2012年南通市中考数学试题

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分）

1．计算6÷(－3)的结果是【 B 】

A．－　　B．－2　　C．－3　　D．－1.8

【考点】有理数的除法．

【专题】计算题．

【分析】根据有理数的除法运算法则计算即可得解．

【解答】解：6÷（－3）＝－（6÷3）＝－2．

故选B．

【点评】本题考查了有理数的除法，是基础题，熟练掌握运算法则是解题的关键．

2．计算$(－x)^2·x^3$的结果是【 A 】

A．x^5　　B．$－x^5$　　C．x^6　　D．$－x^6$

【考点】同底数幂的乘法．

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变，指数相加，计算后直接选取答案．

【解答】解：$(-x^2)\bullet x^3=-x^{2+3}=-x^5$．

故选A．

【点评】本题主要考查同底数幂的乘法运算法则：底数不变，指数相加．熟练掌握运算法则是解题的关键．

3．已知∠α＝32º，则∠α的补角为【 C 】

A．58º　　B．68º　　C．148º　　D．168º

【考点】余角和补角．

【专题】常规题型．

【分析】根据互为补角的和等于180°列式计算即可得解．

【解答】解：∵∠a=32°，∴∠a的补角为180°－32°=148°．

故选C．

【点评】本题考查了余角与补角的定义，熟记互为补角的和等于180°是解题的关键．

4．至2011年末，南通市户籍人口为764.88万人，将764.88万用科学记数法表示为【 C 】

A．$7.6488×10^4$　B．$7.6488×10^5$　C．$7.6488×10^6$　D．$7.6488×10^7$

【考点】科学记数法—表示较大的数．

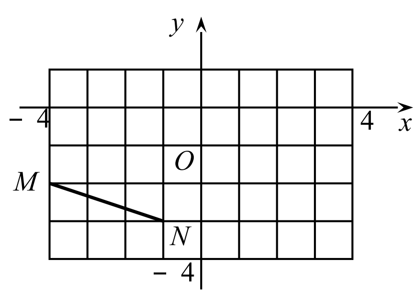
【分析】科学记数法的表示形式为a×10n的形式，其中1≤|a|＜10，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数．

【解答】解：将764.88万用科学记数法表示为$7.6488×10^6$．

故选C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a×10^n$的形式，其中1≤|a|＜10，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

5．线段MN在直角坐标系中的位置如图所示，线段M_1N_1与MN关于y轴对称，则点M的对应的点



M_1的坐标为【 **D** 】

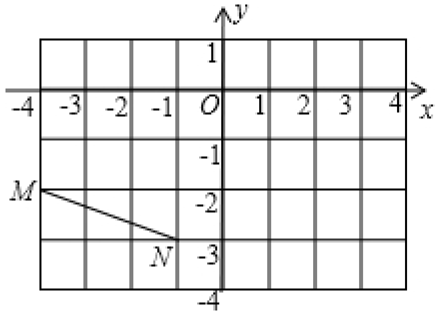
A．(4，2)　　　B．(－4，2)

C．(－4，－2)　　D．(4，－2)

【考点】坐标与图形变化-对称．

【分析】根据坐标系写出点 M 的坐标，再根据关于 y 轴对称的点的坐标特点：纵坐标相等，横坐标互为相反数，即可得出 M′的坐标．

【解答】解：根据坐标系可得 M 点坐标是（-4，-2），故点 M 的对应点 M′的坐标为（4，-2），故选：D．



【点评】此题主要考查了坐标与图形的变化，关键是掌握关于 y 轴对称点的坐标的变化特点．

6．已知 $x^2+16x+k$ 是完全平方式，则常数 k 等于【 **A** 】

A．64　　B．48　　C．32　　D．16

【考点】完全平方式．

【分析】根据乘积项先确定出这两个数是 x 和 8，再根据完全平方公式的结构特点求出 8 的平方即可．

【解答】解：∵16x=2×x×8，

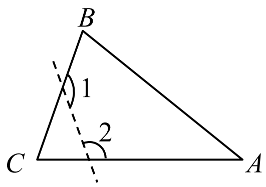
∴这两个数是 x、8

∴k=82=64．

故选 A．

【点评】本题是完全平方公式的应用，熟练掌握完全平方公式的结构特点，求出这两个数是求解的关键．

7．如图，在△ABC 中，∠C＝70º，沿图中虚线截去∠C，则∠1＋∠2＝【 **B** 】

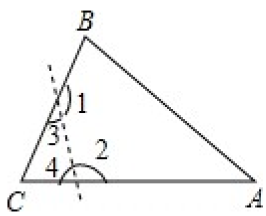


A．360º　　B．250º

C．180º　　D．140º

【考点】三角形内角和定理；多边形内角与外角．

【分析】先利用三角形内角与外角的关系，得出∠1+∠2=∠C+（∠C+∠3+∠4），再根据三角形内角和定理即可得出结果．

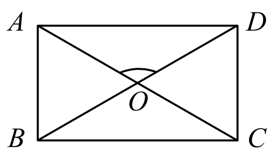


【解答】解：∵∠1、∠2 是△CDE 的外角，∴∠1=∠4+∠C，∠2=∠3+∠C，即∠1+∠2=∠C+（∠C+∠3+∠4）=70°+180°=250°．

故选 B．

【点评】此题主要考查了三角形内角和定理及外角的性质，三角形内角和是 180°；三角形的任一外角等于和它不相邻的两个内角之和．

8．如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC＝8cm，∠AOD＝120º，则 AB 的长为【 **D** 】



