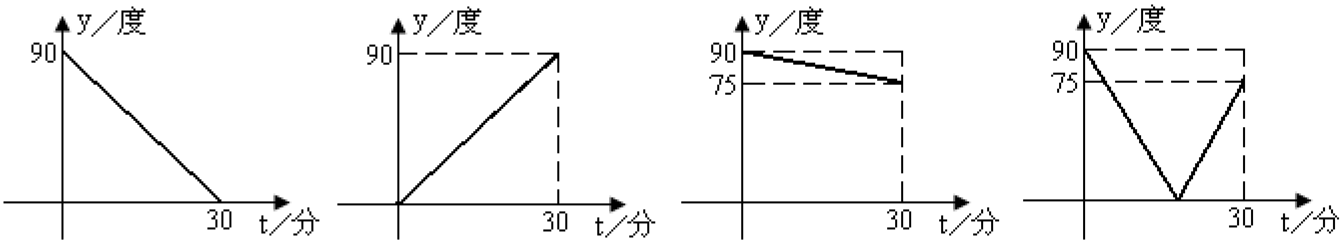
（　　）

A．a>2　　　　B．a<2　　　　C．a<2 且 a≠1　　　　D．a<-2

9．已知等腰△ABC 中，AD⊥BC 于点 D，且 AD=$\frac{1}{2}$BC，则△ABC 底角的度数为（　　）

A．45º　　　　B．75º　　　　C．45º或 15º　　　　D．60º

10．时钟在正常运行时，时针和分针的夹角会随着时间的变化而变化．设时针与分针的夹角为 y（度），运行时间为 t（分），当时间从 3:00 开始到 3:30 止，图 3 中能大致表示与之间的函数关系的图象是（　　）



A　　B　　C　　图 3　D

题号	二	三				四				五	六	总分	总分人
		17	18	19	20	21	22	23	24	25	26		
应得分	18	5	6	6	6	6	8	8	8	9	10	90	
实得分													

得分	评卷人

二、填空题：请把最简答案直接填写在置后的横线上(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

11．分解因式 $3a^2$-12=______________________．

12．实数 m、n 在数轴上的位置如图 4 所示，则| n - m | =___________．

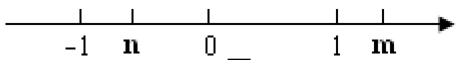


图 4

13．不等式 2x+9≥3(x+2)的正整数解是__________________．

14．如图 5，四边形 ABCD 中，若去掉一个 60º的角得到一个五边形，则∠1+∠2=__________度．

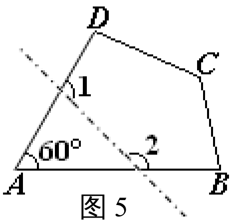


图 5

15．如图 6，Rt△ABC 的边 BC 位于直线 l 上，AC=$\sqrt{3}$，∠ACB=90º，∠A=30º，若△RtABC 由现在的位置向右无滑动地翻转，当点 A 第 3 次落在直线上 l 时，点 A 所经过的路线的长为__________________（结果用含 л 的式子表示）．

