

## 2014年安徽省中考数学试卷

### 一、选择题 (本大题共10小题, 每小题4分, 满分40分)

1. (4分) (2014年安徽省)  $(-2) \times 3$  的结果是 ( )

- A.  $-5$  B.  $1$  C.  $-6$  D.  $6$

考点: 有理数的乘法.

分析: 根据两数相乘同号得正, 异号得负, 再把绝对值相乘, 可得答案.

解答: 解: 原式  $= -2 \times 3$

$= -6$ .

故选: C.

点评: 本题考查了有理数的乘法, 先确定积的符号, 再进行绝对值的运算.

2. (4分) (2014年安徽省)  $x^2 \cdot x^3 =$  ( )

- A.  $x^5$  B.  $x^6$  C.  $x^8$  D.  $x^9$

考点: 同底数幂的乘法.

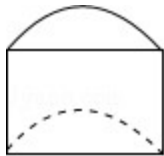
分析: 根据同底数幂的乘法法则, 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 即  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  计算即可.

解答: 解:  $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ .

故选 A.

点评: 主要考查同底数幂的乘法的性质, 熟练掌握性质是解题的关键.

3. (4分) (2014年安徽省) 如图, 图中的几何体是圆柱沿竖直方向切掉一半后得到的, 则该几何体的俯视图是 ( )



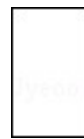
A.



B.



C.



D.



考点: 简单几何体的三视图.

分析: 俯视图是从物体上面看所得到的图形.

解答: 解: 从几何体的上面看俯视图是 ,

故选: D.

点评: 本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

4. (4分) (2014年安徽省)下列四个多项式中,能因式分解的是 ( )
- A.  $a^2+1$                       B.  $a^2-6a+9$                       C.  $x^2+5y$  D.  $x^2-5y$

考点: 因式分解的意义.

分析: 根据因式分解是把一个多项式转化成几个整式积的形式,可得答案.

解答: 解:A、C、D都不能把一个多项式转化成几个整式积的形式,故A、C、D不能因式分解;

B、是完全平方公式的形式,故B能分解因式;

故选:B.

点评: 本题考查了因式分解的意义,把一个多项式转化成几个整式积的形式是解题关键.

5. (4分) (2014年安徽省)某棉纺厂为了解一批棉花的质量,从中随机抽取了20根棉花纤维进行测量,其长度x(单位:mm)的数据分布如下表所示,则棉花纤维长度的数据在 $8 \leq x < 32$ 这个范围的频率为 ( )

棉花纤维长度 x	频数
$0 \leq x < 8$	1
$8 \leq x < 16$	2
$16 \leq x < 24$	8
$24 \leq x < 32$	6
$32 \leq x < 40$	3

- A. 0.8                      B. 0.7                      C. 0.4                      D. 0.2

考点: 频数(率)分布表.

分析: 求得在 $8 \leq x < 32$ 这个范围的频数,根据频率的计算公式即可求解.

解答: 解:在 $8 \leq x < 32$ 这个范围的频数是: $2+8+6=16$ ,

则在 $8 \leq x < 32$ 这个范围的频率是: $\frac{16}{20}=0.8$ .

故选A.

点评: 本题考查了频数分布表,用到的知识点是:频率=频数÷总数.

6. (4分) (2014年安徽省)设n为正整数,且 $n < \sqrt{65} < n+1$ ,则n的值为 ( )
- A. 5                      B. 6                      C. 7                      D. 8

考点: 估算无理数的大小.

分析: 首先得出 $\sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81}$ ,进而求出 $\sqrt{65}$ 的取值范围,即可得出n的值.

解答: 解: $\because \sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81}$ ,

$\therefore 8 < \sqrt{65} < 9$ ,

$\therefore n < \sqrt{65} < n+1$ ,

$\therefore n=8$ ,

故选:D.

点评: 此题主要考查了估算无理数,得出 $\sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81}$ 是解题关键.

7. (4分) (2014年安徽省)已知 $x^2-2x-3=0$ ,则 $2x^2-4x$ 的值为 ( )

A. -6 B. 6 C. -2或6 D. -2或30

考点： 代数式求值 .

分析： 方程两边同时乘以 2，再化出  $2x^2 - 4x$  求值 .

解答： 解： $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$2 \times (x^2 - 2x - 3) = 0$$

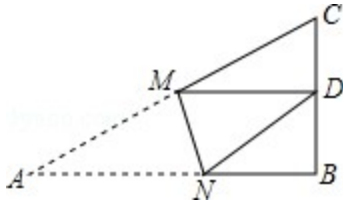
$$2 \times (x^2 - 2x) - 6 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 6$$

故选：B .

点评： 本题考查代数式求值，解题的关键是化出要求的  $2x^2 - 4x$  .

8. (4分) (2014年安徽省)如图，Rt△ABC中，AB=9，BC=6，∠B=90°，将△ABC折叠，使A点与BC的中点D重合，折痕为MN，则线段BN的长为 ( )



A.  $\frac{5}{3}$  B.  $\frac{5}{2}$  C. 4 D. 5

考点： 翻折变换 (折叠问题) .