A．cm　　B．2cm

C．2cm　　D．4cm

【考点】矩形的性质；等边三角形的判定与性质．

【分析】根据矩形的对角线相等且互相平分可得 AO=BO=$\frac{1}{2}$AC，再根据邻角互补求出∠AOB 的度数，然后得到△AOB 是等边三角形，再根据等边三角形的性质即可得解．

【解答】解：在矩形 ABCD 中，AO=BO=$\frac{1}{2}$AC=4cm，

∵∠AOD=120°，

∴∠AOB=180°-120°=60°，

∴△AOB 是等边三角形，

∴AB=AO=4cm．

故选 D．

【点评】本题考查了矩形的性质，等边三角形的判定与性质，判定出△AOB 是等边三角形是解题的关键．

9．已知点 $A(-1，y_1)$、$B(2，y_2)$都在双曲线 $y=$ 上，且 $y_1>y_2$，则 m 的取值范围是【 **D** 】

A．$m<0$　　B．$m>0$　　C．$m>-$　　D．$m<-$

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征．

【专题】计算题．

【分析】将 A（-1，y_1），B（2，y_2）两点分别代入双曲线 y=3+2m x，求出 y_1与 y_2的表达式，再根据 $y_1>y_2$则列不等式即可解答．

【解答】解：将 A（-1，y_1），B（2，y_2）两点分别代入双曲线 y=3+2m x 得，

y_1=-2m-3，

y_2=3+2m 2，

∵$y_1>y_2$，

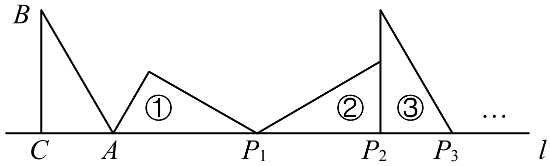
∴-2m-3＞3+2m 2，

解得 m＜-3 /2，

故选 D．

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，要知道，反比例函数函数图象上的点符合函数解析式．

10．如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle B=30°$，$AC=1$，AC 在直线 l 上．将△ABC 绕点 A 顺时针旋转到位置①，可得到点 P_1，此时 $AP_1=2$；将位置①的三角形绕点 P_1 顺时针旋转到位置②，可得到点 P_2，此时 $AP_2=2+$ ；将位置②的三角形绕点 P_2 顺时针旋转到位置③，可得到点 P_3，此时 $AP_3=3+$ ；…，按此规律继续旋转，直到得到点 P_{2012} 为止，则 $AP_{2012}=$【 **B** 】



A．2011＋671　　B．2012＋671

C．2013＋671　　D．2014＋671

【考点】旋转的性质．

【专题】规律型．
【分析】仔细审题，发现将 Rt△ABC 绕点 A 顺时针旋转，每旋转一次，AP 的长度依次增加 2， 3 ，1，且三次一循环，按此规律即可求解．
【解答】解：∵Rt△ABC 中，∠ACB=90°，∠B=30°，AC=1，
∴AB=2，BC= 3 ，
∴将△ABC 绕点 A 顺时针旋转到①，可得到点 P1，此时 AP1=2；将位置①的三角形绕点 P1 顺时针旋转到位置②，可得到点 P2，此时 AP2=2+ 3 ；将位置②的三角形绕点 P2 顺时针旋转到位置③，可得到点 P3，此时 AP3=2+ 3 +1=3+ 3 ；
又∵2012÷3=670…2，
∴AP2012=670（3+ 3 ）+2+ 3 =2012+671 3 ．
故选 B．
【点评】本题考查了旋转的性质及直角三角形的性质，得到 AP 的长度依次增加 2， 3 ，1，且三次一循环是解题的关键．

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

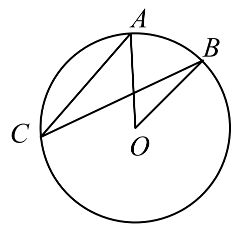
11．单项式 $3x^2y$ 的系数为__3__．
【考点】单项式．
【分析】把原题单项式变为数字因式与字母因式的积，其中数字因式即为单项式的系数．
【解答】解：3x2y=3•x2y，其中数字因式为 3，
则单项式的系数为 3．
故答案为：3．
【点评】本题考查了单项式的系数，确定单项式的系数时，把一个单项式分解成数字因数和字母因式的积，是找准单项式的系数的关键．找出单项式的系数的规律也是解决此类问题的关键．

12．函数 $y=$ 中，自变量 x 的取值范围是__x≠5__．
【考点】函数自变量的取值范围；分式有意义的条件．
【专题】计算题．
【分析】求函数自变量的取值范围，就是求函数解析式有意义的条件，分式有意义的条件是：分母不等于 0．
【解答】解：根据题意得 x-5≠0，
解得 x≠5．
故答案为 x≠5．
【点评】（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

