2015中考数学真题分类汇编：规律型（数字的变化类）

一．选择题（共5小题）

1．（2015•张家界）任意大于1的正整数m的三次幂均可“分裂”成m个连续奇数的和，如：$2^3=3+5$，$3^3=7+9+11$，$4^3=13+15+17+19$，…按此规律，若m^3分裂后其中有一个奇数是2015，则m的值是（　　）

A．46　*B*．45　*C*．44　*D*．43

2．（2015•荆州）把所有正奇数从小到大排列，并按如下规律分组：（1），（3，5，7），（9，11，13，15，17），（19，21，23，25，27，29，31），…，现有等式$A_m=（i，j）$表示正奇数m是第i组第j个数（从左往右数），如$A_7=（2，3）$，则$A_{2015}=$（　　）

A．（31，50）　*B*．（32，47）　*C*．（33，46）　*D*．（34，42）

3．（2015•包头）观察下列各数：1，$\frac{4}{3}$，$\frac{9}{7}$，$\frac{16}{15}$，…，按你发现的规律计算这列数的第6个数为（　　）

A．$\frac{25}{31}$　*B*．$\frac{36}{35}$　*C*．$\frac{4}{7}$　*D*．$\frac{62}{63}$

4．（2015•泰安）下面每个表格中的四个数都是按相同规律填写的：

1	4
2	9

第1个

2	6
3	20

第2个

3	8
4	35

第3个

4	10
5	54

第4个

……

a	20
b	x

……

……

根据此规律确定x的值为（　　）

A．135 *B*．170 *C*．209 *D*．252

5．（2015•德州）一组数1，1，2，x，5，y…满足“从第三个数起，每个数都等于它前面的两个数之和”，那么这组数中y表示的数为（　　）

A．8　*B*．9　*C*．13 *D*．15

二．填空题（共19小题）

6．（2015•巴中）a是不为1的数，我们把$\frac{1}{1-a}$称为a的差倒数，如：2的差倒数为$\frac{1}{1-2}=-1$；-1的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$；已知$a_1=3$，$a_2$是$a_1$的差倒数，$a_3$是$a_2$的差倒数．$a_4$是$a_3$差倒数，…依此类推，则$a_{2015}=$______．

7．（2015•酒泉）古希腊数学家把数1，3，6，10，15，21，…叫做三角形数，其中1是第一个三角形数，3是第2个三角形数，6是第3个三角形数，…依此类推，那么第9个三角形数是______，2016是第______个三角形数．

8．（2015•黔西南州）已知$A_3^2=3\times2=6$，$A_5^3=5\times4\times3=60$，$A_5^2=5\times4\times3\times2=120$，$A_6^3=6\times5\times4\times3=360$，依此规律$A_7^4=$______．

9．（2015•孝感）观察下列等式：$1^2=1$，$1+3=2^2$，$1+3+5=3^2$，$1+3+5+7=4^2$，…，则$1+3+5+7+…+2015=$______．

10．（2015•郴州）请观察下列等式的规律：

$\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3})$，$\frac{1}{3\times5}=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})$，

$\frac{1}{5\times7}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)$ ，$\frac{1}{7\times9}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)$ ，

…

则$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\ldots+\frac{1}{99\times101}=$____________．

11．（2015•娄底）下列数据是按一定规律排列的，则第 7 行的第一个数为__________．

1　第一行

2　3　第二行

4　5　6　第三行

7　8　9　10　第四行

12．（2015•绥化）填在下面各正方形中的四个数之间都有一定的规律，按此规律得出 $a+b+c=$____________．

0	3		2	5		4	7		6	c
4	13		6	31		8	57		a	b

13．（2015•济宁）若 $1\times2^2-2\times3^2=-1\times2\times7$；

$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)=-2\times3\times11$；

$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+(5\times6^2-6\times7^2)=-3\times4\times15$；

则 $(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+\ldots+[(2n-1)(2n)^2-2n(2n+1)^2]=$__________．

14．（2015•黔东南州）将全体正整数排成一个三角形数阵，根据上述排列规律，数阵中第 10 行从左至右的第 5 个数是____________．

1

2　3

4　5　6

7　8　9　10

……

15．（2015•常州）数学家歌德巴赫通过研究下面一系列等式，作出了一个著名的猜想．

4=2+2；　　12=5+7；

6=3+3；　　14=3+11=7+7；

8=3+5；　　16=3+13=5+11；

10=3+7=5+5　　18=5+13=7+11；

…

通过这组等式，你发现的规律是____________（请用文字语言表达）．

16．（2015•通辽）一列数 x_1，x_2，x_3，…，其中 $x_1=\frac{1}{2}$，$x_n=\frac{1}{1-x_{n-1}}$（n 为不小于 2 的整数），则 $x_{2015}=$____________．