分析： 设  $BN = x$ ，则由折叠的性质可得  $DN = AN = 9 - x$ ，根据中点的定义可得  $BD = 3$ ，在 Rt△ABC 中，根据勾股定理可得关于  $x$  的方程，解方程即可求解 .

解答： 解：设  $BN = x$ ，由折叠的性质可得  $DN = AN = 9 - x$ ，

∵ D 是 BC 的中点，

$$\therefore BD = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中，} x^2 + 3^2 = (9 - x)^2,$$

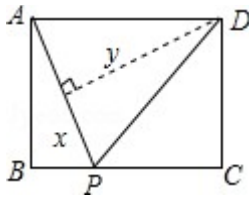
解得  $x = 4$  .

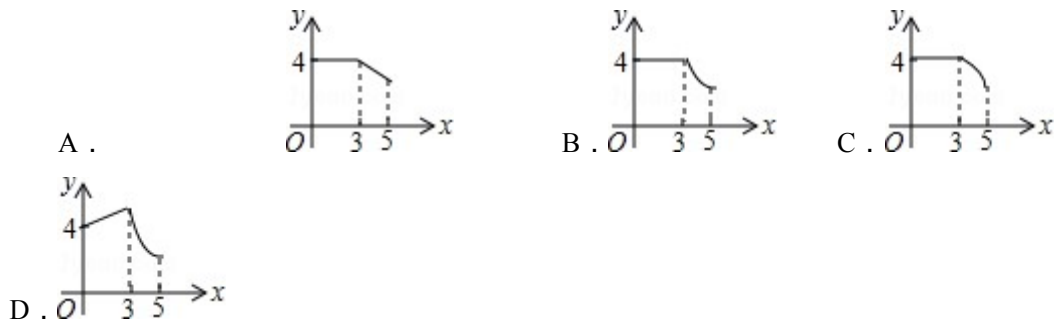
故线段 BN 的长为 4 .

故选：C .

点评： 考查了翻折变换 (折叠问题)，涉及折叠的性质，勾股定理，中点的定义以及方程思想，综合性较强，但是难度不大 .

9. (4分) (2014年安徽省)如图，矩形 ABCD 中，AB=3，BC=4，动点 P 从 A 点出发，按 A→B→C 的方向在 AB 和 BC 上移动，记  $PA = x$ ，点 D 到直线 PA 的距离为  $y$ ，则  $y$  关于  $x$  的函数图象大致是 ( )





考点： 动点问题的函数图象 .

分析： ①点 P 在 AB 上时，点 D 到 AP 的距离为 AD 的长度，②点 P 在 BC 上时，根据同角的余角相等求出  $\angle APB = \angle PAD$ ，再利用相似三角形的列出比例式整理得到 y 与 x 的关系式，从而得解 .

解答： 解：①点 P 在 AB 上时， $0 \leq x \leq 3$ ，点 D 到 AP 的距离为 AD 的长度，是定值 4；

②点 P 在 BC 上时， $3 < x \leq 5$ ，

$$\because \angle APB + \angle BAP = 90^\circ,$$

$$\angle PAD + \angle BAP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle PAD,$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle DEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle DEA,$$

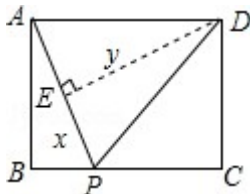
$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AP}{AD},$$

$$\text{即} \frac{3-x}{y} = \frac{x}{4},$$

$$\therefore y = \frac{12}{x},$$

纵观各选项，只有 B 选项图形符合 .

故选 B .



点评： 本题考查了动点问题函数图象，主要利用了相似三角形的判定与性质，难点在于根据点 P 的位置分两种情况讨论 .

10 . (4 分) (2014 年安徽省)如图，正方形 ABCD 的对角线 BD 长为  $2\sqrt{2}$ ，若直线 l 满足：

①点 D 到直线 l 的距离为  $\sqrt{3}$ ；

②A、C 两点到直线 l 的距离相等 .

则符合题意的直线 l 的条数为 ( )



12. (5分) (2014年安徽省)某厂今年一月份新产品的研发资金为  $a$  元, 以后每月新产品的研发资金与上月相比增长率都是  $x$ , 则该厂今年三月份新产品的研发资金  $y$  (元) 关于  $x$  的函数关系式为  $y = a(1+x)^2$ .

考点: 根据实际问题列二次函数关系式.

分析: 由一月份新产品的研发资金为  $a$  元, 根据题意可以得到2月份研发资金为  $a \times (1+x)$ , 而三月份在2月份的基础上又增长了  $x$ , 那么三月份的研发资金也可以用  $x$  表示出来, 由此即可确定函数关系式.

解答: 解:  $\because$  一月份新产品的研发资金为  $a$  元,  
2月份起, 每月新产品的研发资金与上月相比增长率都是  $x$ ,  
 $\therefore$  2月份研发资金为  $a \times (1+x)$ ,  
 $\therefore$  三月份的研发资金为  $y = a \times (1+x) \times (1+x) = a(1+x)^2$ .