13．某校 9 名同学的身高（单位：cm）分别是：163、165、167、164、165、166、165、164、166，则这组数据的众数为__１６５__．
【考点】众数．
【分析】根据众数是一组数据中出现次数最多的数据解答即可．
【解答】解：数据 163，165，167，164，165，166，165，164，166 中 165 出现了 3 次，且次数最多，所以众数是 165．
故答案为：165．
【点评】本题考查了众数的定义，熟记定义是解题的关键，需要注意，众数有时候可以不

止一个．

14．如图，在⊙O中，$\angle AOB=46^{\circ}$，则$\angle ACB=$_2 3_°．



【考点】圆周角定理．

【分析】由⊙O 中，∠AOB=46°，根据在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半，即可求得∠ACB 的度数．

【解答】解：∵⊙O 中，∠AOB=46°，

∴$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 46^{\circ}=23^{\circ}$．

故答案为：23．

【点评】此题考查了圆周角定理．此题比较简单，注意掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半定理的应用，注意数形结合思想的应用．

15．甲种电影票每张 20 元，乙种电影票每张 15 元．若购买甲、乙两种电影票共 40 张，恰好用去 700 元，则甲种电影票买了_2 0_张．

【考点】二元一次方程组的应用．

【专题】应用题．

【分析】设购买甲电影票 x 张，乙电影票 y 张，则根据总共买票 40 张，花了 700 元可得出方程组，解出即可得出答案．

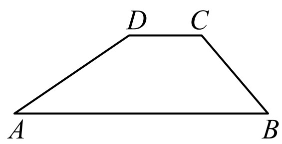
【解答】解：设购买甲电影票 x 张，乙电影票 y 张，由题意得，

$\begin{cases}x+y=40\\20x+15y=700\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=20\\y=20\end{cases}$，即甲电影票买了 20 张．

故答案为：20．

【点评】此题考查了二元一次方程组的应用，属于基础题，解答本题的关键是根据题意等量关系得出方程组．

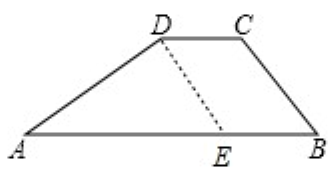


16．如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$\angle A+\angle B=90^{\circ}$，$AB=7\text{cm}$，$BC=3\text{cm}$，$AD=4\text{cm}$，则 $CD=$__2__cm．

【考点】梯形；勾股定理．

【分析】作 DE∥BC 于 E 点，得到四边形 CDEB 是平行四边形，根据∠A+∠B=90°，得到三角形 ADE 是直角三角形，利用勾股定理求得 AE 的长后即可求得线段 CD 的长．

【解答】解：作 DE∥BC 于 E 点，则∠DEA=∠B



∵∠A+∠B=90°

∴∠A+∠DEA=90°

∴ED⊥AD

∵BC=3cm，AD=4cm，

∴EA=5

∴CD=BE=AB-AE=7-5=2cm，

故答案为 2．

【点评】本题考查了梯形的性质及勾股定理的知识，解题的关键是正确的作出辅助线．

17．设 m、n 是一元二次方程 $x^2+3x-7=0$ 的两个根，则 $m^2+4m+n=$__4__．

【考点】根与系数的关系；一元二次方程的解．

【分析】由 α，β 是一元二次方程 x2+3x-7=0 的两个根，得出 α+β=-3，$\alpha^2+3\alpha=7$，再把 $a^2+4a+\beta$ 变形为 $a^2+3\alpha+\alpha+\beta$，即可求出答案．

【解答】解：∵α，β 是一元二次方程 $x^2+3x-7=0$ 的两个根，

∴α+β=-3，α2+3α=7，

∴$a^2+4a+\beta$=a2+3α+α+β=7-3=4，

故答案为：4．

【点评】本题考查了一元二次方程根与系数的关系．解此类题目要利用解的定义找一个关于 a、b 的相等关系，再根据根与系数的关系求出 ab 的值，把所求的代数式化成已知条件的形式，代入数值计算即可．一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（a≠0）的根与系数的关系为：x_1+x_2=-ba ，$x_1\bullet x_2$=c a

18．无论 a 取什么实数，点 $P(a-1，2a-3)$都在直线 l 上，$Q(m，n)$是直线 l 上的点，则 $(2m-n+3)^2$的值等于___．

【考点】一次函数图象上点的坐标特征．

【专题】探究型．

【分析】先令 a=0，则 P（-1，-3）；再令 a=1，则 P（0，-1），由于 a 不论为何值此点均在直线 l 上，设此直线的解析式为 y=kx+b（k≠0），把两点代入即可得出其解析式，再把 Q（m，n）代入即可得出 2m-n 的值，进而可得出结论．

【解答】解：∵令 a=0，则 P（-1，-3）；再令 a=1，则 P（0，-1），由于 a 不论为何值此点均在直线 l 上，

∴设此直线的解析式为 y=kx+b（k≠0），

∴ -k+b=-3 b=-1 ，解得 k=2 b=-2 ，

∴此直线的解析式为：y=2x-1，，

∵Q（m，n）是直线 l 上的点，

∴2m-1=n，即 2m-n=1，

∴原式=（1+3）2=16．

故答案为：16．

【点评】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，即一次函数图象上点的坐标一定适合此函数的解析式．