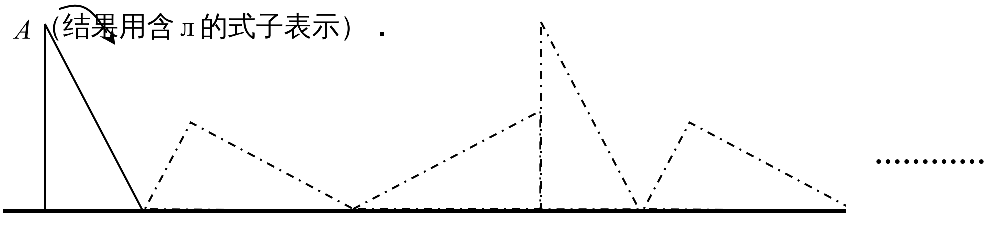


图 6

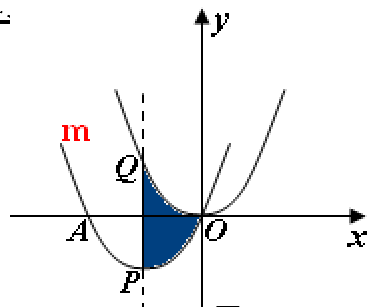


图 7

16．如图 7，把抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 平移得到抛物线 m，抛物线 m 经过点 A（-6，0）和原点 O（0，0），它的顶点为 P，它的对称轴与抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 交于点 Q，则图中阴影部分的面积为________________．

得分	评卷人

三、解答题（本大题共 4 个小题，第 17 小题 5 分，第 18、19、20 小题各 6 分．共 23 分）

17．（5 分）计算：$\frac{\sqrt{18}}{2}-(-\frac{2}{3})-\cos45^{\circ}+3^{-1}$

18．（6 分）$\frac{2}{3}+\frac{x}{3x-1}=\frac{1}{9x-3}$

19．（6 分）如图 8，四边形 ABCD 是平行四边形，点 E 在 BA 的延长线上，且 BE=AD，点 F 在 AD 上，AF=AB。求证：△AEF≌△DFC。

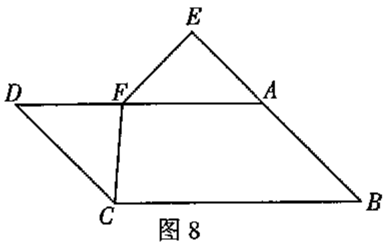


图 8

20．（6 分）如图 9，已知双曲线 y=k/x 和直线 y=mx+n 交于点 A 和 B，B 点的坐标是（2，-3），AC 垂直 y 轴于点 C，AC=3/2。

（1）求双曲线和直线的解析式；（2）求△AOB 的面积。

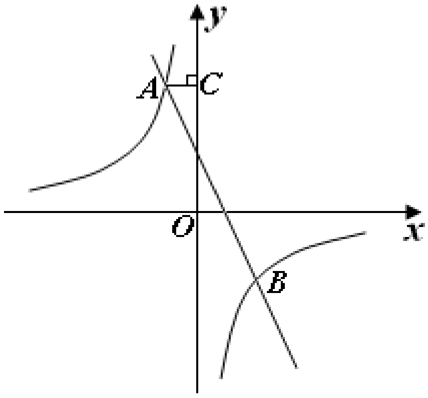


图 9

得分	评卷人

四、实践应用（本大题共 4 个小题，其中第 21 小题 6 分，第 22、23、24 每小题 8 分，共 30 分）

21．（6 分）为了备战初三物理、化学实验操作考试，某校对初三学生进行了模拟训练。物理、化学各有 4 个不同的操作实验题目，物理用番号①、②、③、④代表，化学用字母 a、b、c、d 表示。测试时每名学生每科只操作一个实验，实验的题目由学生抽签确定，第一次抽签确定物理实验题目，第二次抽签确定化学实验题目。

（1）请用树形图或列表法，表示某个同学抽签的各种可能情况。

（2）小张同学对物理的①、②和化学的 b、c 的号实验准备得较好，他同时抽到两科都准备较好的实验题目的概率是多少？

22．（8 分）某学校为了改善办学条件，计划购置一批电子白板和一批笔记本电脑。经投标，购买 1 块电子白板比买 3 台笔记本电脑多 3000 元，购买 4 块电子白板和 5 台笔记本电脑共需 8 万元。

（1）求购买 1 块电子白板和一台笔记本电脑各需多少元？

（2）根据该校实际情况，需购买电子白板和笔记本电脑的总数为 396，要求购买的资金不超过 2700000 元，并且购买笔记本电脑的台数不超过电子白板数量的 3 倍。该校有哪几种购买方案？