故填空答案:  $a(1+x)^2$ .

点评: 此题主要考查了根据实际问题二次函数列解析式, 此题是平均增长率的问题, 可以用公式  $a(1 \pm x)^2 = b$  来解题.

13. (5分) (2014年安徽省)方程  $\frac{4x-12}{x-2} = 3$  的解是  $x = 6$ .

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到  $x$  的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得:  $4x - 12 = 3x - 6$ ,  
解得:  $x = 6$ ,

经检验  $x = 6$  是分式方程的解.

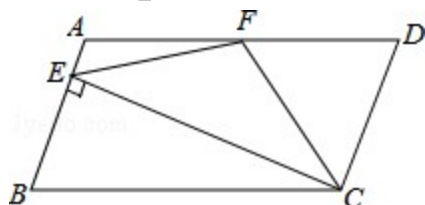
故答案为: 6.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

14. (5分) (2014年安徽省)如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AD = 2AB$ ,  $F$  是  $AD$  的中点, 作  $CE \perp AB$ , 垂足  $E$  在线段  $AB$  上, 连接  $EF$ 、 $CF$ , 则下列结论中一定成立的是 ①②④.

(把所有正确结论的序号都填在横线上)

①  $\angle DCF = \frac{1}{2} \angle BCD$ ; ②  $EF = CF$ ; ③  $S_{\triangle BEC} = 2S_{\triangle CEF}$ ; ④  $\angle DFE = 3 \angle AEF$ .



考点: 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质; 直角三角形斜边上的中线.

分析: 分别利用平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质得出  $\triangle AEF \cong \triangle DMF$  (ASA), 得出对应线段之间关系进而得出答案.

解答：解：①∵F是AD的中点，  
 $\therefore AF=FD$ ，  
 $\therefore$ 在 $\square ABCD$ 中， $AD=2AB$ ，  
 $\therefore AF=FD=CD$ ，  
 $\therefore \angle DFC=\angle DCF$ ，  
 $\therefore AD\parallel BC$ ，  
 $\therefore \angle DFC=\angle FCB$ ，  
 $\therefore \angle DCF=\angle BCF$ ，  
 $\therefore \angle DCF=\frac{1}{2}\angle BCD$ ，故此选项正确；

延长EF，交CD延长线于M，  
 $\therefore$ 四边形ABCD是平行四边形，

$\therefore AB\parallel CD$ ，  
 $\therefore \angle A=\angle MDE$ ，  
 $\therefore$ F为AD中点，  
 $\therefore AF=FD$ ，

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DFM$ 中，

$$\begin{cases} \angle A=\angle FDM \\ AF=DF \\ \angle AFE=\angle DFM \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF\cong\triangle DMF$  (ASA)，

$\therefore FE=MF$ ， $\angle AEF=\angle M$ ，

$\therefore CE\perp AB$ ，

$\therefore \angle AEC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle AEC=\angle ECD=90^\circ$ ，

$\therefore FM=EF$ ，

$\therefore FC=FM$ ，故②正确；

③∵ $EF=FM$ ，

$\therefore S_{\triangle EFC}=S_{\triangle CFM}$ ，

$\therefore MC>BE$ ，

$\therefore S_{\triangle BEC}<2S_{\triangle EFC}$

故 $S_{\triangle BEC}=2S_{\triangle CEF}$ 错误；

④设 $\angle FEC=x$ ，则 $\angle FCE=x$ ，

$\therefore \angle DCF=\angle DFC=90^\circ-x$ ，

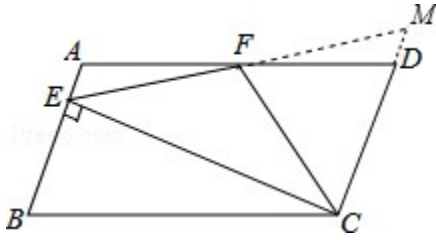
$\therefore \angle EFC=180^\circ-2x$ ，

$\therefore \angle EFD=90^\circ-x+180^\circ-2x=270^\circ-3x$ ，

$\therefore \angle AEF=90^\circ-x$ ，

$\therefore \angle DFE=3\angle AEF$ ，故此选项正确。

故答案为：①②④。



点评： 此题主要考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质等知识，得出  $\triangle AEF \cong \triangle DME$  是解题关键。

### 三、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

15. (8 分) (2014 年安徽省) 计算： $\sqrt{25} - |-3| - (-\pi)^0 + 2013$  .

考点： 实数的运算；零指数幂 . .

专题： 计算题 .

分析： 原式第一项利用平方根定义化简，第二项利用绝对值的代数意义化简，第三项利用零指数幂法则计算，计算即可得到结果 .

解答： 解：原式  $= 5 - 3 - 1 + 2013$   
 $= 2014$  .

点评： 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键 .