三、解答题（本大题共 10 小题，满分 96 分）

19．（本小题满分 10 分）

计算：(1) $|-2|+(-2)^2+(7-\pi)^0-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$；　(2) $\sqrt{48}\div\sqrt{3}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{24}$．

【考点】二次根式的混合运算；零指数幂；负整数指数幂．

【分析】（1）根据绝对值、有理数的乘方、零整数指数幂、负整数指数幂的定义分别进行计算，再把所得的结果相加即可；

（2）根据二次根式混合运算的顺序和法则分别进行计算，再合并同类二次根式即可．

【解答】解：（1）|-1|+（-2）2+（7-π）0-（1 3 ）-1

=1+4+1-3

=3；

（2） 48 ÷ 3 - 1 2 × 12 + 24

=4 3 ÷ 3 - 6 +2 6

=4+ 6 = 10．

【点评】此题考查了二次根式的混合运算，在计算时要注意顺序和法则以及结果的符号．

20．（本小题满分 8 分）

先化简，再求值：$\left[1+\dfrac{2x-4}{(x+1)(x-2)}\right]\div\dfrac{x+3}{x^2-1}$，其中 $x=6$．

【考点】分式的化简求值．

【分析】首先把括号里面的分子分解因式，再约分化简，然后再通分计算，再把括号外的除法运算转化成乘法运算，再进行约分化简，最后把 x=6 代入即可求值．

【解答】解：原式=[1+2(x-2) (x+1)(x-2)]•(x-1)(x+1) x+3

=[x+1 x+1 +2 x+1]•(x-1)(x+1) x+3

=x+3 x+1 •(x-1)(x+1) x+3

=x-1，

把 x=6 代入得：原式=6-2=5．

【点评】本题主要考查了分式的化简求值，解答本题的关键是把分式通过约分化为最简，然后再代入数值计算．在化简的过程中要注意运算顺序．

21．（本小题满分 9 分）

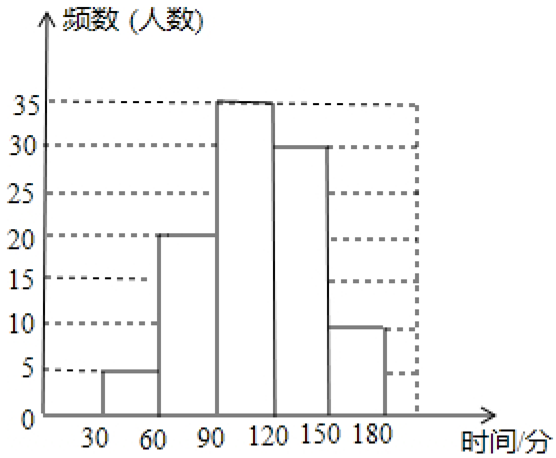
为了了解学生参加家务劳动的情况，某中学随机抽取部分学生，统计他们双休日两天家务劳动的时间，将统计的劳动时间（单位：分钟）分成 5 组：$30\le x<60$、$60\le x<90$、$90\le x<120$、$120\le x<150$、$150\le x<180$，绘制成频数分布直方图．

请根据图中提供的信息，解答下列问题：

(1)这次抽样调查的样本容量是____；

(2)根据小组 $60\le x<90$ 的组中值 75，估计该组中所有数据的和为____；

(3)该中学共有 1000 名学生，估计双休日两天有多少学生家务劳动的时间不少于 90 分钟？



【考点】频数（率）分布直方图；用样本估计总体．

【分析】（1）把每一组的频数相加即可求出这次抽样调查的样本容量；

（2）用小组 60≤x＜90 的组中值乘以这一组的频数即可求出答案；

（3）用总人数乘以劳动的时间不小于 90 分钟的人数所占的百分比即可．

【解答】解：（1）这次抽样调查的样本容量是：5+20+35+30+10=100；

（2）因为小组 60≤x＜90 的组中值 75，

所以该组中所有数据的和为：75×20=1500；

（3）根据题意得：

1000×35+30+10 100 =750（人）．

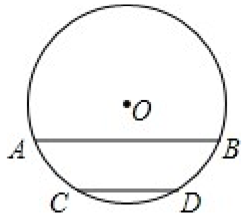
答：该中学双休日两天有 750 名学生家务劳动的时间不小于 90 分钟．

故答案为：100，1500．

【点评】本题考查频率分布表，根据频率=$\frac{频数}{总数}$，知道其中任何两个量可求出其它的量，且频率和为 1，频数和与样本容量相等，以及频率与所占百分比的关系等．

22．（本小题满分 8 分）

如图，⊙O 的半径为 17cm，弦 $AB\parallel CD$，$AB=30$cm，$CD=16$cm，圆心 O 位于 AB、CD 的上方，求 AB 和 CD 间的距离．



【考点】垂径定理；勾股定理．

【专题】探究型．

【分析】分别作弦 AB、CD 的弦心距，设垂足为 E、F；由于 AB∥CD，则 E、O、F 三点共线，EF 即为 AB、CD 间的距离；由垂径定理，易求得 AE、CF 的长，可连接 OA、ODC 在构建的直角三角形中，根据勾股定理即可求出 OE、OF 的长，也就求出了 EF 的长，即弦 AB、CD 间的距离．