17．（2015•东莞）观察下列一组数：$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{7}$，$\frac{4}{9}$，$\frac{5}{11}$，…，根据该组数的排列规律，可推出第 10 个数是____________．

18．（2015•恩施州）观察下列一组数：

1，2，2，3，3，3，4，4，4，4，5，5，5，5，5，6，…其中每个数 n 都连续出现 n 次，那么这一组数的第 119 个数是____________．

19．（2015•黔南州）甲、乙、丙、丁四位同学围成一圈依次循环报数，规定：①甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4，接着甲报 5，乙报 6…，后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1，按此规律，当报到的数是 50 时，报数结束；②若报出的数为 3 的倍数，则该报数的同学需拍手一次，在此过程中，甲同学需要拍手的次数为____________．

20．（2015•咸宁）古希腊数学家把数 1，3，6，10，15，21，…叫做三角数，它有一定的规律性．若把第一个三角数记为 a_1，第二个三角数记为 a_2…，第 n 个三角数记为 a_n，计算 a_1+a_2，a_2+a_3，a_3+a_4，…由此推算 $a_{399}+a_{400}$=____________．

21．（2015•安徽）按一定规律排列的一列数：2^1，2^2，2^3，2^5，2^8，2^{13}，…，若 x、y、z 表示这列数中的连续三个数，猜想 x、y、z 满足的关系式是____________．

22．（2015•遵义）按一定规律排列的一列数依次为：$\frac{4}{5}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{4}{11}$，$\frac{2}{7}$，…，按此规律，这列数中的第 10 个数与第 16 个数的积是____________．

23．（2015•淮安）将连续正整数按如下规律排列：

	第一列	第二列	第三列	第四列	第五列
第一行	1	2	3	4	
第二行		8	7	6	5
第三行	9	10	11	12	
第四行		16	15	14	13
第五行	17	18	19	20	
	……				

若正整数 565 位于第 a 行，第 b 列，则 $a+b$=____________．

24．（2015•常德）取一个自然数，若它是奇数，则乘以 3 加上 1，若它是偶数，则除以 2，按此规则经过若干步的计算最终可得到 1．这个结论在数学上还没有得到证明．但举例验证都是正确的．例如：取自然数 5．最少经过下面 5 步运算可得 1，即：

$5\xrightarrow{\times3+1}16\xrightarrow{\div2}8\xrightarrow{\div2}4\xrightarrow{\div2}2\xrightarrow{\div2}1$，

如果自然数 m 最少经过 7 步运算可得到 1，则所有符合条件的 m 的值为____________．

三．解答题（共 1 小题）

25．（2015•张家界）阅读下列材料，并解决相关的问题．

按照一定顺序排列着的一列数称为数列，排在第一位的数称为第 1 项，记为 a_1，依此类推，排在第 n 位的数称为第 n 项，记为 a_n．

一般地，如果一个数列从第二项起，每一项与它前一项的比等于同一个常数，那么这个数列叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，公比通常用字母 q 表示（q≠0）．如：数列 1，3，9，27，…为等比数列，其中 a_1=1，公比为 q=3．

则：（1）等比数列 3，6，12，…的公比 q 为____________，第 4 项是____________．

（2）如果一个数列 a_1，a_2，a_3，a_4，…是等比数列，且公比为 q，那么根据定义可得到：

$\frac{a_2}{a_1}=q$，$\frac{a_3}{a_2}=q$，$\frac{a_4}{a_3}=q$，…$\frac{a_n}{a_{n-1}}=q$．

所以：$a_2=a_1\bullet q$，$a_3=a_2\bullet q=(a_1\bullet q)\bullet q=a_1\bullet q^2$，$a_4=a_3\bullet q=(a_1\bullet q^2)\bullet q=a_1\bullet q^3$，…

由此可得：$a_n=$____________（用 a_1 和 q 的代数式表示）．

（3）若一等比数列的公比 $q=2$，第 2 项是 10，请求它的第 1 项与第 4 项．

2015中考数学真题分类汇编：规律型（数字的变化类）

参考答案与试题解析

一．选择题（共5小题）

1．（2015•张家界）任意大于1的正整数m的三次幂均可"分裂"成m个连续奇数的和，如：$2^3=3+5$，$3^3=7+9+11$，$4^3=13+15+17+19$，…按此规律，若m^3分裂后其中有一个奇数是2015，则m的值是（　　）

A．46　B．45　C．44　D．43

考点：　规律型：数字的变化类．

分析：　观察可知，分裂成的奇数的个数与底数相同，然后求出到m^3的所有奇数的个数的表达式，再求出奇数2015的是从3开始的第1007个数，然后确定出1007所在的范围即可得解．