16. (8 分) (2014 年安徽省) 观察下列关于自然数的等式：

$$3^2 - 4 \times 1^2 = 5 \quad \text{①}$$

$$5^2 - 4 \times 2^2 = 9 \quad \text{②}$$

$$7^2 - 4 \times 3^2 = 13 \quad \text{③}$$

...

根据上述规律解决下列问题：

(1) 完成第四个等式： $9^2 - 4 \times \underline{4}^2 = \underline{17}$ ；

(2) 写出你猜想的第  $n$  个等式 (用含  $n$  的式子表示)，并验证其正确性 .

考点： 规律型：数字的变化类；完全平方公式 . .

分析： 由①②③三个等式可得，被减数是从 3 开始连续奇数的平方，减数是从 1 开始连续自然数的平方的 4 倍，计算的结果是被减数的底数的 2 倍减 1，由此规律得出答案即可 .

解答： 解：(1)  $3^2 - 4 \times 1^2 = 5$  ①

$$5^2 - 4 \times 2^2 = 9 \quad \text{②}$$

$$7^2 - 4 \times 3^2 = 13 \quad \text{③}$$

...

所以第四个等式： $9^2 - 4 \times 4^2 = 17$ ；

(2) 第  $n$  个等式为： $(2n+1)^2 - 4n^2 = 2(2n+1) - 1$ ，

$$\text{左边} = (2n+1)^2 - 4n^2 = 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 = 4n + 1,$$

$$\text{右边} = 2(2n+1) - 1 = 4n + 2 - 1 = 4n + 1.$$

左边 = 右边

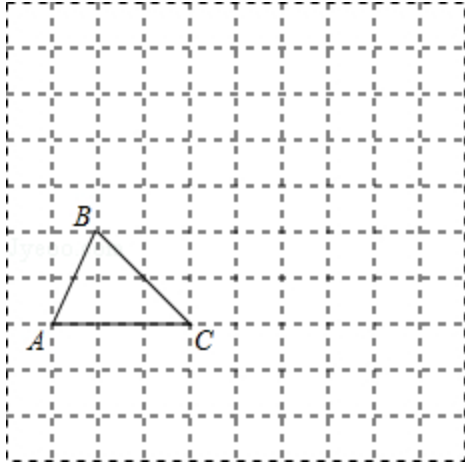
$$\therefore (2n+1)^2 - 4n^2 = 2(2n+1) - 1.$$

点评： 此题考查数字的变化规律，找出数字之间的运算规律，利用规律解决问题 .

四、(本大题共2小题,每小题8分,满分16分)

17. (8分) (2014年安徽省)如图,在边长为1个单位长度的小正方形组成的网格中,给出了格点 $\triangle ABC$  (顶点是网格线的交点) .

- (1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移3个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ,请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ;
- (2) 请画一个格点 $\triangle A_2B_2C_2$ ,使 $\triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle ABC$ ,且相似比不为1.



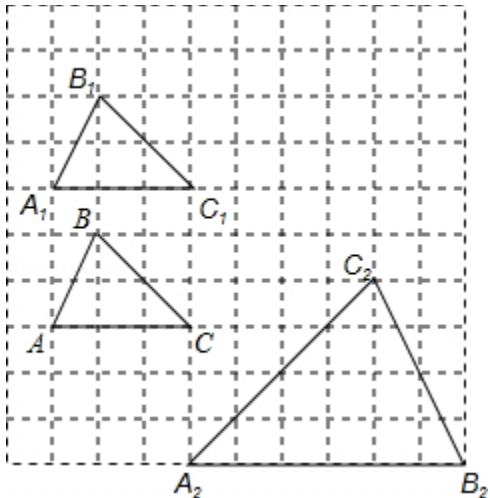
考点: 作图—相似变换;作图-平移变换.

分析: (1) 利用平移的性质得出对应点位置,进而得出答案;

(2) 利用相似图形的性质,将各边扩大2倍,进而得出答案.

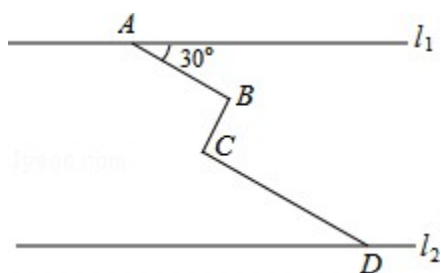
解答: 解: (1) 如图所示: $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;

(2) 如图所示: $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.



点评: 此题主要考查了相似变换和平移变换,得出变换后图形对应点位置是解题关键.

18. (8分) (2014年安徽省)如图,在同一平面内,两条平行高速公路 $l_1$ 和 $l_2$ 间有一条“Z”型道路连通,其中AB段与高速公路 $l_1$ 成 $30^\circ$ 角,长为20km;BC段与AB、CD段都垂直,长为10km,CD段长为30km,求两高速公路间的距离(结果保留根号).