（3）上面的哪种购买方案最省钱？按最省钱方案购买需要多少钱？

23．（8 分）如图 10，2012 年 4 月 10 日，中国渔民在中国南海黄岩岛附近捕鱼作业，中国海监船在 A 地侦察发现，在南偏东 60º 方向的 B 地，有一艘某国军舰正以每小时 13 海里的速度向正西方向的 C 地行驶，企图抓捕正在 C 地捕鱼的中国渔民。此时，C 地位于中国海监船的南偏东 45º 方向的 10 海里处，中国海监船以每小时 30 海里的速度赶往 C 地救援我国渔民，能不能及时赶到？（$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sqrt{6}\approx2.45$）

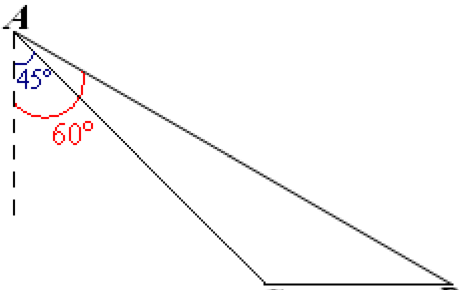


图 10

24．（8 分）现有一块等腰三角形纸板，量得周长为 32cm，底比一腰多 2cm。若把这个三角形纸板沿其对称轴剪开，拼成一个四边形，请画出你能拼成的各种四边形的示意图，并计算拼成的各个四边形的两条对角线长的和。

得分	评卷人

五、推理论证题（本题9分）

25．（9分）如图11，在△ABC中，∠ABC=∠ACB，以AC为直径的⊙O分别交AB、BC于点M、N，点P在AB的延长线上，且∠CAB=2∠BCP。

（1）求证：直线CP是⊙O的切线；（2）若BC=2$\sqrt{5}$，sin∠BCP=$\frac{\sqrt{5}}{5}$，求点B到AC的距离；（3）在（2）的条件下，求△ACP的周长。

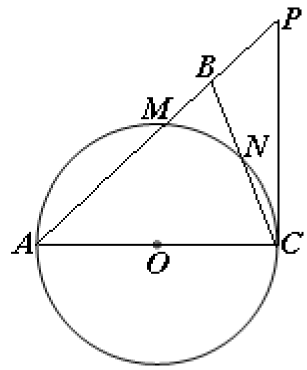


图11

得分	评卷人

六、拓展探索题（本题 10 分）

26．（10 分）如图 12，在平面直角坐标系 xOy 中，AB⊥x 轴于点 B，AB=3，tan∠AOB=3/4。将△OAB 绕着原点 O 逆时针旋转 90°，得到△OA_1B_1；再将△OA_1B_1绕着线段 OB_1的中点旋转 180°，得到△OA_2B_1，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）经过点 B、B_1、A_2。

（1）求抛物线的解析式；

（2）在第三象限内，抛物线上的点 P 在什么位置时，△PBB_1的面积最大？求出这时点 P 的坐标；

（3）在第三象限内，抛物线上是否存在点 Q，使点 Q 到线段 BB_1的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

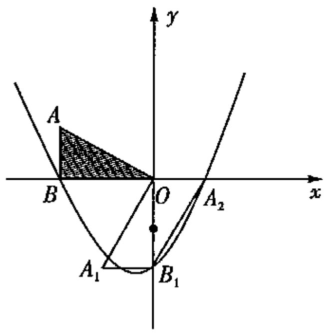
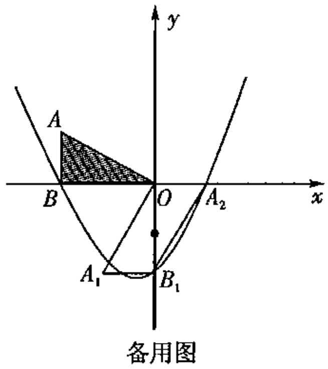


