2012年长沙中考数学试卷解析

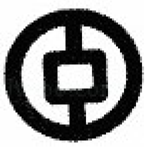
一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的．

1.－3相反数是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．－3　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．3

解答：　解：－3相反数是3．
故选D．

2．下列平面图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

A．　B．　C．　D．

解答：解：A、是轴对称图形，也是中心对称图形，故本选项正确；
B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；
C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；
D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误．
故选A．

3．甲、乙两学生在军训打靶训练中，打靶的总次数相同，且所中环数的平均数也相同，但甲的成绩比乙的成绩稳定，那么两者的方差的大小关系是（　　）

A．$S_{甲}^2<S_{乙}^2$　B．$S_{甲}^2>S_{乙}^2$　C．$S_{甲}^2=S_{乙}^2$　D．不能确定

解答：解：根据方差的意义知，射击成绩比较稳定，则方差较小，
∵甲的成绩比乙的成绩稳定，
∴有：$S_{甲}^2<S_{乙}^2$．
故选A．

4．一个不等式组的解集在数轴上表示出来如图所示，则下列符合条件的不等式组为（　）

A．$\begin{cases}x>2\\x\leqslant-1\end{cases}$　B．$\begin{cases}x<2\\x>-1\end{cases}$　C．$\begin{cases}x<2\\x\geqslant-1\end{cases}$　D．$\begin{cases}x<2\\x\leqslant-1\end{cases}$

解答：　解：由图示可看出，从－1出发向右画出的折线且表示－1的点是实心圆，表示x≥－1；
从2出发向左画出的折线且表示2的点是空心圆，表示x＜2，所以这个不等式组的

解集为﹣$1\le x<2$，即：$\begin{cases}x<2\\ x\geqslant -1\end{cases}$．

故选：C．

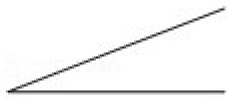
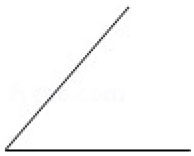
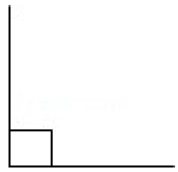
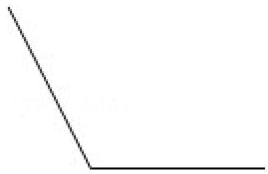
5．下列四边形中，两条对角线一定不相等的是（　　）

A．正方形　　　　B．矩形　　　　C．等腰梯形　　　　D．直角梯形

解答：解：根据正方形、矩形、等腰梯形的性质，它们的两条对角线一定相等，只有直角梯形的对角线一定不相等．

故选D．

6．下列四个角中，最有可能与70°角互补的是（　　）

A．

B．

C．

D．


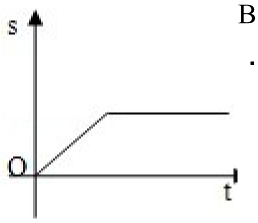
解答：解：70°角的补角=180°﹣70°=110°，是钝角，

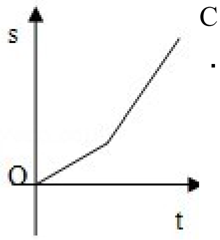
结合各选项，只有D选项是钝角，

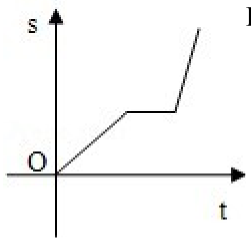
所以，最有可能与70°角互补的是D选项的角．

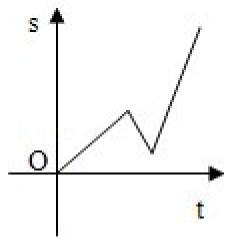
故选D．

7．小明骑自行车上学，开始以正常速度匀速行驶，但行至中途时，自行车出了故障，只好停下来修车，车修好后，因怕耽误上课，他比修车前加快了速度继续匀速行驶，下面是行驶路程s（m）关于时间t（min）的函数图象，那么符合小明行驶情况的大致图象是（　　）