考点：解直角三角形的应用．

分析：过B点作 $BE \perp l_1$ ，交 $l_1$ 于E，CD于F， $l_2$ 于G．在 $Rt\triangle ABE$ 中，根据三角函数求得BE，在 $Rt\triangle BCF$ 中，根据三角函数求得BF，在 $Rt\triangle DFG$ 中，根据三角函数求得FG，再根据 $EG=BE+BF+FG$ 即可求解．

解答：解：过B点作 $BE \perp l_1$ ，交 $l_1$ 于E，CD于F， $l_2$ 于G．

$$\text{在 } Rt\triangle ABE \text{ 中，} BE = AB \cdot \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ km，}$$

$$\text{在 } Rt\triangle BCF \text{ 中，} BF = BC \div \cos 30^\circ = 10 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ km，}$$

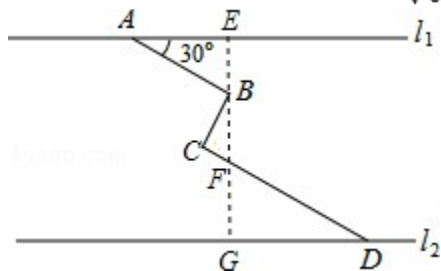
$$CF = BF \cdot \sin 30^\circ = \frac{20\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ km，}$$

$$DF = CD - CF = \left(30 - \frac{10\sqrt{3}}{3}\right) \text{ km，}$$

$$\text{在 } Rt\triangle DFG \text{ 中，} FG = DF \cdot \sin 30^\circ = \left(30 - \frac{10\sqrt{3}}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \left(15 - \frac{5\sqrt{3}}{3}\right) \text{ km，}$$

$$\therefore EG = BE + BF + FG = (25 + 5\sqrt{3}) \text{ km.}$$

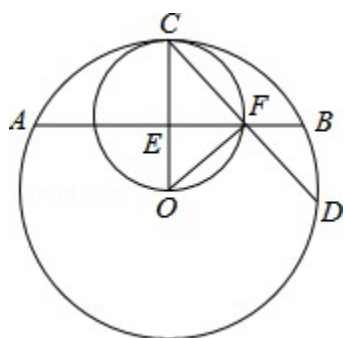
故两高速公路间的距离为  $(25 + 5\sqrt{3})$  km．



点评：此题考查了解直角三角形的应用，主要是三角函数的基本概念及运算，关键把实际问题转化为数学问题加以计算．

### 五、(本大题共2小题，每小题10分，满分20分)

19．(10分)(2014年安徽省)如图，在 $\odot O$ 中，半径OC与弦AB垂直，垂足为E，以OC为直径的圆与弦AB的一个交点为F，D是CF延长线与 $\odot O$ 的交点．若 $OE=4$ ， $OF=6$ ，求 $\odot O$ 的半径和CD的长．



考点： 垂径定理；勾股定理；圆周角定理；相似三角形的判定与性质．

专题： 计算题．

分析： 由  $OE \perp AB$  得到  $\angle OEF = 90^\circ$ ，再根据圆周角定理由  $OC$  为小圆的直径得到  $\angle OFC = 90^\circ$ ，则可证明  $Rt\triangle OEF \sim Rt\triangle OFC$ ，然后利用相似比可计算出  $\odot O$  的半径  $OC = 9$ ；接着在  $Rt\triangle OCF$  中，根据勾股定理可计算出  $CF = 3\sqrt{5}$ ，由于  $OF \perp CD$ ，根据垂径定理得  $CF = DF$ ，所以  $CD = 2CF = 6\sqrt{5}$ ．

解答： 解： $\because OE \perp AB$ ，

$\therefore \angle OEF = 90^\circ$ ，

$\because OC$  为小圆的直径，

$\therefore \angle OFC = 90^\circ$ ，

而  $\angle EOF = \angle FOC$ ，

$\therefore Rt\triangle OEF \sim Rt\triangle OFC$ ，

$\therefore OE : OF = OF : OC$ ，即  $4 : 6 = 6 : OC$ ，

$\therefore \odot O$  的半径  $OC = 9$ ；

在  $Rt\triangle OCF$  中， $OF = 6$ ， $OC = 9$ ，

$\therefore CF = \sqrt{OC^2 - OF^2} = 3\sqrt{5}$ ，

$\because OF \perp CD$ ，

$\therefore CF = DF$ ，

$\therefore CD = 2CF = 6\sqrt{5}$ ．

点评： 本题考查了垂径定理：平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．也考查了勾股定理、圆周角定理和相似三角形的判定与性质．

20．（10分）（2014年安徽省）2013年某企业按餐厨垃圾处理费25元/吨、建筑垃圾处理费16元/吨的收费标准，共支付餐厨和建筑垃圾处理费5200元．从2014年元月起，收费标准上调为：餐厨垃圾处理费100元/吨，建筑垃圾处理费30元/吨．若该企业2014年处理的这两种垃圾数量与2013年相比没有变化，就要多支付垃圾处理费8800元．

（1）该企业2013年处理的餐厨垃圾和建筑垃圾各多少吨？

（2）该企业计划2014年将上述两种垃圾处理总量减少到240吨，且建筑垃圾处理量不超过餐厨垃圾处理量的3倍，则2014年该企业最少需要支付这两种垃圾处理费共多少元？