解答：　解：∵底数是2的分裂成2个奇数，底数为3的分裂成3个奇数，底数为4的分裂成4个奇数，

∴m^3有m个奇数，

所以，到m^3的奇数的个数为：$2+3+4+\ldots+m=\frac{(m+2)(m-1)}{2}$，

∵$2n+1=2015$，$n=1007$，

∴奇数2015是从3开始的第1007个奇数，

∵$\frac{(44+2)(44-2)}{2}=966$，$\frac{(45+2)(45-2)}{2}=1015$，

∴第1007个奇数是底数为45的数的立方分裂的奇数的其中一个，

即$m=45$．

故选B．

点评：　本题是对数字变化规律的考查，观察出分裂的奇数的个数与底数相同是解题的关键，还要熟练掌握求和公式．

2．（2015•荆州）把所有正奇数从小到大排列，并按如下规律分组：（1），（3，5，7），（9，11，13，15，17），（19，21，23，25，27，29，31），…，现有等式$A_m=(i，j)$表示正奇数m是第i组第j个数（从左往右数），如$A_7=(2，3)$，则$A_{2015}=$（　　）

A．（31，50）　B．（32，47）　C．（33，46）　D．（34，42）

考点：　规律型：数字的变化类．

分析：　先计算出2015是第1008个数，然后判断第1008个数在第几组，再判断是这一组的第几个数即可．

解答：　解：2015是第$\frac{2015+1}{2}=1008$个数，

设2015在第n组，则$1+3+5+7+\ldots+(2n-1)\geq1008$，

即$\frac{(1+2n-1)n}{2}\geq1008$，

解得：$n\geq\sqrt{1008}$，

当$n=31$时，$1+3+5+7+\ldots+61=961$；

当$n=32$时，$1+3+5+7+\ldots+63=1024$；

故第1008个数在第32组，

第1024个数为：$2\times1024-1=2047$，

第32组的第一个数为：$2\times962-1=1923$，

则 2015 是（$\frac{2015-1923}{2}$+1）=47 个数．

故 A_{2015}=（32，47）．

故选 B．

点评： 此题考查数字的变化规律，找出数字之间的运算规律，利用规律解决问题．

3．（2015•包头）观察下列各数：1，$\frac{4}{3}$，$\frac{9}{7}$，$\frac{16}{15}$，…，按你发现的规律计算这列数的第 6 个数为（　　）

A．$\frac{25}{31}$ B．$\frac{36}{35}$ C．$\frac{4}{7}$ D．$\frac{62}{63}$

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 观察数据，发现第 n 个数为$\frac{n^2}{2^n-1}$，再将 n=6 代入计算即可求解．

解答： 解：观察该组数发现：1，$\frac{4}{3}$，$\frac{9}{7}$，$\frac{16}{15}$，…，

第 n 个数为$\frac{n^2}{2^n-1}$，

当 n=6 时，$\frac{n^2}{2^n-1}=\frac{6^2}{2^6-1}=\frac{4}{7}$．

故选 C．

点评： 本题考查了数字的变化类问题，通过观察，分析、归纳并发现其中的规律，并应用发现的规律解决问题是应该具备的基本能力．本题的关键是发现第 n 个数为$\frac{n^2}{2^n-1}$．

4．（2015•泰安）下面每个表格中的四个数都是按相同规律填写的：

第1个		第2个		第3个		第4个		……			……
1	4	2	6	3	8	4	10	……	a	20	……
2	9	3	20	4	35	5	54		b	x	

根据此规律确定 x 的值为（　　）

A．135 B．170 C．209 D．252

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 首先根据图示，可得第 n 个表格的左上角的数等于 n，左下角的数等于 n+1；然后根据 4﹣1=3，6﹣2=4，8﹣3=5，10﹣4=6，…，可得从第一个表格开始，右上角的数与左上角的数的差分别是 3、4、5、…，n+2，据此求出 a 的值是多少；最后根据每个表格中右下角的数等于左下角的数与右上角的数的积加上左上角的数，求出 x 的值是多少即可．

