

四川省南充市 2015 年中考数学试卷(解析版)

(满分 120 分，考试时间 120 分钟)

一、选择题 (本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

每小题都有代号为 A、B、C、D 四个答案选项，其中只有一个是正确的。请根据正确选项代号在答题卡对应位置填涂。填涂正确记 3 分，不涂、错涂或多涂记 0 分。

1. 计算 $3 + (-3)$ 的结果是 ()

- (A) 6 (B) -6 (C) 1 (D) 0

【答案】 D

【解析】

试题分析：互为相反数的两个数之和为零，根据计算法则可得原式=0。

考点：有理数的计算。

2. 下列运算正确的是 ()

- (A) $3x - 2x = x$ (B) $x^2 + 2 = x^2 + 2$ (C) $x^2 + 2 = x^2 + 1$ (D) $x^2 + 2 = x^2 + 1$

又： \because 在 Rt $\triangle FDM$ 中， $\sin \angle DMF = \frac{3}{5}$ $DF = DC = 2x \therefore \frac{2x}{x^2 + 1} = \frac{3}{5}$ 解得： $x = 3$ 或 $x = \frac{1}{3}$

(不合题意，舍去)

$\therefore AB = 2x = 6$.

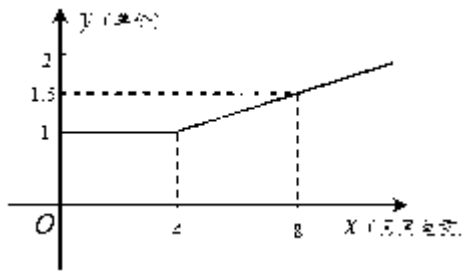
考点：相似三角形的应用、三角函数、折叠图形的性质。

23. (8 分)

某工厂在生产过程中每消耗 1 万度电可以产生产值 5.5 万元。电力公司规定，该工厂每月用电量不得超过 16 万度；月用电量不超过 4 万度时，单价都是 1 万元/万度；超过 4 万度时，超过部分电量单价将按用电量进行调整，电价 y 与月用电量 x 的函数关系可以用如图来表示。(效益 = 产值 - 用电量 \times 电价)；

(1) 设工厂的月效益为 z (万元)，写出 z 与月用电量 x (万度) 之间的函数关系式，并写出自变量的取值范围；

(2) 求工厂最大月效益。



$$z = \begin{cases} \frac{9}{2}x & (0 \leq x \leq 4) \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{11}{2}x - 2 & (4 < x \leq 16) \end{cases}$$

【答案】 $z = \begin{cases} \frac{9}{2}x & (0 \leq x \leq 4) \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{11}{2}x - 2 & (4 < x \leq 16) \end{cases}$; 54 万元.

【解析】

试题分析：首先利用待定系数法求出 y 与 x 的分段函数关系式，然后得出 z 与 x 的函数关系式；分两段根据函数的增减性求出最大值，然后根据两种情况求出最大值。

试题解析：(1)、根据题意，电价 y 与用电量 x 的函数关系式是分段函数。

当 $0 \leq x \leq 4$ 时， $y=1$ 当 $4 < x \leq 16$ 时，函数是过点 $(4, 1)$ 和 $(8, 1.5)$ 的一次函数

$$\begin{cases} 4k + b = 1 \\ 8k + b = 1.5 \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} k = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

设一次函数为 $y=kx+b$

$$\therefore \text{电价 } y \text{ 与用电量 } x \text{ 的函数关系为：} y = \begin{cases} 1 & (0 \leq x \leq 4) \\ \frac{1}{8}x + \frac{1}{2} & (4 < x \leq 16) \end{cases}$$

$$\text{月效益 } z \text{ 与用电量 } x \text{ 之间的函数关系式为：} z = \begin{cases} \frac{11}{2}x - x & (0 \leq x \leq 4) \\ \frac{11}{2}x - 4 - 1 - (x - 4)\left(\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}\right) & (4 < x \leq 16) \end{cases}$$

$$\text{即 } z = \begin{cases} \frac{9}{2}x & (0 \leq x \leq 4) \\ \frac{1}{8}x^2 + \frac{11}{2}x - 2 & (4 < x \leq 16) \end{cases}$$

(2)、当 $0 \leq x \leq 4$ 时, z 随着 x 的增大而增大 $\therefore z$ 的最大值为 18

当 $4 < x \leq 16$ 时, $z = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{11}{2}x - 2 = -\frac{1}{8}(x-22)^2 + \frac{117}{2}$ \therefore 当 $x \leq 22$ 时, z 随 x 的增大而增大.

\therefore 当 $x=16$ 时, z 的最大值为 54

故当 $0 \leq x \leq 16$ 时, z 的最大值为 54, 即工厂最大月效益为 54 万元.

考点：分段函数的应用.