考点： 一次函数的应用；二元一次方程组的应用；一元一次不等式的应用．

分析： （1）设该企业2013年处理的餐厨垃圾  $x$  吨，建筑垃圾  $y$  吨，根据等量关系式：餐厨垃圾处理费25元/吨 $\times$ 餐厨垃圾吨数+建筑垃圾处理费16元/吨 $\times$ 建筑垃圾吨数=总费用，列方程．

(2) 设该企业 2014 年处理的餐厨垃圾  $x$  吨, 建筑垃圾  $y$  吨, 需要支付这两种垃圾处理费共  $a$  元, 先求出  $x$  的范围, 由于  $a$  的值随  $x$  的增大而增大, 所以当  $x=60$  时,  $a$  值最小, 代入求解.

解答: 解: (1) 设该企业 2013 年处理的餐厨垃圾  $x$  吨, 建筑垃圾  $y$  吨, 根据题意, 得

$$\begin{cases} 25x+16y=5200 \\ 100x+30y=5200+8800 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=80 \\ y=200 \end{cases}$$

答: 该企业 2013 年处理的餐厨垃圾 80 吨, 建筑垃圾 200 吨;

(2) 设该企业 2014 年处理的餐厨垃圾  $x$  吨, 建筑垃圾  $y$  吨, 需要支付这两种垃圾处理费共  $a$  元, 根据题意得,

$$\begin{cases} x+y=240 \\ y \leq 3x \end{cases}$$

解得  $x \geq 60$ .

$$a=100x+30y=100x+30(240-x)=70x+7200,$$

由于  $a$  的值随  $x$  的增大而增大, 所以当  $x=60$  时,  $a$  值最小,

$$\text{最小值}=70 \times 60 + 7200 = 11400 \text{ (元)}.$$

答: 2014 年该企业最少需要支付这两种垃圾处理费共 11400 元.

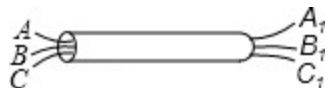
点评: 本题主要考查了二元一次方程组及一元一次不等式的应用, 找准等量关系正确的列出方程是解决本题的关键;

## 六、(本题满分 12 分)

21. (12 分) (2014 年安徽省) 如图, 管中放置着三根同样的绳子  $AA_1$ 、 $BB_1$ 、 $CC_1$ ;

(1) 小明从这三根绳子中随机选一根, 恰好选中绳子  $AA_1$  的概率是多少?

(2) 小明先从左端  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个绳头中随机选两个打一个结, 再从右端  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  三个绳头中随机选两个打一个结, 求这三根绳子能连结成一根长绳的概率.



考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: (1) 三根绳子选择一根, 求出所求概率即可;

(2) 列表得出所有等可能的情况数, 找出这三根绳子能连结成一根长绳的情况数, 即可求出所求概率.

解答: 解: (1) 三种等可能的情况数,

则恰好选中绳子  $AA_1$  的概率是  $\frac{1}{3}$ ;

(2) 列表如下:

	A	B	C
$A_1$	(A, $A_1$ )	(B, $A_1$ )	(C, $A_1$ )
$B_1$	(A, $B_1$ )	(B, $B_1$ )	(C, $B_1$ )
$C_1$	(A, $C_1$ )	(B, $C_1$ )	(C, $C_1$ )

所有等可能的情况有 9 种，其中这三根绳子能连结成一根长绳的情况有 6 种，

$$\text{则 } P = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

点评： 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

### 七、(本题满分 12 分)

22. (12 分) (2014 年安徽省)若两个二次函数图象的顶点、开口方向都相同，则称这两个二次函数为“同簇二次函数”。

(1) 请写出两个为“同簇二次函数”的函数；

(2) 已知关于  $x$  的二次函数  $y_1 = 2x^2 - 4mx + 2m^2 + 1$  和  $y_2 = ax^2 + bx + 5$ ，其中  $y_1$  的图象经过点  $A(1, 1)$ ，若  $y_1 + y_2$  与  $y_1$  为“同簇二次函数”，求函数  $y_2$  的表达式，并求出当  $0 \leq x \leq 3$  时， $y_2$  的最大值。

考点： 二次函数的性质；二次函数的最值。

专题： 新定义。

分析： (1) 只需任选一个点作为顶点，同号两数作为二次项的系数，用顶点式表示两个为“同簇二次函数”的函数表达式即可。

(2) 由  $y_1$  的图象经过点  $A(1, 1)$  可以求出  $m$  的值，然后根据  $y_1 + y_2$  与  $y_1$  为“同簇二次函数”就可以求出函数  $y_2$  的表达式，然后将函数  $y_2$  的表达式转化为顶点式，在利用二次函数的性质就可以解决问题。