解答： 解：∵a+（a+2）=20，

∴a=9，

∵b=a+1，

∴$b=a+1=9+1=10$，
∴$x=20b+a$
$=20\times10+9$
$=200+9$
$=209$
故选：C．
点评： 此题主要考查了探寻数字规律问题，注意观察总结出规律，并能正确的应用规律．
5．（2015•德州）一组数1，1，2，x，5，y…满足"从第三个数起，每个数都等于它前面的两个数之和"，那么这组数中y表示的数为（　　）
A．8　B．9　C．13　D．15
考点： 规律型：数字的变化类．
分析： 根据每个数都等于它前面的两个数之和，可得$x=1+2=3$，$y=x+5=3+5=8$，据此解答即可．
解答： 解：∵每个数都等于它前面的两个数之和，
∴$x=1+2=3$，
∴$y=x+5=3+5=8$，
即这组数中y表示的数为8．
故选：A．
点评： 此题主要考查了探寻数列规律问题，注意观察总结规律，并能正确的应用规律，解答此题的关键是求出x的值是多少．
二．填空题（共19小题）
6．（2015•巴中）a是不为1的数，我们把$\frac{1}{1-a}$称为a的差倒数，如：2的差倒数为$\frac{1}{1-2}=-1$；-1的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$；已知$a_1=3$，$a_2$是$a_1$的差倒数，$a_3$是$a_2$的差倒数．$a_4$是$a_3$差倒数，…依此类推，则$a_{2015}=$__$-\frac{1}{2}$__．
考点： 规律型：数字的变化类；倒数．
专题： 规律型．
分析： 根据差倒数定义表示出各项，归纳总结即可得到结果．
解答： 解：$a_1=3$，a_2是a_1的差倒数，即$a_2=\frac{1}{1-3}=-\frac{1}{2}$，$a_3$是$a_2$的差倒数，即$a_3=\frac{1}{1+\frac{1}{2}}$$=\frac{2}{3}$，$a_4$是$a_3$差倒数，即$a_4=3$，
…依此类推，
∵$2015\div3=671…2$，
∴$a_{2015}=-\frac{1}{2}$．
故答案为：$-\frac{1}{2}$．
点评： 此题考查了规律型：数字的变化类，以及新定义，找出题中的规律是解本题的关键．

7．（2015•酒泉）古希腊数学家把数 1，3，6，10，15，21，…叫做三角形数，其中 1 是第一个三角形数，3 是第 2 个三角形数，6 是第 3 个三角形数，…依此类推，那么第 9 个三角形数是 45 ，2016 是第 63 个三角形数．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 根据所给的数据发现：第 n 个三角形数是 $1+2+3+…+n$，由此代入分别求得答案即可．

解答： 解：第 9 个三角形数是 1+2+3+4+5+6+7+8+9=45，

$1+2+3+4+…+n=2016$，

$n（n+1）=4032$，

解得：$n=63$．

故答案为：45，63．

点评： 此题考查数字的变化规律，找出数字之间的运算规律，利用规律解决问题．

8．（2015•黔西南州）已知

$A_3^2=3\times2=6$，$A_5^3=5\times4\times3=60$，$A_5^2=5\times4\times3\times2=120$，$A_6^3=6\times5\times4\times3=360$，依此规律 $A_7^4=$ 840 ．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 对于 A_a^b（$b<a$）来讲，等于一个乘法算式，其中最大因数是 a，依次少 1，最小因数是 b．依此计算即可．

解答： 解：根据规律可得：

$A_7^4=7\times6\times5\times4=840$；

故答案为：840．

点评： 本题考查了规律型－数字的变化，这类题型在中考中经常出现．对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的．注意找到 A_a^b（$b<a$）中的最大因数，最小因数．

9．（2015•孝感）观察下列等式：$1^2=1$，$1+3=2^2$，$1+3+5=3^2$，$1+3+5+7=4^2$，…，则 1+3+5+7+…+2015= 1016064 ．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 根据 $1=1^2$；$1+3=2^2$；$1+3+5=3^2$；$1+3+5+7=4^2$；…，可得 $1+3+5+…+（2n－1）=n^2$，据此求出 1+3+5+…+2015 的值是多少即可．

解答： 解：因为 $1=1^2$；$1+3=2^2$；$1+3+5=3^2$；$1+3+5+7=4^2$；…，

所以 1+3+5+…+2015

=1+3+5+…+（2×1008－1）

$=1008^2$

=1016064

故答案为：1016064．

点评： 此题主要考查了探寻数列规律问题，注意观察总结规律，并能正确的应用规律，解答此题的关键是判断出：$1+3+5+…+（2n－1）=n^2$．

10．（2015•郴州）请观察下列等式的规律：

$\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3})$，$\frac{1}{3\times5}=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})$，

$\frac{1}{5\times7}=\frac{1}{2}(\frac{1}{5}-\frac{1}{7})$，$\frac{1}{7\times9}=\frac{1}{2}(\frac{1}{7}-\frac{1}{9})$，

…

则$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\ldots+\frac{1}{99\times101}=$<u>$\frac{50}{101}$</u>．

考点：　规律型：数字的变化类．

分析：　观察算式可知$\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$（$n$为非0自然数），把算式拆分再抵消即可求解．

