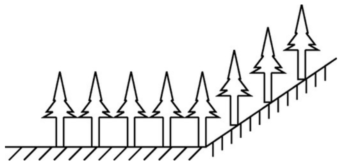
考点跟踪训练39　几何应用性问题

一、选择题

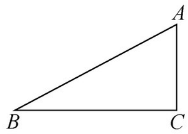
1．如图，在平地上种植树木时，要求株距(相邻两树间的水平距离)为4 m，如果在坡度为0.75的山坡上种树，也要求株距为4 m，那么相邻两树间的坡面距离为(　　)



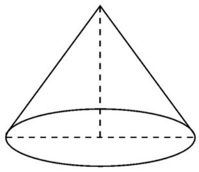
A．5 m　B．6 m　C．7 m　D．8 m

答案　A

解析　如图，在Rt△ABC中，＝0.75，$BC=4$，则$AC=3$，$AB=5$.



2．如图，小红同学要用纸板制作一个高4 cm，底面周长是6π cm的圆锥形漏斗模型，若不计接缝和损耗，则她所需纸板的面积是(　　)



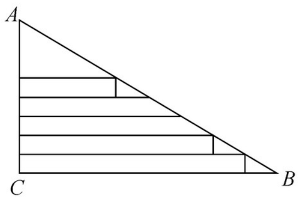
A．12π cm^2　　B．15π cm^2

C．18π cm^2　　D．24π cm^2

答案　B

解析　因为底面周长为6π，设底面半径为r，所以$2\pi r=6\pi$，$r=3$，又$h=4$，所以$l=5$，$S_{圆锥侧}=\pi rl=15\pi$，应选B.

3．某班在布置新年联欢会会场时，需要将直角三角形纸裁成长度不等的矩形彩条，如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=30$ cm，$AB=50$ cm，依次裁下宽为1 cm的矩形纸条a_1、a_2、a_3……，若使裁得矩形纸条的长都不小于5 cm，则每张直角三角形彩纸能裁成的矩

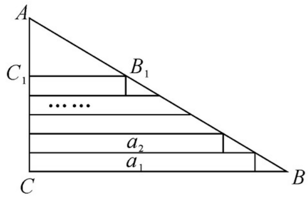


形纸条的总数是(　　)

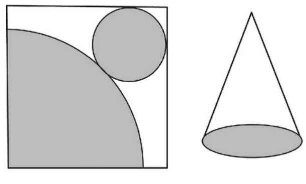
A．24　B．25　C．26　D．27

答案　C

解析　如图，在△ABC中，可求得$BC=40$，设$B_1C_1\parallel BC$，得$B_1C_1=5$，由△AB_1C_1∽△ABC，得＝，于是＝，$\therefore AC_1=3.75$，$\therefore CC_1=26.25\approx 26$.



4．如图，在正方形铁皮上(图①)剪下一个圆形和扇形，使之恰好围成(图②)所示的一个圆锥模型，该圆的半径为 r，扇形的半径为 R，则圆的半径与扇形的半径之间的关系为(　　)



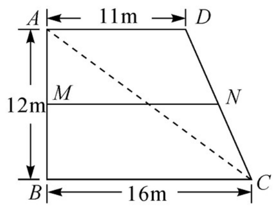
①　　　　②

A．$R=2r$　B．$R=r$　C．$R=3r$　D．$R=4r$

答案　D

解析　由图①，可知圆锥侧面展开图圆心角为 90°，则×360＝90，$R=4r$.

5．(2010·达州)如图，在一块形状为直角梯形的草坪中，修建了一条由 $A\to M\to N\to C$ 的小路(M、N 分别是 AB、CD 中点)．极少数同学为了走“捷径”，沿线段 AC 行走，破坏了草坪，实际上他们仅少走了(　　)



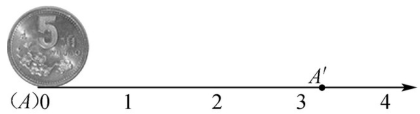
A．7 m　B．6 m　C．5 m　D．4 m

答案　B

解析　在 Rt△ABC 中，AC＝＝20；过 D 画 $DE\perp BC$ 于 E，在 Rt△CDE 中，CD＝＝13，所以 $NC=6.5$，又 MN＝×(11＋16)＝13.5，所以 $AM+MN+NC=6+6.5+13.5=26$，与 AC 相差 6 米．

二、填空题

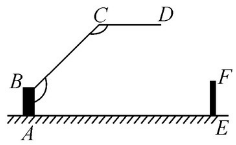
6．如图，A 是硬币圆周上一点，硬币与数轴相切于原点 O(A 与 O 点重合)．假设硬币的直径为 1 个单位长度，若将硬币沿数轴正方向滚动一周，点 A 恰好与数轴上点 A'重合，则点 A'对应的实数是________．



答案　π

解析　由题意，可知线段 AA'长等于圆的周长 π×1＝π.