A．


B．


C．


D．


解答：解：小明骑自行车上学，开始以正常速度匀速行驶，正常匀速行驶的路程、时间图象是一条过原点O的斜线，

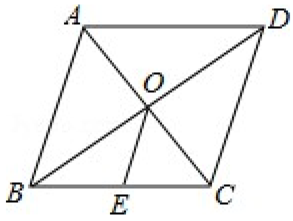
修车时自行车没有运动，所以修车时的路程保持不变是一条平行于横坐标的水平线，

修车后为了赶时间，他比修车前加快了速度继续匀速行驶，此时的路程、时间图象仍是一条斜线，只是斜线的倾角变大．

因此选项A、B、D都不符合要求．

故选C．

8．已知：菱形ABCD中，对角线AC与BD相交于点O，OE∥DC交BC于点E，AD=6cm，则OE的长为（　　）



A．6cm　　B．4cm　　C．3cm　　D．2cm

解答：解：∵四边形ABCD是菱形，

∴OB=OD，CD=AD=6cm，

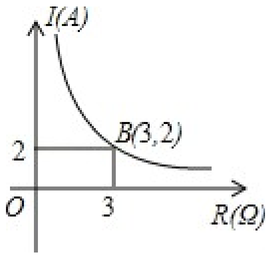
∵OE∥DC，

∴BE=CE，

∴OE=$\frac{1}{2}$CD=3cm．

故选C．

9．某闭合电路中，电源的电压为定值，电流I（A）与电阻R（Ω）成反比例．图表示的是该电路中电流I与电阻R之间函数关系的图象，则用电阻R表示电流I的函数解析式为（　　）



A．$I=\frac{2}{R}$　　B．$I=\frac{3}{R}$　　C．$I=\frac{6}{R}$　　D．$I=-\frac{6}{R}$

解答：解：设$I=\frac{k}{R}$，那么点（3，2）适合这个函数解析式，则k=3×2=6，

∴$I=\frac{6}{R}$．

故选C．

10．现有3cm，4cm，7cm，9cm长的四根木棒，任取其中三根组成一个三角形，那么可以组成的三角形的个数是（　　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

解答：解：四条木棒的所有组合：3，4，7和3，4，9和3，7，9和4，7，9；

只有3，7，9和4，7，9能组成三角形．

故选B．

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

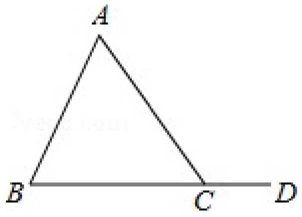
11．已知函数关系式：$y=\sqrt{x-1}$，则自变量 x 的取值范围是 __x≥1__ ．