解答：　解：$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\ldots+\frac{1}{99\times101}$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\ldots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{101}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{99}-\frac{1}{101}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{101}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{100}{101}$

$=\frac{50}{101}$．

故答案为：$\frac{50}{101}$．

点评：　考查了规律型：数字的变化类，通过观察，分析、归纳并发现其中的规律，并应用发现的规律解决问题是应该具备的基本能力．本题的关键规律为$\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$（$n$为非0自然数）．

11．（2015•娄底）下列数据是按一定规律排列的，则第7行的第一个数为<u>　22　</u>．

1　　第一行

2　3　　第二行

4　5　6　　第三行

7　8　9　10　第四行

考点：　规律型：数字的变化类．

分析：　先找到数的排列规律，求出第$n-1$行结束的时候一共出现的数的个数，再求第n行的第1个数，即可求出第7行的第1个数．

解答：　解：由排列的规律可得，第$n-1$行结束的时候排了$1+2+3+\ldots+n-1=\frac{1}{2}n(n-1)$个数．

所以第n行的第1个数$\frac{1}{2}n(n-1)+1$．

所以$n=7$时，第7行的第1个数为22．

故答案为：22．

点评：　此题主要考查了数字的变化规律，找出数字排列的规律是解决问题的关键．

12．（2015•绥化）填在下面各正方形中的四个数之间都有一定的规律，按此规律得出$a+b+c=$<u>　110　</u>．

0	3
4	13

2	5
6	31

4	7
8	57

6	c
a	b

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 观察不难发现，左上角+4=左下角，左上角+3=右上角，右下角的数是左下角与右上角两个数的乘积减去 1 的差，根据此规律列式进行计算即可得解．

解答： 解：根据左上角+4=左下角，左上角+3=右上角，右下角的数是左下角与右上角两个数的乘积减去 1 的差，

可得 6+4=a，6+3=c，ac+1=b，

可得：a=10，c=9，b=91，

所以 $a+b+c$=10+9+91=110，

故答案为：110

点评： 本题是对数字变化规律的考查，仔细观察前三个图形，找出四个数之间的变化规律是解题的关键．

13．（2015•济宁）若 $1\times2^2-2\times3^2=-1\times2\times7$；

$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)=-2\times3\times11$；

$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+(5\times6^2-6\times7^2)=-3\times4\times15$；

则 $(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+\ldots+[(2n-1)(2n)^2-2n(2n+1)^2]=$__ $-n(n+1)(4n+3)$ __．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 仔细观察题目提供的三个算式，发现结果和式子序列号之间的关系，然后将这个规律表示出来即可．

解答： 解：∵$1\times2^2-2\times3^2=-1\times2\times7=-1\times2\times(4\times1+3)$；

$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)=-2\times3\times11=-2\times3\times(4\times2+3)$；

$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+(5\times6^2-6\times7^2)=-3\times4\times15=-3\times4\times(4\times3+3)$；

…

$(1\times2^2-2\times3^2)+(3\times4^2-4\times5^2)+\ldots+[(2n-1)(2n)^2-2n(2n+1)^2]=-n(n+1)(4n+3)$，

故答案为：$-n(n+1)(4n+3)$．

点评： 本题考查了数字的变化类问题，仔细观察提供的算式，用含有 n 的代数式表示出来即可．

14．（2015•黔东南州）将全体正整数排成一个三角形数阵，根据上述排列规律，数阵中第 10 行从左至右的第 5 个数是__ 50 __．

1

2 3

4 5 6

7 8 9 10

••••••

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 先找到数的排列规律，求出第 $n-1$ 行结束的时候一共出现的数的个数，再求第 n 行从左向右的第 5 个数，即可求出第 10 行从左向右的第 5 个数．

解答：　解：由排列的规律可得，第 $n-1$ 行结束的时候排了 $1+2+3+\ldots+n-1=\frac{1}{2}n(n-1)$ 个数．

所以第 n 行从左向右的第 5 个数 $\frac{1}{2}n(n-1)+5$．

所以 $n=10$ 时，第 10 行从左向右的第 5 个数为 50．

故答案为：50．

点评：　此题主要考查了数字的变化规律，找出数字排列的规律是解决问题的关键．

15．（2015•常州）数学家歌德巴赫通过研究下面一系列等式，作出了一个著名的猜想．

4=2+2；　　　　　12=5+7；

6=3+3；　　　　　14=3+11=7+7；

8=3+5；　　　　　16=3+13=5+11；

10=3+7=5+5　　　18=5+13=7+11；

…

通过这组等式，你发现的规律是<u>　所有大于 2 的偶数都可以写成两个素数之和　</u>（请用文字语言表达）．

考点：　规律型：数字的变化类．

分析：　根据以上等式得出规律进行解答即可．

解答：　解：此规律用文字语言表达为：所有大于 2 的偶数都可以写成两个素数之和，

故答案为：所有大于 2 的偶数都可以写成两个素数之和

点评：　此题考查规律问题，关键是根据几个等式寻找规律再用文字表达即可．

16．（2015•通辽）一列数 x_1，x_2，x_3，⋯，其中 $x_1=\frac{1}{2}$，$x_n=\frac{1}{1-x_{n-1}}$（n 为不小于 2 的整数），则 x_{2015}=<u>　2　</u>．