图12



备用图

广安市二〇一二年高中阶段教育学校招生考试

数学试题参考答案及评分标准

一、选择题(共10个小题,每小题3分,共30分)

1. A 2. C 3. B 4. D 5. C 6. D 7. A 8. C 9. C 10. D

二、填空题(共6个小题,每小题3分,共18分)

11. $3(a+2)(a-2)$ 12. $m-n$ 13. 1,2,3 14. 240° 15. $4\pi+\sqrt{3}\pi$ 16. $\frac{27}{2}$

三、解答题(本大题共4个小题,第17小题5分,第18、19、20小题各6分,共23分)

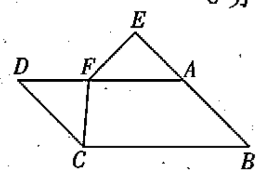
17. 解:原式 $=\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{3}$ ……4分(化对一项给1分) $=\sqrt{2}+1$ ……5分

18. 解:原方程可化为$\frac{2}{3}+\frac{x}{3x-1}=\frac{1}{3(3x-1)}$, $2(3x-1)+3x=1$ ……2分

$x=\frac{1}{3}$ ……4分

检验:当$x=\frac{1}{3}$时,$3(3x-1)=0$,$x=\frac{1}{3}$不是原方程的解.

因此原分式方程无解. ……6分



19. 证明:∵ 四边形$ABCD$是平行四边形

$\therefore AB=CD, AB\parallel CD$ ……2分

$\because AB\parallel CD$, $\therefore \angle EAF=\angle D$

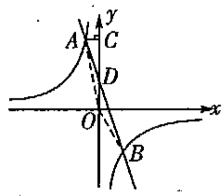
$\because AF=AB, AB=CD$, $\therefore AF=CD$

$\because BE=AD, AB=AF$, $\therefore AE=DF$ ……5分

在$\triangle AEF$和$\triangle DFC$中,

$AF=CD$、$\angle EAF=\angle D$、$AE=DF$

$\therefore \triangle AEF\cong\triangle DFC$ ……6分



20. 解:(1) ∵ 点$B(2,-3)$在双曲线$y=\frac{k}{x}$

$\therefore -3=\frac{k}{2}$, $\therefore k=-6$,

∴ 双曲线的解析式是$y=-\frac{6}{x}$ ……1分

$\because AC=\frac{3}{2}$, ∴ 当$x=-\frac{3}{2}$时,

由$y=-\frac{6}{x}$得$y=4$, $A(-\frac{3}{2},4)$ ……2分

∵ 点$A(-\frac{3}{2},4)$、$B(2,-3)$都在直线$y=mx+n$上

$\therefore \begin{cases}-\frac{3}{2}m+n=4\\2m+n=-3\end{cases}$,解这个方程组,得$m=-2, n=1$

∴ 直线的解析式是$y=-2x+1$ ……3分

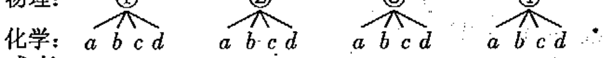
(2) 设直线$y=-2x+1$与y轴的交点为D.

当$x=0$时,由$y=-2x+1$得$y=1$,即$D(0,1)$, $OD=1$ ……4分

$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times1\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\times1\times2=\frac{7}{4}$ ……6分

四、实践应用(本大题共4个小题,其中第21题6分,第22、23、24小题各8分,共30分)

21. 解:(1)



……4分

或者

	a	b	c	d
①	(①, a)	(①, b)	(①, c)	(①, d)
②	(②, a)	(②, b)	(②, c)	(②, d)
③	(③, a)	(③, b)	(③, c)	(③, d)
④	(④, a)	(④, b)	(④, c)	(④, d)