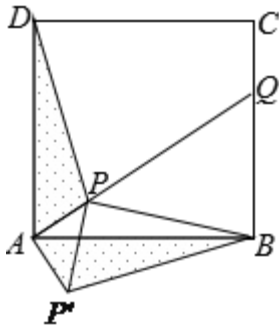
24. (10分) 如图, 点 P 是正方形 $ABCD$ 内一点, 点 P 到点 A , B 和 D 的距离分别为 1,

$2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$. $\triangle ADP$ 沿点 A 旋转至 $\triangle ABP'$, 连结 PP' , 并延长 AP 与 BC 相交于点 Q .

(1) 求证: $\triangle APP'$ 是等腰直角三角形;

(2) 求 $\angle BPQ$ 的大小;

(3) 求 CQ 的长.



【答案】 略; 45° ; $\frac{\sqrt{13}}{3}$

【解析】

试题分析: 根据旋转得到 $AP=AP'$ $\angle BAP'=\angle DAP$, 从而得出 $\angle PAP'=90^\circ$, 得到等腰直角三角形; 根据 $Rt\triangle APP'$ 得出 PP' 的大小, 然后结合 BP' 和 BP 的长度得到

$PP'^2+BP'^2=BP^2$, 从而得出 $\triangle BPP'$ 是直角三角形, 然后计算 $\angle BPQ$ 的大小; 过点 B 作

$BM \perp AQ$ 于 M , 根据 $\angle BPQ=45^\circ$ 得到 $\triangle PMB$ 为等腰直角三角形, 根据已知得出 BM 和 AM 的长度, 根据 $Rt\triangle ABM$ 的勾股定理求出 AB , 根据 $\triangle ABM \sim \triangle AQB$ 得出 AQ 的长度, 最后根据 $Rt\triangle ABO$ 的勾股定理得出 BQ 的长度, 根据 $QC=BC-BQ$ 得出答案.

试题解析: (1)、证明: 由旋转可得: $AP=AP'$ $\angle BAP'=\angle DAP$

$\therefore \angle PAP' = \angle PAB + \angle BAP' = \angle PAB + \angle DAP = \angle BAD = 90^\circ$ $\therefore \triangle APP'$ 是等腰直角三角形

(2)、在 $Rt\triangle APP'$ 中 $AP=1$ $\therefore PP' = \sqrt{2}$ 又 $\because BP' = DP = 2\sqrt{2}$ $BP = \sqrt{10}$

$\therefore PP'^2 + BP'^2 = BP^2$ $\therefore \triangle BPP'$ 是直角三角形 $\therefore \angle P'PB = 90^\circ$ 又 $\angle APP' = 45^\circ$

$\therefore \angle BPQ = 180^\circ - \angle P'PB - \angle APP' = 45^\circ$

(3)、过点 B 作 $BM \perp AQ$ 于 M $\therefore \angle BPQ = 45^\circ$ $\therefore \triangle PMB$ 为等腰直角三角形

由已知, $BP = 2\sqrt{2}$ $\therefore BM = PM = 2$ $\therefore AM = AP + PM = 3$ 在 $Rt\triangle ABM$ 中, $AB = \sqrt{13}$

$\therefore \triangle ABM \sim \triangle AQB$ $\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{AB}{AQ}$ $\therefore AQ = \frac{13}{3}$

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $BQ = \frac{\sqrt{AQ^2 - AB^2}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{13}$ $\therefore QC = BC - BQ = \sqrt{13} - \frac{2}{3}\sqrt{13} = \frac{\sqrt{13}}{3}$

考点：旋转图形的性质、勾股定理、三角形相似.

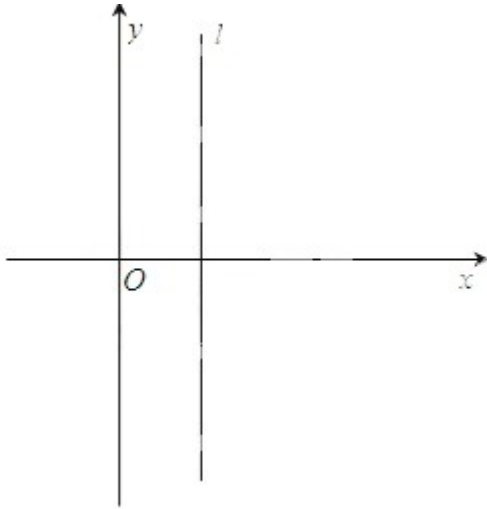
25. (10分) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A (m - 2, 0) 和 B (2m + 1, 0) (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴相交于点 C, 顶点为 P, 对称轴为 $l: x = 1$.

(1) 求抛物线解析式.

(2) 直线 $y = kx + 2 (k \neq 0)$ 与抛物线相交于两点 M (x_1, y_1), N (x_2, y_2) ($x_1 < x_2$), 当

$|x_1 - x_2|$ 最小时, 求抛物线与直线的交点 M 和 N 的坐标.

(3) 首尾顺次连接点 O, B, P, C 构成多边形的周长为 L. 若线段 OB 在 x 轴上移动, 求 L 最小值时点 O, B 移动后的坐标及 L 的最小值.