【解答】解：分别作弦 AB、CD 的弦心距，设垂足为 E、F，

∵AB=30cm，CD=16cm，

∴AE=$\frac{1}{2}$AB=$\frac{1}{2}$×30=15cm，CF=$\frac{1}{2}$CD=$\frac{1}{2}$×16=8cm，

在 Rt△AOE 中，

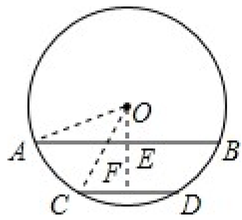
OE=$\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{17^2-15^2}$=8cm，

在 Rt△OCF 中，

OF=$\sqrt{OC^2-CF^2}=\sqrt{17^2-8^2}$=15cm，

∴EF=OF-OE=15-8=7cm．

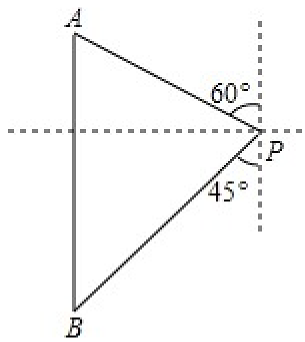
答：AB 和 CD 的距离为 8cm．



【点评】本题考查的是勾股定理及垂径定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键．

23．（本小题满分 8 分）

如图，某测量船位于海岛 P 的北偏西 60º 方向，距离海岛 100 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于海岛 P 的西南方向上的 B 处．求测量船从 A 处航行到 B 处的路程(结果保留根号)．



【考点】解直角三角形的应用-方向角问题．

【专题】计算题．

【分析】将 AB 分为 AE 和 BE 两部分，分别在 Rt△BEP 和 Rt△BEP 中求解．要利用 30°的角所对的直角边是斜边的一半和等腰直角三角形的性质解答．

【解答】解：∵AB 为南北方向，

∴△AEP 和△BEP 分别为直角三角形，

再 Rt△AEP 中，

∠APE=90°-60°=30°，

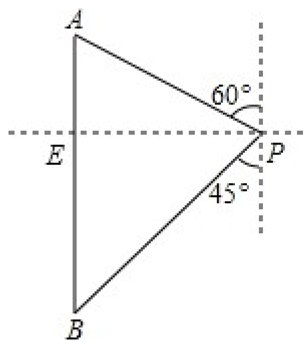
AE=$\frac{1}{2}$AP=$\frac{1}{2}$×100=50 海里，

∴EP=100×cos30°=50$\sqrt{3}$ 海里，

在 Rt△BEP 中，

BE=EP=50$\sqrt{3}$ 海里，

∴AB=（50+50$\sqrt{3}$）海里．



答：测量船从 A 处航行到 B 处的路程为（$50+50\sqrt{3}$）海里．

【点评】本题考查了解直角三角形的应用--方向角问题，找到题目中的特殊角并熟悉解直角三角形是解题的关键．

24．（本小题满分 8 分）

四张扑克牌的点数分别是 2、3、4、8，将它们洗匀后背面朝上放在桌面上．

(1)从中随机抽取一张牌，求这张牌的点数是偶数的概率；

(2)从中先随机抽取一张牌，接着再抽取一张牌，求这两张牌的点数都是偶数的概率．

【考点】列表法与树状图法；概率公式．

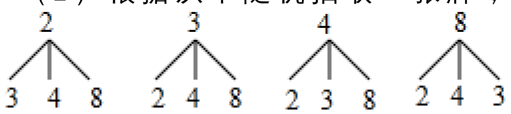
【分析】（1）利用数字 2，3，4，8 中一共有 3 个偶数，总数为 4，即可得出点数偶数的概率；

（2）利用树状图列举出所有情况，让点数都是偶数的情况数除以总情况数即为所求的概率．

【解答】解：（1）根据数字 2，3，4，8 中一共有 3 个偶数，

故从中随机抽取一张牌，这张牌的点数偶数的概率为：$\frac{3}{4}$；

（2）根据从中随机抽取一张牌，接着再抽取一张，列树状图如下：



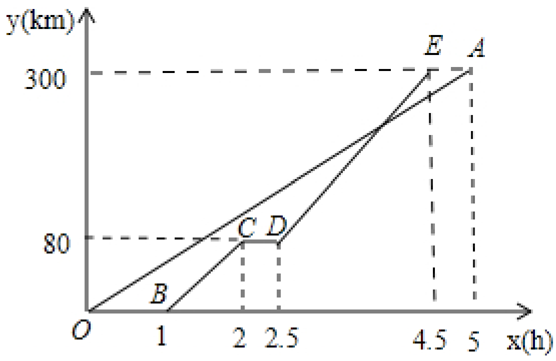
根据树状图可知，一共有 12 种情况，两张牌的点数都是偶数的有 6 种，

故连续抽取两张牌的点数都是偶数的概率是：$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$．

【点评】此题主要考查了列表法求概率，列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果适合于两步完成的事件；树状图法适用于两步或两步以上完成的事件；解题时还要注意是放回实验还是不放回实验．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