7．(2010·江西)一大门的栏杆如图所示，BA 垂直于地面 AE 于 A，CD 平行于地面 AE，则∠ABC＋∠BCD＝________度．



答案　270

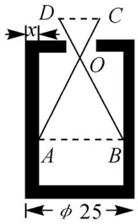
解析　过 B 画 $BG\parallel CD$，则$\angle BCD+\angle CBG=180°$，又 $CD\parallel AE$，所以 $BG\parallel AE$. $\angle ABF+\angle BAE=180°$，可知$\angle BAE=90°$，所以$\angle ABF=90°$，$\angle ABC+\angle BCD=180°+90°=270°$.

8．(2010·宁波)如图，某河道要建造一座公路桥，要求桥面离地面高度 AC 为 3 米，引桥的坡角$\angle ABC=15°$，则引桥的水平距离 BC 的长是________米(精确到 0.1 米)．

答案　11.2

解析　过 A 作$\angle BAD=\angle B=15°$，交 BC 于 D，则 $BD=AD$，$\angle ADC=30°$.在 Rt$\triangle ADC$ 中，由$\angle ADC=30°$，得 $AD=2AC=2\times3=6$，所以 $DC=AC=3$ ，故 $BC=BD+DC=6+3\approx11.2$.

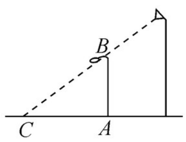
9．如图，已知零件的外径为 25 mm，现用一个交叉卡钳(两条尺长 AC 和 BD 相等，$OC=OD$)量零件的内孔直径 AB.若 $OC∶OA=1∶2$，量得 $CD=10$ mm，则零件的厚度 $x=$ ________mm.



答案　2.5

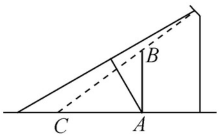
解析　由题意，易知$\triangle OAB\backsim\triangle OCD$，$OC∶OA=CD∶AB$.∵ $OC∶OA=1∶2$，∴$CD∶AB=1∶2$，$AB=2CD=20$，∴$x=(25-20)\div2=2.5$.

10．(2010·江西)如图，一根直立于水平地面上的木杆 AB 在灯光下形成影子，当木杆绕点 A 按逆时针方向旋转直至到达地面时，影子的长度发生变化．设 AB 垂直于地面时的影长为 AC(假设 $AC>AB$)，影长的最大值为 m，最小值为 n，那么下列结论：① $m>AC$；② $m=AC$；③ $n=AB$；④影子的长度先增大后减小．其中，正确的结论的序号是__________．



答案　①③④

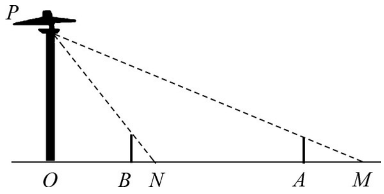
解析　如图所示，当木杆绕点 A 按逆时针方向旋转时，有 $m>AC$，①成立，则②不成立；当旋转到达地面时，为最短影子，$n=AB$，③成立；由此可知，影子的长度先增大，后减小，



④成立．

三、解答题

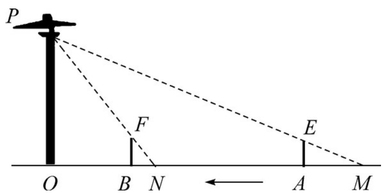
11．如图，路灯(P点)距地面8米，身高1.6米的小明从距路灯的底部(O点)20米的A点，沿OA所在的直线行走14米到B点时，身影的长度是变长了还是变短了？变长或变短了多少米？



解　由题意可知：$\triangle POM\backsim\triangle EAM$，$\triangle PON\backsim\triangle FBN$，

又$\because OA=20$，$AB=14$，$\therefore OB=6$，

∴＝，



∴＝，解得$AM=5$(米)．

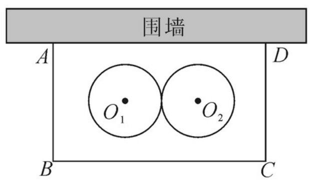
又＝，

∴＝，解得$BN=1.5$(米)，$AM>BN$，

∴身影变短了3.5米．

12．(2011·成都)某学校要在围墙旁建一个长方形的中药材种植实习苗圃，苗圃的一边靠围墙(墙的长度不限)，另三边用木栏围成，建成的苗圃为如图所示的长方形ABCD.已知木栏总长为120m，设AB边的长为x m，长方形$ABCD$的面积为S(m^2)．