考点：　规律型：数字的变化类．

分析：　根据表达式求出前几个数不难发现，每三个数为一个循环组依次循环，用 2015 除以 3，根据商和余数的情况确定 a_{2015} 的值即可．

解答：　解：根据题意得，$a_2=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2$，

$a_3=\frac{1}{1-2}=-1$，

$a_4=\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$，

…，

依此类推，每三个数为一个循环组依次循环，

∵2015÷3=671…2，

∴a_{2015} 是第 671 个循环组的第 2 个数，与 a_2 相同，

即 $a_{2015}=2$．

故答案为：2．

点评：　本题考查数字的变化规律，计算并观察出每三个数为一个循环组依次循环是解题的关键．

17．（2015•东莞）观察下列一组数：$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{5}$，$\frac{3}{7}$，$\frac{4}{9}$，$\frac{5}{11}$，…，根据该组数的排列规律，可推出第10个数是__$\frac{10}{21}$__．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 由分子1，2，3，4，5，…即可得出第10个数的分子为10；分母为3，5，7，9，11，…即可得出第10个数的分母为：1+2×10=21，得出结论．

解答： 解：∵分子为1，2，3，4，5，…，

∴第10个数的分子为10，

∵分母为3，5，7，9，11，…，

∴第10个数的分母为：1+2×10=21，

∴第10个数为：$\frac{10}{21}$，

故答案为：$\frac{10}{21}$．

点评： 此题考查数字的变化规律，找出数字之间的运算规律，得出规律，利用规律，解决问题是解答此题的关键．

18．（2015•恩施州）观察下列一组数：1，2，2，3，3，3，4，4，4，4，5，5，5，5，5，6，…其中每个数n都连续出现n次，那么这一组数的第119个数是__15__．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 根据每个数n都连续出现n次，可列出1+2+3+4+…+x=119+1，解方程即可得出答案．

解答： 解：因为每个数n都连续出现n次，可得：

1+2+3+4+…+x=119+1，

解得：x=15，

所以第119个数是15．

故答案为：15．

点评： 此题考查数字的规律，关键是根据题目首先应找出哪哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的．

19．（2015•黔南州）甲、乙、丙、丁四位同学围成一圈依次循环报数，规定：①甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为1、2、3、4，接着甲报5，乙报6…，后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大1，按此规律，当报到的数是50时，报数结束；②若报出的数为3的倍数，则该报数的同学需拍手一次，在此过程中，甲同学需要拍手的次数为__4__．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 根据报数规律得出甲共报数13次，分别为1，5，9，13，17，21，25，29，33，37，41，45，49，即可得出报出的数为3的倍数的个数，即可得出答案．

解答： 解：∵甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为1、2、3、4，接着甲报5，乙报6…按此规律，后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大1．当报到的数是50时，报数结束；

∴50÷4=12余2，

∴甲共报数13次，分别为1，5，9，13，17，21，25，29，33，37，41，45，49，

∴报出的数为3的倍数，则报该数的同学需拍手一次．在此过程中，
甲同学需报到：9，21，33，45这4个数时，应拍手4次．
故答案为：4．
点评：　此题主要考查了数字规律，得出甲的报数次数以及分别报数的数据是解决问题的关键．
20．（2015•咸宁）古希腊数学家把数1，3，6，10，15，21，…叫做三角数，它有一定的规律性．若把第一个三角数记为a_1，第二个三角数记为a_2…，第n个三角数记为a_n，计算a_1+a_2，a_2+a_3，a_3+a_4，…由此推算$a_{399}+a_{400}=$__1.6×10^5或160000__．
考点：　规律型：数字的变化类．
分析：　首先计算a_1+a_2，a_2+a_3，a_3+a_4的值，然后总结规律，根据规律可以得出结论．
解答：　解：∵$a_1+a_2=4=2^2$；$a_2+a_3=3+6=9=3^2$；$a_3+a_4=6+10=16=4^2$；…