25．（本小题满分 9 分）

甲、乙两地相距 300km，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发向乙地．如图，线段 OA 表示货车离甲地距离 y(km)与时间 x(h)之间的函数关系，折线 $BCDE$ 表示轿车离甲地距离 y(km)与时间 x(h)之间的函数关系．请根据图象，解答下列问题：



(1)线段 CD 表示轿车在途中停留了 h；

(2)求线段 DE 对应的函数解析式；

(3)求轿车从甲地出发后经过多长时间追上货车．

【考点】一次函数的应用．

【分析】（1）利用图象得出 CD 这段时间为 2.5-2=0.5，得出答案即可；

（2）利用 D 点坐标为：（2.5，80），E 点坐标为：（4.5，300），求出函数解析式；

（3）利用 OA 的解析式得出，当 60x=110x-195 时，即为轿车追上货车时，求出．

【解答】解：（1）利用图象可得：线段 CD 表示轿车在途中停留了：2.5-2=0.5 小时；

（2）根据 D 点坐标为：（2.5，80），E 点坐标为：（4.5，300），

代入 y=kx+b，得：

80=2.5k+b 300=4.5k+b ，

解得：k=110 b=-195 ，

故线段 DE 对应的函数解析式为：y=110x-195；

（3）∵A 点坐标为：（5，300），

代入解析式 y=ax 得，

300=5a，

解得：a=60，

故 y=60x，当 60x=110x-195，

解得：x=3.9 小时，

答：轿车从甲地出发后经过 3.9 小时追上货车．

【点评】此题主要考查了一次函数的应用和待定系数法求一次函数解析式，根据已知得出函数解析式利用图象分析得出是解题关键．

26．（本小题满分 10 分）

如图，菱形 $ABCD$ 中，$\angle B=60^\circ$，点 E 在边 BC 上，点 F 在边 CD 上．

(1)如图 1，若 E 是 BC 的中点，$\angle AEF=60^\circ$，求证：$BE=DF$；

(2)如图 2，若 $\angle EAF=60^\circ$，求证：$\triangle AEF$ 是等边三角形．

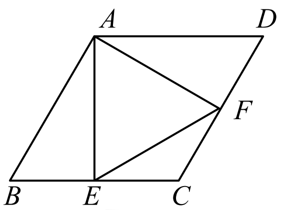


图 1

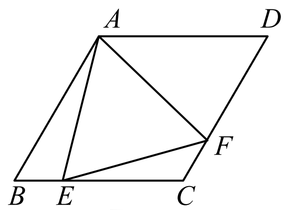


图 2

【考点】菱形的性质；全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定．

【专题】证明题．

【分析】（1）首先连接 AC，由菱形 ABCD 中，∠B=60°，根据菱形的性质，易得△ABC 是等边三角形，又由三线合一，可证得 AE⊥BC，继而求得∠FEC=∠CFE，即可得 EC=CF，继而证得 BE=DF；

（2）首先连接 AC，可得△ABC 是等边三角形，即可得 AB=AC，以求得∠ACF=∠B=60°，然后利用平行线与三角形外角的性质，可求得∠AEB=∠AFC，证得△AEB≌△AFC，即可得 AE=AF，证得：△AEF 是等边三角形．

【解答】证明：（1）连接 AC，

∵菱形 ABCD 中，∠B=60°，

∴AB=BC=CD，∠C=180°-∠B=120°，

∴△ABC 是等边三角形，

∵E 是 BC 的中点，

∴AE⊥BC，

∵∠AEF=60°，

∴∠FEC=90°-∠AEF=30°，

∴∠CFE=180°-∠FEC-∠C

=180°-30°-120°=30°，

∴∠FEC=∠CFE，

∴EC=CF，

∴BE=DF；

（2）连接 AC，

∵四边形 ABCD 是菱形，∠B=60°

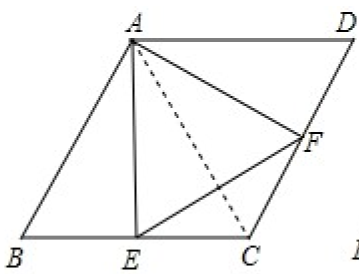


图1

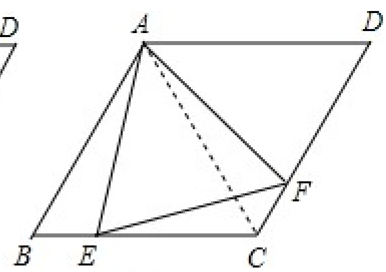


图2

∴AB=BC，∠D=∠B=60°，∠ACB=∠ACF，
∴△ABC 是等边三角形，
∴AB=AC，∠ACB=60°，
∴∠B=∠ACF=60°，
∵AD∥BC，
∴∠AEB=∠EAD=∠EAF+∠FAD=60°+∠FAD，
∠AFC=∠D+∠FAD=60°+∠FAD，
∴∠AEB=∠AFC，
在△ABE 和△AFC 中，
∠B=∠ACF ∠AEB=∠AFC AB=AC
∴△ABE≌△ACF（AAS），
∴AE=AF，
∵∠EAF=60°，
∴△AEF 是等边三角形．

【点评】此题考查了菱形的性质、等边三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质以及等腰三角形的判定与性质．此题难度适中，注意准确作出辅助线，注意数形结合思想的应用．

