

一次方程组的几处应用

一次方程组除了用来解应用题之外，还可以应用于解下列一些简单的问题。

一、求字母的值

例1 对于任意实数 m ，等式 $(m-2)x+(m+1)y-m-7=0$ ，求 x,y 的值。

解： $\because m$ 为任意实数，故可设 $m=0$

$$\text{得， } -2x+y-7=0 \quad (1)$$

$$\text{又设 } m=1, \text{ 得 } -x+2y-8=0 \quad (2)$$

由(1)(2)组成方程组，解得 $x=-2, y=3$

例2 关于 x 的代数式 $y=ax^2+bx+c$ ，当 x 分别取1,2,-1时， y 的值分别是4, 7, 10，求 a,b,c 的值。

$$\text{解：根据题意，得 } \begin{cases} a+b+c=4 \\ 4a+2b+c=7 \\ a-b+c=10 \end{cases}$$

解之得 $a=2, b=-3, c=5$

例3 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=1 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ 都是关于 x,y 的某个二元一次方程的解，求这个二元一次方程。

解：设这个二元一次方程为

$$y=ax+b, \text{ 根据题意得 } \begin{cases} 2a+b=1 \\ a+b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

解之，得 $a = \frac{3}{2}$ ， $b = -2$

\therefore 这个二元一次方程为 $y = \frac{3}{2}x - 2$

例4 已知等式 $2x^2 - 8x + 7 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ ，求 a, b, c 的值。

解：由已知条件得

$$2x^2 - 8x + 7 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c = ax^2 + (b - 2a)x + (a - b + c)$$

比较对应项的系数，得

$$\begin{cases} a = 2 \\ b - 2a = -8 \\ a - b + c = 7 \end{cases}$$

解之得， $a = 2$ ， $b = -4$ ， $c = 1$

二、求算式的值

例5 对应实数 x, y ，设 $x \times y = ax + by + c$ ，等式右边是通常的加法和乘法，且 $3 \times 5 = 15$ ， $4 \times 7 = 28$ ，则 $1 \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解：由题意，得

$$\begin{cases} 3a + 5b + c = 15 \\ 4a + 7b + c = 28 \end{cases}$$

变形，得

$$\begin{cases} (a + b + c) + 2(a + 2b) = 15 \\ (a + b + c) + 3(a + 2b) = 28 \end{cases}$$

解关于 $(a + b + c)$ 与 $(a + 2b)$ 的方程组，得

$$a + b + c = -11$$

$$\therefore 1 \times 1 = -11$$

三、用于解方格问题

例6 如图，在 3×3 方格内已填好了两个数19和95，可以在其余的方格中填上适当的数，使每一行、每一列、以及每一条对角线上的

三个数的和都相等，

(1) 求x；

(2) 在题设的基础上，如果中间的空格上是100，请完成填图。

	x	
		19
95		

解：(1) 设每一行、每一列、每一条对角线的三个数都相等的数是k

$$\therefore \begin{cases} a_1 + c_1 + x = k & (1) \\ a_2 + b_2 + 19 = k & (2) \\ a_1 + a_2 + 95 = k & (3) \\ c_1 + b_2 + 95 = k & (4) \end{cases}$$

$$(1) + (2) = (3) + (4)$$

$$\text{得 } x + 19 = 2 \times 95, x = 171$$

a_1	x	c_1
a_2	b_2	19
95	b_3	c_3

(2) 中间填上100，从而不难求每行、每列、每条对角线的三个数的和为300，则其余空格上数字如图。

24	171	105
181	100	19
95	29	176