……4 分

(2) 小张同学同时抽到两科都准备得较好的实验题目的概率是：

$P=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ ……6 分

22. 解：(1) 解法一：设购买一台笔记本电脑需要 x 元，则购买 1 块电子白板需要 $(3x+3000)$ 元，根据题意得：

$5x+4(3x+3000)=80000$ ……2 分

解这个方程，得 $x=4000$，当 $x=4000$ 时，$3x+3000=15000$ ……3 分

解法二：设购买一台笔记本电脑需要 x 元，购买 1 块电子白板需要 y 元，根据题意得：

$\begin{cases}y-3x=3000\\4y+5x=80000\end{cases}$ ……2 分

解这个方程组，得 $\begin{cases}x=4000\\y=15000\end{cases}$ ……3 分

因此，购买一台笔记本电脑需要 4000 元，购买 1 块电子白板需要 15000 元.

(2) 设购买笔记本电脑数为 z 台，则购买电子白板数为 $(396-z)$ 块. 根据题意得：

$\begin{cases}4000z+15000(396-z)\leqslant 2700000\\z\leqslant 3(396-z)\end{cases}$ ……5 分

解这个不等式组，得 $294\frac{6}{11}\leqslant z\leqslant 297$

$\because z$ 为正整数 $\therefore z$ 的值为 295 或 296 或 297

当 $z=295$ 时，$396-z=101$；当 $z=296$ 时，$396-z=100$；当 $z=297$ 时，$396-z=99$. ……6 分

因此该校有三种购买方案：

方案一：购买笔记本电脑 295 台，则购买电子白板 101 块；

方案二：购买笔记本电脑 296 台，则购买电子白板 100 块；

方案三：购买笔记本电脑 297 台，则购买电子白板 99 块. ……7 分

(3) 解法一：购买笔记本电脑和电子白板的总费用为：

方案一：$295\times4000+101\times15000=2695000$(元)

方案二：$296\times4000+100\times15000=2684000$(元)

方案三：$297\times4000+99\times15000=2673000$(元)

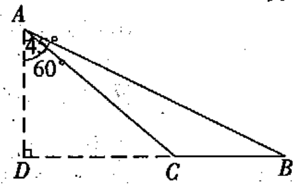
因此，方案三最省钱，按这种方案共需费用 2673000 元 ……8 分

解法二：设购买笔记本电脑数为 z 台，购买笔记本电脑和电子白板的总费用为 W 元，则 $W=4000z+15000(396-z)$ 即 $W=-11000z+5940000$

$\because W$ 随 z 的增大而减小，$\therefore$ 当 $z=297$ 时，W 有最小值 $=2673000$(元)

因此，当购买笔记本电脑 297 台、购买电子白板 99 块时，最省钱，这时共需费用 2673000 元. ……8 分

23. 解：如图：过点 A 作 $AD\perp BC$，交 BC 的延长线于点 D.



由题意知 $\angle DAC=45°$，$\angle DAB=60°$.

$\because AD\perp BC$，$\therefore \sin\angle DAC=\frac{CD}{AC}$，

$\cos\angle DAC=\frac{AD}{AC}$，$\tan\angle DAB=\frac{BD}{AD}$

即 $\sin45°=\frac{CD}{10}$，$\cos45°=\frac{AD}{10}$

$\therefore CD=10\sin45°=5\sqrt{2}$，$AD=10\cos45°=5\sqrt{2}$ ……4 分

$\because \tan 60° = \dfrac{BD}{5\sqrt{2}} \therefore BD = 5\sqrt{2}\tan 60° = 5\sqrt{6}$

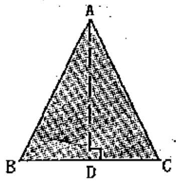
$\therefore BC = 5\sqrt{6} - 5\sqrt{2} \approx 5.20$(海里) ……6 分