【答案】 $y = -x^2 + 2x + 3$ ；当 $|x_1 - x_2|$ 最小时，抛物线与直线的交点为 $M(-$

$1, 0)$ ， $N(1, 4)$ ；当线段 OB 向左平移 $\frac{6}{7}$ ，即点 O 平移到 $O'(-\frac{6}{7}, 0)$ ，点 B 平移到 $B'(\frac{15}{7}$

$, 0)$ 时，周长 L 最短为： $\sqrt{53} + \sqrt{2} + 3$.

【解析】

试题分析：根据对称轴求出 b 的值，然后根据交点得出方程的解，然后利用一元二次方程

的韦达定理求出 m 和 c 的值，从而得到抛物线解析式；根据函数的交点得出 $x_1 + x_2$ 和 $x_1 \cdot$

x_2 的值，然后利用完全平方公式求出最小值，得出交点的坐标；根据线段 OB 平移过程中，

OB 、 PC 的长度不变，得到要使 L 最小，只需 $BP + CO$ 最短，平移线段 OC 到 BC' 得到四

边形 $OBC'C$ 是矩形，做点 P 关于 x 轴对称点 $P'(1, -4)$ ，连接 $C'P'$ 与 x 轴交于点 B' ，设 C'

P' 解析式为 $y = ax + n$ ，利用待定系数法求出函数解析式，然后求出当 $y = 0$ 时， x 的值，

从而得出平移后点 B' 的坐标，故点 B 向左平移 $\frac{6}{7}$ ，同时点 O 向左平移 $\frac{6}{7}$ ，平移到 $O'(-\frac{6}{7}$

, 0)即线段 OB 向左平移 $\frac{6}{7}$ 时, 周长 L 最短. 此时线段 BP、CO 之和最短为 $P'C' = \sqrt{53}$, O

$$B'O = OB = 3 \quad CP = \sqrt{2}$$

试题解析: (1)、由已知对称轴为 $x=1$, 得: $-\frac{b}{2 \times (-1)} = 1 \quad \therefore b=2$

抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(m-2, 0)$ 和 $B(2m+1, 0)$

即 $-x^2 + bx + c = 0$ 的解为 $m-2$ 和 $2m+1 \quad \therefore (m-2) + (2m+1) = b, (m-2)(2m+1) = -c$

$\therefore m=1, c=3 \quad \therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$

(2)、由 $\begin{cases} y = kx + 2 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases} \quad \therefore x^2 + (k-2)x - 1 = 0 \quad x_1 + x_2 = -(k-2) \quad x_1 \cdot x_2 = -1$

$\therefore (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = (k-2)^2 + 4 \quad \therefore$ 当 $k=2$ 时, $(x_1 - x_2)^2$ 的最小值为 4

即 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 2 $\therefore x^2 - 1 = 0 \quad x_1 = 1, x_2 = -1$, 即 $y_1 = 4, y_2 = 0$

\therefore 当 $|x_1 - x_2|$ 最小时, 抛物线与直线的交点为 $M(-1, 0), N(1, 4)$.

(3)、 $O(0, 0), B(3, 0), P(1, 4), C(0, 3)$ $O、B、P、C$ 构成多边形的周长

$$L = OB + BP + PC + CO$$

\therefore 线段 OB 平移过程中, OB、PC 的长度不变 \therefore 要使 L 最小, 只需 BP+CO 最短

如图, 平移线段 OC 到 BC' 四边形 $OBC'C$ 是矩形 $\therefore C'(3, 3)$

做点 P 关于 x 轴对称点 $P'(1, -4)$, 连接 $C'P'$ 与 x 轴交于点 B' , 设 $C'P'$ 解析式为 $y = ax + n$

$$\begin{cases} a + n = -4 \\ 3a + n = 3 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ n = -\frac{15}{2} \end{cases} \quad \therefore y = \frac{7}{2}x - \frac{15}{2}$$

当 $y=0$ 时, $x = \frac{15}{7} \quad \therefore B'(\frac{15}{7}, 0)$ 有 $3 - \frac{15}{7} = \frac{6}{7}$ 故点 B 向左平移 $\frac{6}{7}$, 平移到 B'

同时点 O 向左平移 $\frac{6}{7}$ ，平移到 $O'(-\frac{6}{7}, 0)$

即线段 OB 向左平移 $\frac{6}{7}$ 时，周长 L 最短.

此时线段 BP、CO 之和最短为 $P'C' = \sqrt{53}$ ， $O'B' = OB = 3$ $CP = \sqrt{2}$

\therefore 当线段 OB 向左平移 $\frac{6}{7}$ ，即点 O 平移到 $O'(-\frac{6}{7}, 0)$ ，点 B 平移到 $B'(\frac{15}{7}, 0)$ 时，周长 L

最短为： $\sqrt{53} + \sqrt{2} + 3$.

考点：图形的平移、一元二次方程的韦达定理、二次函数与方程.