27．（本小题满分 12 分）

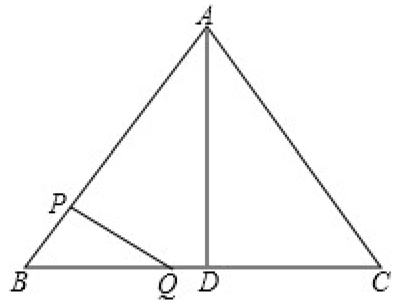
如图，在△ABC 中，$AB = AC = 10$cm，$BC = 12$cm，点 D 是 BC 边的中点．点 P 从点 B 出发，以 $a$cm/s($a > 0$)的速度沿 BA 匀速向点 A 运动；点 Q 同时以 1cm/s 的速度从点 D 出发，沿 DB 匀速向点 B 运动，其中一个动点到达端点时，另一个动点也随之停止运动，设它们运动的时间为 ts．

(1)若 $a = 2$，△BPQ∽△BDA，求 t 的值；

(2)设点 M 在 AC 上，四边形 $PQCM$ 为平行四边形．

① 若 $a =$ ，求 PQ 的长；

② 是否存在实数 a，使得点 P 在∠ACB 的平分线上？若存在，请求出 a 的值；若不存在，请说明理由．



【考点】相似三角形的判定与性质；等腰三角形的性质；勾股定理；平行四边形的性质．

【专题】几何综合题．

【分析】（1）由△ABC 中，AB=AC=10 厘米，BC=12 厘米，D 是 BC 的中点，根据等腰三角形三线合一的性质，即可求得 BD 与 CD 的长，又由 a=2，△BPQ∽△BDA，利用相似三角形的对应边成比例，即可求得 t 的值；

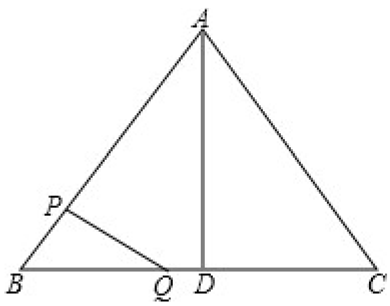
（2）①首先过点 P 作 PE⊥BC 于 E，由四边形 PQCM 为平行四边形，易证得 PB=PQ，又由平行线分线段成比例定理，即可得方程 5 2 t 10 =1 2 (6-t) 6 ，解此方程即可求得答案；

② 首先假设存在点 P 在∠ACB 的平分线上，由四边形 PQCM 为平行四边形，可得四边形 PQCM 是菱形，即可得 PB=CQ，PM：BC=AP：PB，及可得方程组，解此方程组求得 t 值为负，故可得不存在．

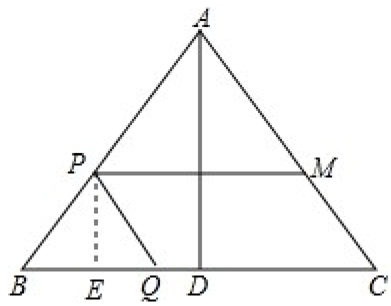
【解答】解：（1）△ABC 中，AB=AC=10cm，BC=12cm，D 是 BC 的中点，

∴BD=CD=1 2 BC=6cm，

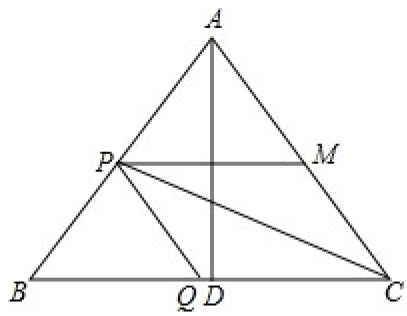
∵a=2，



∴BP=2tcm，DQ=tcm，
∴BQ=BD-QD=6-t（cm），
∵△BPQ∽△BDA，
∴BP BD =BQ AB ，
即 2t 6 =6-t 10 ，
解得：t=18 13 ；
（2）①过点 P 作 PE⊥BC 于 E，
∵四边形 PQCM 为平行四边形，
∴PM∥CQ，PQ∥CM，PQ=CM，



∴PB：AB=CM：AC，
∵AB=AC，
∴PB=CM，
∴PB=PQ，
∴BE=1 2 BQ=1 2 （6-t）cm，
∵a=5 2 ，
∴PB=5 2 tcm，
∵AD⊥BC，
∴PE∥AD，
∴PB：AB=BE：BD，
即 5 2 t 10 =1 2 (6-t) 6 ，
解得：t=3 2 ，
∴PQ=PB=5 2 t=15 4 （cm）；
② 不存在．理由如下：
∵四边形 PQCM 为平行四边形，
∴PM∥CQ，PQ∥CM，PQ=CM，
∴PB：AB=CM：AC，
∵AB=AC，∴PB=CM，∴PB=PQ．
若点 P 在∠ACB 的平分线上，则∠PCQ=∠PCM，
∵PM∥CQ，
∴∠PCQ=∠CPM，
∴∠CPM=∠PCM，
∴PM=CM，
∴四边形 PQCM 是菱形，
∴PQ=CQ，
∴PB=CQ，
∵PB=atcm，CQ=BD+QD=6+t（cm），
∴PM=CQ=6+t （cm），AP=AB-PB=10-at（cm），