中国海监船赶到点 C 所需时间为：$\dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$（时），

某国军舰到达点 C 所需时间为：$\dfrac{5.20}{13} = \dfrac{2}{5}$（时）

因为$\dfrac{1}{3} < \dfrac{2}{5}$，所以 中国海监船能及时赶到 C 地救援我国渔民. ……8 分

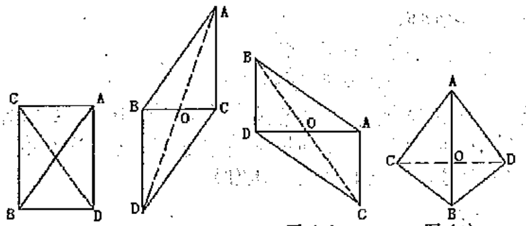
24. 解：设 $AB = AC = x$ cm，则 $BC = (x+2)$cm.



由题意得$(x+2)+2x = 32$，解得$x = 10$. 因此，$AB = AC = 10$cm，$BC = 12$cm

过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D. $\because AB = AC$，$AD \perp BC$

$\therefore BD = CD = 6$cm，$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 8$cm ……1 分



图(1) 图(2) 图(3) 图(4)

可以拼成四种四边形，如上图所示.

图(1) 中，两对角线之和为：$10 + 10 = 20$(cm) ……2 分

图(2) 中，$AO = \sqrt{AC^2 + OC^2} = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73}$ (cm)，

两对角线之和为：$2\sqrt{73} + 6$ (cm) ……4 分

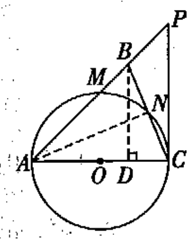
图(3) 中，$BO = \sqrt{BD^2 + OD^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$ (cm)，

两对角线之和为：$4\sqrt{13} + 8$ (cm) ……6 分

图(4) 中，$S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2} \times AC \times BC = \dfrac{1}{2} \times AB \times OC$，$OC = \dfrac{24}{5}$ (cm)，

两对角线之和为：$\dfrac{24}{5} \times 2 + 10 = 19.6$(cm) ……8 分

25. (1) 证明：连接 AN.



$\because \angle ABC = \angle ACB$，$\therefore AB = AC$ $\because AC$是$\odot O$的直径，$\therefore AN \perp BC$

$\therefore \angle CAN = \angle BAN$，$BN = CN$，$\because \angle CAB = 2\angle BCP$，

$\therefore \angle CAN = \angle BCP$ ……2 分

$\because \angle CAN + \angle ACN = 90°$，$\therefore \angle BCP + \angle ACN = 90°$，

$\therefore CP$是$\odot O$的切线 ……3 分

(2) 解：过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D.

由(1)得$BN = CN = \dfrac{1}{2}BC = \sqrt{5}$ $\because AN \perp BC$ $\therefore \sin\angle CAN = \dfrac{CN}{AC}$

又 $\because \angle CAN = \angle BCP$，$\sin\angle BCP = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$ $\therefore \dfrac{CN}{AC} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$AC = 5$；

在 Rt$\triangle CAN$ 中，$AN = \sqrt{AC^2 - CN^2} = 2\sqrt{5}$ ……5 分

在 $\triangle CAN$ 和 $\triangle CBD$ 中，

$\begin{cases} \angle ANC = \angle BDC = 90° \\ \angle ACN = \angle BCD \end{cases}$ $\therefore \triangle CAN \backsim \triangle CBD$

$\therefore \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{BD}{AN}$ $\therefore BD = 4$ ……6 分

(3) 解:在 Rt△BCD 中,$CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=2$

$\therefore AD=AC-CD=5-2=3$ $\because BD\parallel CP$ $\therefore \dfrac{BD}{CP}=\dfrac{AD}{AC}$ $\therefore CP=\dfrac{20}{3}$

在 Rt△APC 中,$AP=\sqrt{AC^2+PC^2}=\dfrac{25}{3}$ ………8 分

因此,△ACP 的周长为:$AC+PC+AP=20$. ………9 分

26. 解:(1) $\because AB\perp x$ 轴,$AB=3$,$\tan\angle AOB=\dfrac{3}{4}$ $\therefore OB=4$