解答： 解：根据题意得，x﹣1≥0，

解得 x≥1．

故答案为：x≥1．

12．如图，在△ABC 中，∠A=45°，∠B=60°，则外角∠ACD= __105__ 度．



解答： 解：∵∠A=45°，∠B=60°，

∴∠ACD=∠A+∠B=45°+60°=105°．

故答案为：105．

13．若实数 a、b 满足$|3a-1|+b^2=0$，则 a^b 的值为 __1__ ．

解答： 解：根据题意得，3a﹣1=0，b=0，

解得 $a=\frac{1}{3}$，b=0，

$a^b=(\frac{1}{3})^0=1$．

故答案为：1．

14．如果一次函数 y=mx+3 的图象经过第一、二、四象限，则 m 的取值范围是 __m＜0__ ．

解答： 解：∵一次函数 y=mx+3 的图象经过第一、二、四象限，

∴m＜0．

故答案为：m＜0．

15．任意抛掷一枚硬币，则“正面朝上”是 __随机__ 事件．

解答： 解：抛掷 1 枚均匀硬币可能正面朝上，也可能反面朝上，

故抛掷 1 枚均匀硬币正面朝上是随机事件．

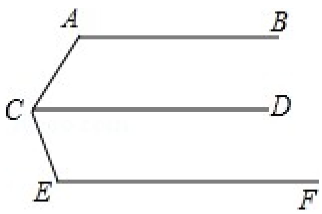
故答案为：随机．

16．在半径为 1cm 的圆中，圆心角为 120°的扇形的弧长是 __$\frac{2}{3}\pi$__ cm．

解答： 解：扇形的弧长 $L=\frac{120\pi\times1}{180}=\frac{2}{3}\pi$cm．

故答案为：$\frac{2}{3}\pi$cm．

17．如图，AB∥CD∥EF，那么∠BAC+∠ACE+∠CEF= __360__ 度．



解答：解：∵AB∥CD，

∴∠BAC+∠ACD=180°…①，

∵CD∥EF，

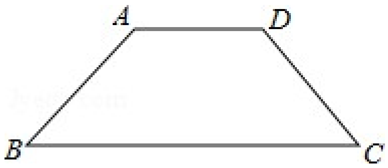
∴∠CEF+∠ECD=180°…②，

①+②得，

∠BAC+∠ACD+∠CEF+∠ECD=180°+180°=360°，

即∠BAC+∠ACE+∠CEF=360°．

18．如图，等腰梯形ABCD中，AD∥BC，AB=AD=2，∠B=60°，则BC的长为__4__．



解答：解：过点A作AE∥CD交BC于点E，

∵AD∥BC，

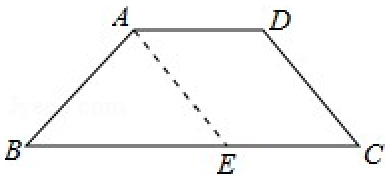
∴四边形AECD是平行四边形，

∴AE=CD=2，AD=EC=2，

∵∠B=60°，

∴BE=AB=AE=2，

∴BC=BE+CE=2+2=4．



三、解答题：（本题共2个小题，每小题6分，共12分）

19．计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+2\sin30^\circ-\sqrt{9}$．

解答：解：原式$=2+2\times\frac{1}{2}-3=0$．

20．先化简，再求值：$\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2}+\frac{b}{a+b}$，其中a=－2，b=1．

解答：

解：原式$=\frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)}+\frac{b}{a+b}$

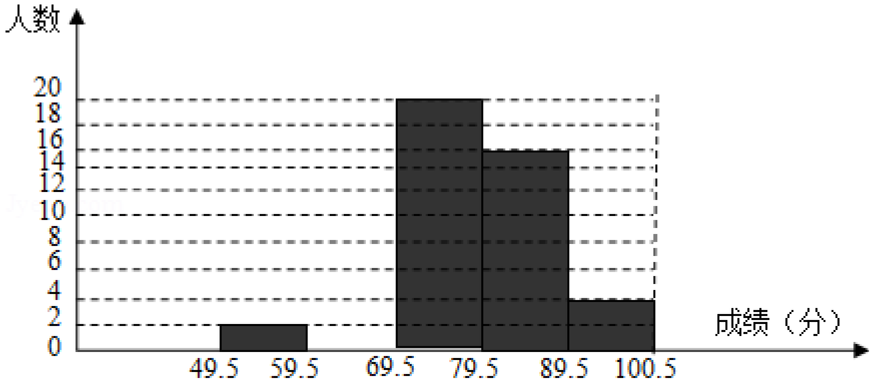
$=\frac{a-b}{a+b}+\frac{b}{a+b}$

$=\frac{a}{a+b}$，

把 a=﹣2，b=1 代入得：原式$=\frac{-2}{-2+1}=2$．

四．解答题：（本题共 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分）

21．某班数学科代表小华对本班上期期末考试数学成绩作了统计分析，绘制成如下频数、频率统计表和频数分布直方图，请你根据图表提供的信息，解答下列问题：



分组	49.5～59.5	59.5～69.5	69.5～79.5	79.5～89.5	89.5～100.5	合计
频数	2	a	20	16	4	50
频率	0.04	0.16	0.40	0.32	b	1