∴$a_n+a_{n+1}=(n+1)^2$；

∴$a_{399}+a_{400}=400^2=1600=1.6\times10^5$．

故答案为：1.6×10^5或160000．
点评：　本题考查的是规律发现，根据计算a_1+a_2，a_2+a_3，a_3+a_4的值可以发现规律为$a_n+a_{n+1}=(n+1)^2$，发现规律是解决本题的关键．
21．（2015•安徽）按一定规律排列的一列数：2^1，2^2，2^3，2^5，2^8，2^{13}，…，若x、y、z表示这列数中的连续三个数，猜想x、y、z满足的关系式是__$xy=z$__．
考点：　规律型：数字的变化类．
分析：　首项判断出这列数中，2的指数各项依次为1，2，3，5，8，13，…，从第三个数起，每个数都是前两数之和；然后根据同底数的幂相乘，底数不变，指数相加，可得这列数中的连续三个数，满足$xy=z$，据此解答即可．
解答：　解：∵$2^1\times2^2=2^3$，$2^2\times2^3=2^5$，$2^3\times2^5=2^8$，$2^5\times2^8=2^{13}$，…，
∴x、y、z满足的关系式是：$xy=z$．
故答案为：$xy=z$．
点评：　此题主要考查了探寻数列规律问题，考查了同底数幂的乘法法则，注意观察总结规律，并能正确的应用规律，解答此题的关键是判断出x、y、z的指数的特征．
22．（2015•遵义）按一定规律排列的一列数依次为：$\frac{4}{5}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{4}{11}$，$\frac{2}{7}$，…，按此规律，这列数中的第10个数与第16个数的积是__$\frac{1}{100}$__．
考点：　规律型：数字的变化类．
分析：　首先根据$\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$，$\frac{2}{7}=\frac{4}{14}$，可得当这列数的分子都化成4时，分母分别是5、8、11、14、…，分母构成以5为首项，以3为公差的等差数列，据此求出这列数中的第10个数与第16个数各是多少；然后求出它们的积是多少即可．
解答：　解：∵$\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$，$\frac{2}{7}=\frac{4}{14}$，

∴这列数依次为：$\frac{4}{5}$，$\frac{4}{8}$，$\frac{4}{11}$，$\frac{4}{14}$，…，

∴当这列数的分子都化成 4 时，分母分别是 5、8、11、14、…，

∵8﹣5=11﹣8=14﹣11=3，

∴分母构成以 5 为首项，以 3 为公差的等差数列，

∴这列数中的第 10 个数与第 16 个数的积是：

$$\frac{4}{5+(10-1)\times3}\times\frac{4}{5+(16-1)\times3}$$

$$=\frac{1}{8}\times\frac{2}{25}$$

$$=\frac{1}{100}.$$

故答案为：$\frac{1}{100}$．

点评： 此题主要考查了探寻数列规律问题，注意观察总结规律，并能正确的应用规律，解答此题的关键是判断出：当这列数的分子都化成 4 时，分母构成以 5 为首项，以 3 为公差的等差数列．

23．（2015•淮安）将连续正整数按如下规律排列：

	第一列	第二列	第三列	第四列	第五列
第一行	1	2	3	4	
第二行		8	7	6	5
第三行	9	10	11	12	
第四行		16	15	14	13
第五行	17	18	19	20	

………

若正整数 565 位于第 a 行，第 b 列，则 $a+b$=__147__．

考点： 规律型：数字的变化类．

分析： 首先根据连续正整数的排列图，可得每行都有 4 个数，所以用 565 除以 4，根据商和余数的情况判断出正整数 565 位于第几行；然后根据奇数行的数字在前四列，数字逐渐增加；偶数行的数字在后四列，数字逐渐减小，判断出 565 在第几列，确定出 b 的值，进而求出 $a+b$ 的值是多少即可．

解答： 解：∵565÷4=141…1，

∴正整数 565 位于第 142 行，

即 a=142；

∵奇数行的数字在前四列，数字逐渐增加；偶数行的数字在后四列，数字逐渐减小，

∴正整数 565 位于第五列，

即 b=5，

∴$a+b$=142+5=147．

故答案为：147．

点评： 此题主要考查了探寻数列规律问题，注意观察总结出规律，并能正确的应用规律，解答此题的关键是判断出：（1）每行都有 4 个数．（2）奇数行的数字在前四列，数字逐渐增加；偶数行的数字在后四列，数字逐渐减小．

24．（2015•常德）取一个自然数，若它是奇数，则乘以 3 加上 1，若它是偶数，则除以 2，按此规则经过若干步的计算最终可得到 1．这个结论在数学上还没有得到证明．但举例验证都是正确的．例如：取自然数 5．最少经过下面 5 步运算可得 1，即：