$\therefore B(-4,0)$,$B_1(0,-4)$,$A_2(3,0)$ ………1 分

$\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 经过点 B、B_1、A_2

$\therefore \begin{cases}(-4)^2a-4b+c=0\\ c=-4\\ 3^2a+3b+c=0\end{cases}$ 解这个方程组,得 $a=\dfrac{1}{3}$,$b=\dfrac{1}{3}$,$c=-4$

因此,抛物线的解析式是 $y=\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{1}{3}x-4$ ………3 分

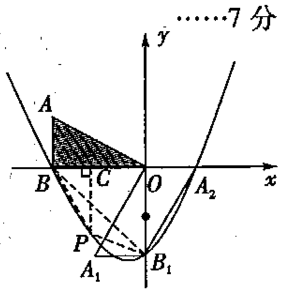
(2) 点 P 是第三象限内抛物线 $y=\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{1}{3}x-4$ 上的一点,过点 P 作 $PC\perp x$ 轴于点 C. 设点 P 的坐标为 (m,n),则 $m<0$,$n<0$,$n=\dfrac{1}{3}m^2+\dfrac{1}{3}m-4$. 于是,

$PC=|n|=-n=-\dfrac{1}{3}m^2-\dfrac{1}{3}m+4$,

$OC=|m|=-m$,$BC=OB-OC=|-4|-|m|=4+m$

$$\begin{aligned}S_{\triangle PBB_1}&=S_{\triangle PBC}+S_{梯形PB_1OC}-S_{\triangle OBB_1}\\&=\frac{1}{2}\times BC\times PC+\frac{1}{2}\times(PC+OB_1)\times OC-\frac{1}{2}\times OB\times OB_1\\&=\frac{1}{2}\times(4+m)\times\left(-\frac{1}{3}m^2-\frac{1}{3}m+4\right)+\frac{1}{2}\times\left[\left(-\frac{1}{3}m^2-\frac{1}{3}m+4\right)+4\right]\times(-m)-\frac{1}{2}\times4\times4\\&=-\frac{2}{3}m^2-\frac{8}{3}m=-\frac{2}{3}(m+2)^2+\frac{8}{3}\end{aligned}$$ ………6 分

当 $m=-2$ 时,△PBB_1 的面积最大. 这时,$n=-\dfrac{10}{3}$,即点 $P\left(-2,-\dfrac{10}{3}\right)$ ……7 分



(3) 假设在第三象限的抛物线上存在点 $Q(x_0,y_0)$,使点 Q 到线段 BB_1 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. 过点 Q 作 $QD\perp BB_1$ 于点 D.

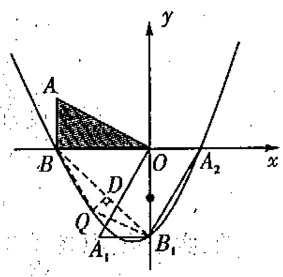
由(2)可知,这时 △PBB_1 的面积可以表示为:

$-\dfrac{2}{3}(x_0+2)^2+\dfrac{8}{3}$

在 Rt△OBB_1 中,$BB_1=\sqrt{OB^2+OB_1^2}=4\sqrt{2}$

$\because S_{\triangle PBB_1}=\dfrac{1}{2}\times BB_1\times QD=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2$

$\therefore -\dfrac{2}{3}(x_0+2)^2+\dfrac{8}{3}=2$ ………9 分



解得,$x_0=-1$ 或 $x_0=-3$

当 $x_0=-1$ 时,$y_0=-4$;当 $x_0=-3$ 时,$y_0=-2$

因此,在第三象限内,抛物线上存在点 Q,使点 Q 到线段 BB_1 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,这样的点 Q 的坐标是 $(-1,-4)$ 或 $(-3,-2)$ ………10 分