（1）频数、频率统计表中，a=__8__；b=__0.08__；

（2）请将频数分布直方图补充完整；

（3）小华在班上任选一名同学，该同学成绩不低于 80 分的概率是多少？

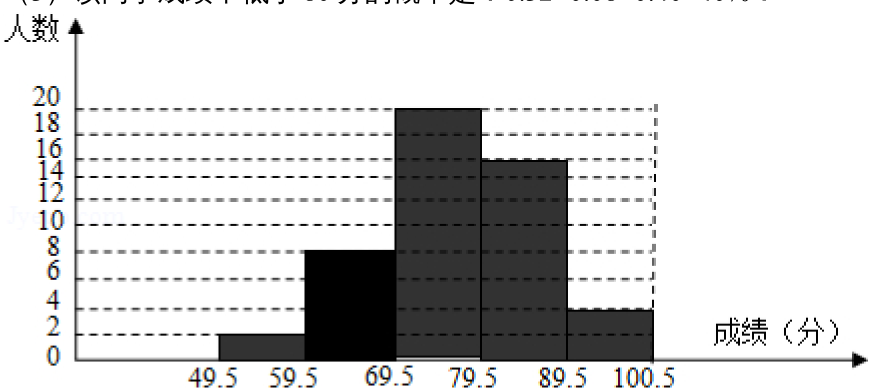
解答：解：（1）a=50﹣2﹣20﹣16﹣4=50﹣42=8，

b=1﹣0.04﹣0.16﹣0.40﹣0.32=1﹣0.92=0.08；

故答案为：8，0.08．

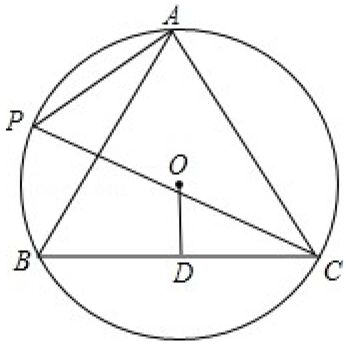
（2）如图所示；

（3）该同学成绩不低于 80 分的概率是：0.32+0.08=0.40=40%．



22．如图，A，P，B，C 是半径为 8 的⊙O 上的四点，且满足∠BAC=∠APC=60°，

（1）求证：△ABC 是等边三角形；
（2）求圆心 O 到 BC 的距离 OD．



解答：解：（1）在△ABC 中，

∵∠BAC=∠APC=60°，

又∵∠APC=∠ABC，

∴∠ABC=60°，

∴∠ACB=180°﹣∠BAC﹣∠ABC=180°﹣60°﹣60°=60°，

∴△ABC 是等边三角形；

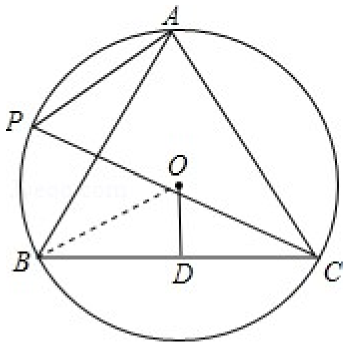
（2）∵△ABC 为等边三角形，⊙O 为其外接圆，

∴O 为△ABC 的外心，

∴BO 平分∠ABC，

∴∠OBD=30°，

∴$OD=8\times\frac{1}{2}=4$．



五、解答题（本题共 2 个小题，每小题 9 分，共 18 分）

23．以"开放崛起，绿色发展"为主题的第七届"中博会"已于 2012 年 5 月 20 日在湖南长沙圆满落幕，作为东道主的湖南省一共签订了境外与省外境内投资合作项目共 348 个，其中境外投资合作项目个数的 2 倍比省内境外投资合作项目多 51 个．

（1）求湖南省签订的境外，省外境内的投资合作项目分别有多少个？

（2）若境外、省内境外投资合作项目平均每个项目引进资金分别为 6 亿元，7.5 亿元，求在这次"中博会"中，东道湖南省共引进资金多少亿元？

解答：解：（1）设境外投资合作项目个数为 x 个，

根据题意得出：2x﹣（348﹣x）=51，

解得：x=133，

故省外境内投资合作项目为：348－133=215 个．

答：境外投资合作项目为 133 个，省外境内投资合作项目为 215 个．

（2）∵境外、省内境外投资合作项目平均每个项目引进资金分别为 6 亿元，7.5 亿元，

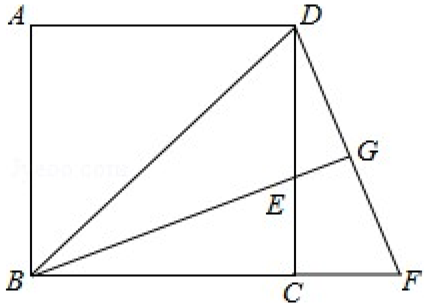
∴湖南省共引进资金：$133\times6+215\times7.5=2410.5$ 亿元．