即 at=6+t①，
∵PM∥CQ，
∴PM：BC=AP：AB，
∴6+t 12 =10-at 10 ，
化简得：6at+5t=30②，

把①代入②得，t=-6 11 ，

∴不存在实数 a，使得点 P 在∠ACB 的平分线上．

【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质、平行四边形的性质、菱形的判定与性质以及等腰三角形的性质等知识．此题难度较大，注意数形结合思想与方程思想的应用．

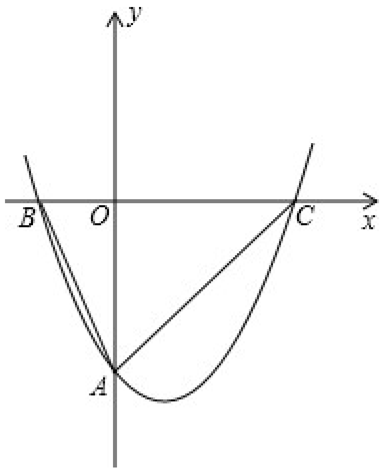
28．（本小题满分 14 分）

如图，经过点 $A(0，-4)$的抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴相交于点 $B(-0，0)$和 C，O 为坐标原点．

(1)求抛物线的解析式；

(2)将抛物线 $y=x^2+bx+c$ 向上平移个单位长度、再向左平移 $m(m>0)$个单位长度，得到新抛物线．若新抛物线的顶点 P 在△ABC 内，求 m 的取值范围；

(3)设点 M 在 y 轴上，$\angle OMB+\angle OAB=\angle ACB$，求 AM 的长．



【考点】二次函数综合题．

【专题】分类讨论．

【分析】（1）该抛物线的解析式中只有两个待定系数，只需将 A、B 两点坐标代入即可得解．

（2）首先根据平移条件表示出移动后的函数解析式，进而用 m 表示出该函数的顶点坐标，将其代入直线 AB、AC 的解析式中，即可确定 P 在△ABC 内时 m 的取值范围．

（3）先在 OA 上取点 N，使得∠ONB=∠ACB，那么只需令∠NBA=∠OMB 即可，显然在 y 轴的正负半轴上都有一个符合条件的 M 点；以 y 轴正半轴上的点 M 为例，先证△ABN、△AMB 相似，然后通过相关比例线段求出 AM 的长．

【解答】解：（1）将 A（0，-4）、 B（-2，0）代入抛物线 $y=x^2+bx+c$ 中，得：

0+c=-4 1 2 ×4-2b+c=0 ，

解得： b=-1 c=-4

∴抛物线的解析式：$y=x^2-x-4$．

（2）由题意，新抛物线的解析式可表示为：

y=（x+m）^{2}-（x+m）-4+7 2 ，

即：y= x^2+（m-1）x+1 2 m2-m-1 2 ；

它的顶点坐标 P：（ 1-m，-1）；

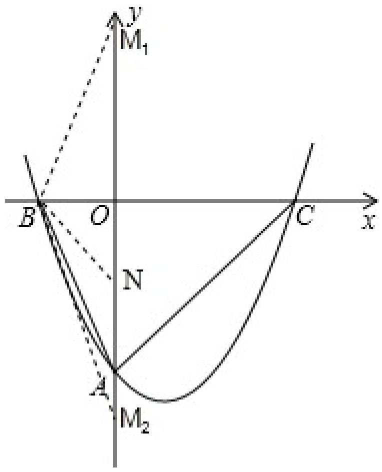
由（1）的抛物线解析式可得：C（4，0）；

那么直线 AB：y=-2x-4；直线 AC：y=x-4；

当点 P 在直线 AB 上时，-2（1-m）-4=-1，解得：m=5 2

；

当点 P 在直线 AC 上时，（1-m）-4=-1，解得：m=-2；



∴当点 P 在△ABC 内时，$-2 < m < 5\ 2$ ；

又∵$m > 0$，

∴符合条件的 m 的取值范围：$0 < m < 5\ 2$ ．

（3）由 A（0，-4）、 B（4，0）得：OA=OC=4，且△OAC 是等腰直角三角形；

如图，在 OA 上取 ON=OB=2，则∠ONB=∠ACB=45°；

∴∠ONB=∠NBA+OAB=∠ACB=∠OMB+∠OAB，即∠ONB=∠OMB；

如图，在△ABN、△AM_1B 中，

∠BAN=∠M_1AB，∠ABN=∠AM_1B，

∴△ABN∽△AM_1B，得：$AB_2=AN\bullet AM_1$；

易得：$AB_2=$（-2）2+42=20，AN=OA-ON=4-2=2；

∴$AM_1=20\div 2=10$，OM1=AM1-OA=10-4=6；

而∠BM_1A=∠BM_2A=∠ABN，

∴$OM_1=OM_2=6$，$AM_2=OM_2-OA=6-4=2$．

综上，AM 的长为 6 或 2．

【点评】考查了二次函数综合题，该函数综合题的难度较大，（3）题注意分类讨论，通过构建相似三角形是打开思路的关键所在．