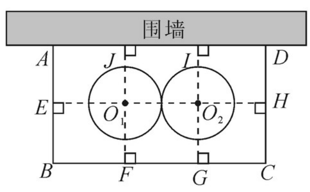
(1)求S与x之间的函数关系式(不要求写出自变量x的取值范围)．当x为何值时，S取得最值(请指出是最大值还是最小值)？并求出这个最值；



(2)学校计划将苗圃内药材种植区域设计为如图所示的两个相外切的等圆，其圆心分别为O_1和O_2，且O_1到AB、BC、AD的距离与O_2到CD、BC、AD的距离都相等，并要求在苗圃内药材种植区域外四周至少要留够0.5m宽的平直路面，以方便同学们参观学习．当(1)中S取得最大值时，请问这个设计是否可行？若可行，求出圆的半径；若不可行，请说明理由．

解　(1)$S=x(120-2x)=-2(x-30)^2+1800$，当$x=30$时，$S$取最大值为1800.

(2)如图所示，过O_1、O_2分别作到AB、BC、AD和CD、BC、AD的垂线，垂足如图，根据题意可知，$O_1E=O_1F=O_1J=O_2G=O_2H=O_2I$；当$S$取最大值时，$AB=CD=30$，$BC=60$，



$\therefore O_1F=O_1J=O_2G=O_2I=AB=15$，

$\therefore O_1E=O_2H=15$，

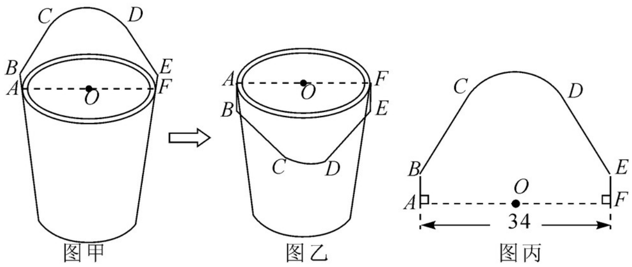
$\therefore O_1O_2=EH-O_1E-O_2H=60-15-15=30$，

∴两个等圆的半径为15，由于圆 O_1、圆 O_2 相切，所以左右不能够留0.5米的平直路面．

∴设计不可行．

13．(2011·江西)图甲是一个水桶模型示意图，水桶提手结构的平面图是轴对称图形，当点 O 到 BC(或 DE)的距离大于或等于⊙O 的半径时(⊙O 是桶口所在圆，半径为 OA)，提手才能从图甲的位置转到图乙的位置，这样的提手才合格．现用金属材料做了一个水桶提手(如图丙 $A-B-C-D-E-F$，$C-D$ 是圆弧，其余是线段)，O 是 AF 的中点，桶口直径 $AF=34$ cm，$AB=FE=5$ cm，$\angle ABC=\angle FED=149°$.请通过计算判断这个水桶提手是否合格．

(参考数据：≈17.72，tan 73.6°≈3.40，sin 75.4°≈0.97.)



解　解法一：

如图，连接 OB，过点 O 作 $OG\perp BC$ 于点 G.

在 Rt△ABO 中，$AB=5$，$AO==17$，

$\therefore \tan\angle ABO===3.4$，

$\therefore \angle ABO=73.6°$，

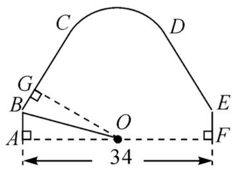
$\therefore \angle GBO=\angle ABC-\angle ABO=149°-73.6°=75.4°$.

又 $\because OB==\approx 17.72$，

∴在 Rt△OBG 中，

$.OG=OB\cdot\sin\angle OBG=17.72\times 0.97\approx 17.19>17$.

∴水桶提手合格．



解法二：

如图，连接 OB，过点 O 作 $OG\perp BC$ 于点 G.

在 Rt△ABO 中，$AB=5$，$AO=17$，

$\therefore \tan\angle ABO===3.4$，

$\therefore \angle ABO=73.6°$.

要使 $OG\geq OA$，只需 $\angle OBC\geq\angle ABO$，

$\because \angle OBC=\angle ABC-\angle ABO=149°-73.6°=75.4°>73.6°$，

∴水桶提手合格．