解答： 解：(1) 设顶点为  $(h, k)$  的二次函数的关系式为  $y = a(x - h)^2 + k$ ，

当  $a = 2, h = 3, k = 4$  时，

二次函数的关系式为  $y = 2(x - 3)^2 + 4$ 。

$\because 2 > 0$ ，

$\therefore$  该二次函数图象的开口向上。

当  $a = 3, h = 3, k = 4$  时，

二次函数的关系式为  $y = 3(x - 3)^2 + 4$ 。

$\because 3 > 0$ ，

$\therefore$  该二次函数图象的开口向上。

$\because$  两个函数  $y = 2(x - 3)^2 + 4$  与  $y = 3(x - 3)^2 + 4$  顶点相同，开口都向上，

$\therefore$  两个函数  $y = 2(x - 3)^2 + 4$  与  $y = 3(x - 3)^2 + 4$  是“同簇二次函数”。

$\therefore$  符合要求的两个“同簇二次函数”可以为： $y = 2(x - 3)^2 + 4$  与  $y = 3(x - 3)^2 + 4$ 。

(2)  $\because y_1$  的图象经过点  $A(1, 1)$ ，

$\therefore 2 \times 1^2 - 4 \times m \times 1 + 2m^2 + 1 = 1$ 。

整理得： $m^2 - 2m + 1 = 0$ 。

解得： $m_1 = m_2 = 1$ 。

$\therefore y_1 = 2x^2 - 4x + 3$

$= 2(x - 1)^2 + 1$ 。

$\therefore y_1 + y_2 = 2x^2 - 4x + 3 + ax^2 + bx + 5$

$= (a + 2)x^2 + (b - 4)x + 8$

$\because y_1 + y_2$  与  $y_1$  为“同簇二次函数”，

$\therefore y_1 + y_2 = (a + 2)(x - 1)^2 + 1$

$$= (a+2)x^2 - 2(a+2)x + (a+2) + 1.$$

其中  $a+2 > 0$ ，即  $a > -2$ 。

$$\therefore \begin{cases} b - 4 = -2(a+2) \\ 8 = (a+2) + 1 \end{cases}.$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a = 5 \\ b = -10 \end{cases}.$$

$\therefore$  函数  $y_2$  的表达式为： $y_2 = 5x^2 - 10x + 5$ 。

$$\therefore y_2 = 5x^2 - 10x + 5$$

$$= 5(x-1)^2.$$

$\therefore$  函数  $y_2$  的图象的对称轴为  $x=1$ 。

$\because 5 > 0$ ,

$\therefore$  函数  $y_2$  的图象开口向上。

① 当  $0 \leq x \leq 1$  时，

$\because$  函数  $y_2$  的图象开口向上，

$\therefore y_2$  随  $x$  的增大而减小。

$\therefore$  当  $x=0$  时， $y_2$  取最大值，

最大值为  $5(0-1)^2 = 5$ 。

② 当  $1 < x \leq 3$  时，

$\because$  函数  $y_2$  的图象开口向上，

$\therefore y_2$  随  $x$  的增大而增大。

$\therefore$  当  $x=3$  时， $y_2$  取最大值，

最大值为  $5(3-1)^2 = 20$ 。

综上所述：当  $0 \leq x \leq 3$  时， $y_2$  的最大值为 20。

点评： 本题考查了求二次函数表达式以及二次函数一般式与顶点式之间相互转化，考查了二次函数的性质（开口方向、增减性），考查了分类讨论的思想，考查了阅读理解能力。而对新定义的正确理解和分类讨论是解决第二小题的关键。

## 八、(本题满分 14 分)

23. (14 分) (2014 年安徽省)如图 1，正六边形 ABCDEF 的边长为  $a$ ， $P$  是  $BC$  边上一动点，过  $P$  作  $PM \parallel AB$  交  $AF$  于  $M$ ，作  $PN \parallel CD$  交  $DE$  于  $N$ 。

(1) ①  $\angle MPN = \underline{60^\circ}$ ；

② 求证： $PM + PN = 3a$ ；

(2) 如图 2，点  $O$  是  $AD$  的中点，连接  $OM$ 、 $ON$ ，求证： $OM = ON$ ；

(3) 如图 3，点  $O$  是  $AD$  的中点， $OG$  平分  $\angle MON$ ，判断四边形  $OMGN$  是否为特殊四边形？并说明理由。

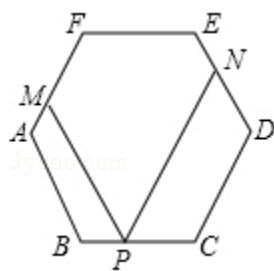


图1

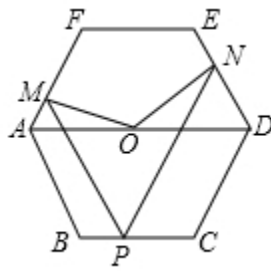


图2

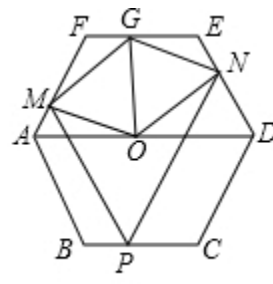


图3

考点： 四边形综合题 . .