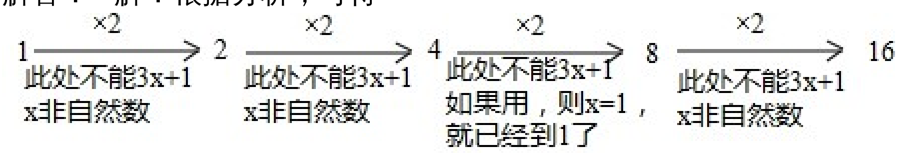
$5 \xrightarrow{\times 3+1} 16 \xrightarrow{\div 2} 8 \xrightarrow{\div 2} 4 \xrightarrow{\div 2} 2 \xrightarrow{\div 2} 1$，

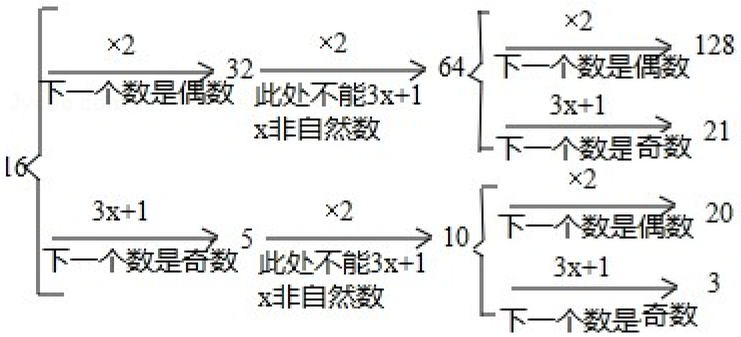
如果自然数 m 最少经过 7 步运算可得到 1，则所有符合条件的 m 的值为__128、21、20、3__．

考点： 规律型：数字的变化类；推理与论证．

分析： 首先根据题意，应用逆推法，用 1 乘以 2，得到 2；用 2 乘以 2，得到 4；用 4 乘以 2，得到 8；用 8 乘以 2，得到 16；然后分类讨论，判断出所有符合条件的 m 的值为多少即可．

解答： 解：根据分析，可得





则所有符合条件的 m 的值为：128、21、20、3．

故答案为：128、21、20、3．

点评： （1）此题主要考查了探寻数列规律问题，考查了逆推法的应用，注意观察总结出规律，并能正确的应用规律．

（2）此题还考查了推理和论证问题，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①演绎推理是从一般规律出发，运用逻辑证明或数学运算，得出特殊事实应遵循的规律，即从一般到特殊．②归纳推理就是从许多个别的事物中概括出一般性概念、原则或结论，即从特殊到一般．

三．解答题（共 1 小题）

25．（2015•张家界）阅读下列材料，并解决相关的问题．

按照一定顺序排列着的一列数称为数列，排在第一位的数称为第 1 项，记为 a_1，依此类推，排在第 n 位的数称为第 n 项，记为 a_n．

一般地，如果一个数列从第二项起，每一项与它前一项的比等于同一个常数，那么这个数列叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，公比通常用字母 q 表示（$q\neq0$）．如：数列 1，3，9，27，…为等比数列，其中 $a_1=1$，公比为 $q=3$．

则：（1）等比数列 3，6，12，…的公比 q 为__2__，第 4 项是__24__．

（2）如果一个数列 a_1，a_2，a_3，a_4，…是等比数列，且公比为 q，那么根据定义可得到：

$\frac{a_2}{a_1}=q$，$\frac{a_3}{a_2}=q$，$\frac{a_4}{a_3}=q$，…$\frac{a_n}{a_{n-1}}=q$．

所以：$a_2=a_1\bullet q$，$a_3=a_2\bullet q=(a_1\bullet q)\bullet q=a_1\bullet q^2$，$a_4=a_3\bullet q=(a_1\bullet q^2)\bullet q=a_1\bullet q^3$，…

由此可得：$a_n=$__$a_1\bullet q^{n-1}$__（用 a_1 和 q 的代数式表示）．

（3）若一等比数列的公比 $q=2$，第 2 项是 10，请求它的第 1 项与第 4 项．

考点： 规律型：数字的变化类．
专题： 阅读型．
分析： （1）由第二项除以第一项求出公比 q 的值，确定出第 4 项即可；
（2）根据题中的定义归纳总结得到通项公式即可；
（3）由公比 q 与第二项的值求出第一项的值，进而确定出第 4 项的值．
解答： 解：（1）$q=\frac{6}{3}=2$，第 4 项是 24；
（2）归纳总结得：$a_n=a_1\bullet q^{n-1}$；
（3）∵等比数列的公比 $q=2$，第二项为 10，
∴$a_1=\frac{a_2}{q}=5$，$a_4=a_1\bullet q^3=5\times 2^3=40$．
故答案为：（1）2；24；（2）$a_1\bullet q^{n-1}$
点评： 此题考查了规律型：数字的变化类，弄清题中的规律是解本题的关键．