分析： (1) ①运用 $\angle MPN=180^\circ - \angle BPM - \angle NPC$ 求解，②作 $AG \perp MP$ 交 $MP$ 于点 $G$ ， $BH \perp MP$ 于点 $H$ ， $CL \perp PN$ 于点 $L$ ， $DK \perp PN$ 于点 $K$ ，利用 $MP+PN=MG+GH+HP+PL+LK+KN$ 求解，

(2) 连接 $OE$ ，由 $\triangle OMA \cong \triangle ONE$ 证明，

(3) 连接 $OE$ ，由 $\triangle OMA \cong \triangle ONE$ ，再证出 $\triangle GOE \cong \triangle NOD$ ，由 $\triangle ONG$ 是等边三角形和 $\triangle MOG$ 是等边三角形求出四边形 $MONG$ 是菱形 . .

解答： 解： (1) ① $\because$  四边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F = 120^\circ$$

又 $\because PM \parallel AB$ ， $PN \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle BPM = 60^\circ$$
， $\angle NPC = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle MPN = 180^\circ - \angle BPM - \angle NPC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$
，

故答案为； $60^\circ$  .

②如图1，作 $AG \perp MP$ 交 $MP$ 于点 $G$ ， $BH \perp MP$ 于点 $H$ ， $CL \perp PN$ 于点 $L$ ， $DK \perp PN$ 于点 $K$ ，

$$MP+PN=MG+GH+HP+PL+LK+KN$$

$\because$  正六边形 $ABCDEF$ 中， $PM \parallel AB$ ，作 $PN \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle AMG = \angle BPH = \angle CPL = \angle DNK = 60^\circ$$
，

$$\therefore GM = \frac{1}{2}AM$$
， $HL = \frac{1}{2}BP$ ， $PL = \frac{1}{2}PM$ ， $NK = \frac{1}{2}ND$ ，

$$\because AM=BP$$
， $PC=DN$ ，

$$\therefore MG+HP+PL+KN=a$$
， $GH=LK=a$ ，

$$\therefore MP+PN=MG+GH+HP+PL+LK+KN=3a$$
 .

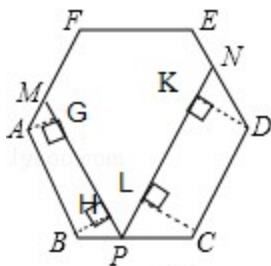


图1

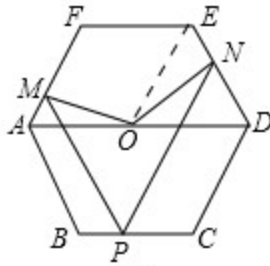


图2

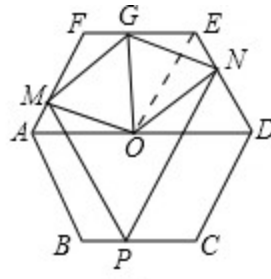


图3

(2) 如图2，连接 $OE$ ，

$\because$  四边形 $ABCDEF$ 是正六边形， $AB \parallel MP$ ， $PN \parallel DC$ ，

$$\therefore AM=BP=EN$$
，

又 $\because \angle MAO = \angle NOE = 60^\circ$ ， $OA=OE$ ，

在 $\triangle ONE$ 和 $\triangle OMA$ 中，

$$\begin{cases} OA=OE \\ \angle MAO = \angle NOE \\ AM=BP \end{cases}$$

$\therefore \triangle OMA \cong \triangle ONE$  (SAS)

$$\therefore OM=ON$$
 .

(3) 如图3，连接 $OE$ ，

由 (2) 得,  $\triangle OMA \cong \triangle ONE$

$\therefore \angle MOA = \angle EON$ ,

$\because EF \parallel AO, AF \parallel OE$ ,

$\therefore$  四边形 AOE F 是平行四边形,

$\therefore \angle AFE = \angle AOE = 120^\circ$ ,

$\therefore \angle MON = 120^\circ$ ,

$\therefore \angle GON = 60^\circ$ ,

$\because \angle GON = 60^\circ - \angle EON, \angle DON = 60^\circ - \angle EON$ ,

$\therefore \angle GOE = \angle DON$ ,

$\because OD = OE, \angle ODN = \angle OEG$ ,

在  $\triangle GOE$  和  $\triangle DON$  中,

$$\begin{cases} \angle GOE = \angle DON \\ OE = OD \\ \angle ODN = \angle OEG \end{cases}$$

$\therefore \triangle GOE \cong \triangle DON$  (ASA),

$\therefore ON = OG$ ,

又  $\because \angle GON = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle ONG$  是等边三角形,

$\therefore ON = NG$ ,

又  $\because OM = ON, \angle MOG = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle MOG$  是等边三角形,

$\therefore MG = GO = MO$ ,

$\therefore MO = ON = NG = MG$ ,

$\therefore$  四边形 MONG 是菱形.

点评: 本题主要考查了四边形的综合题, 解题的关键是恰当的作出辅助线, 根据三角形全等找出相等的线段.