答：东道湖南省共引进资金 2410.5 亿元．

24．如图，已知正方形 ABCD 中，BE 平分∠DBC 且交 CD 边于点 E，将△BCE 绕点 C 顺时针旋转到△DCF 的位置，并延长 BE 交 DF 于点 G．

（1）求证：△BDG∽△DEG；

（2）若 EG•BG=4，求 BE 的长．



解答：（1）证明：∵将△BCE 绕点 C 顺时针旋转到△DCF 的位置，

∴△BCE≌△DCF，

∴∠FDC=∠EBC，

∵BE 平分∠DBC，

∴∠DBE=∠EBC，

∴∠FDC=∠EBE，

∵∠DGE=∠DGE，

∴△BDG∽△DEG．

（2）解：∵△BCE≌△DCF，

∴∠F=∠BEC，∠EBC=∠FDC，

∵四边形 ABCD 是正方形，

∴∠DCB=90°，∠DBC=∠BDC=45°，

∵BE 平分∠DBC，

∴∠DBE=∠EBC=22.5°=∠FDC，

∴∠BDF=45°+22.5°=67.5°，

∠F=90°－22.5°=67.5°=∠BDF，

∴BD=BF，

∵△BCE≌△DCF，

∴∠F=∠BEC=67.5°=∠DEG，

∴∠DGB=180°－22.5°－67.5°=90°，

即 BG⊥DF，

∵BD=BF，

∴DF=2DG，

∵△BDG∽△DEG，BG×EG=4，

∴$\frac{DG}{EG}=\frac{BG}{DG}$，

∴BG×EG=DG×DG=4，

∴DG=2，

∴BE=DF=2DG=4．

六、解答题（本题共2个小题，每小题10分，共20分）

25．在长株潭建设两型社会的过程中，为推进节能减排，发展低碳经济，我市某公司以25万元购得某项节能产品的生产技术后，再投入100万元购买生产设备，进行该产品的生产加工．已知生产这种产品的成本价为每件20元．经过市场调研发现，该产品的销售单价定在25元到30元之间较为合理，并且该产品的年销售量y（万件）与销售单价x（元）之间的函数关系式为：$y=\begin{cases}40-x\ (25\leqslant x\leqslant 30)\\25-0.5x\ (30\quad x\leqslant 35)\end{cases}$

（年获利=年销售收入﹣生产成本﹣投资成本）

（1）当销售单价定为28元时，该产品的年销售量为多少万件？

（2）求该公司第一年的年获利W（万元）与销售单价x（元）之间的函数关系式，并说明投资的第一年，该公司是盈利还是亏损？若盈利，最大利润是多少？若亏损，最小亏损是多少？

（3）第二年，该公司决定给希望工程捐款Z万元，该项捐款由两部分组成：一部分为10万元的固定捐款；另一部分则为每销售一件产品，就抽出一元钱作为捐款．若除去第一年的最大获利（或最小亏损）以及第二年的捐款后，到第二年年底，两年的总盈利不低于67.5万元，请你确定此时销售单价的范围．

解答：

解：（1）∵25≤28≤30，$y=\begin{cases}40-x\ (25\leqslant x\leqslant 30)\\25-0.5x\ (30\quad x\leqslant 35)\end{cases}$，

∴把28代入y=40﹣x得，

∴y=12（万件），

答：当销售单价定为28元时，该产品的年销售量为12万件；

（2）①当25≤x≤30时，W=（40﹣x）（x﹣20）﹣25﹣100=﹣x^2+60x﹣925=﹣（x﹣30）^{2}﹣25，

故当x=30时，W最大为﹣25，及公司最少亏损25万；

②当30＜x≤35时，W=（25﹣0.5x）（x﹣20）﹣25﹣100

=﹣$\frac{1}{2}x^2$+35x﹣625=﹣$\frac{1}{2}$（x﹣35）^{2}﹣12.5

故当x=35时，W最大为﹣12.5，及公司最少亏损12.5万；

对比1°，2°得，投资的第一年，公司亏损，最少亏损是12.5万；

答：投资的第一年，公司亏损，最少亏损是12.5万；

（3）①当25≤x≤30时，W=（40﹣x）（x﹣20﹣1）﹣12.5﹣10=﹣x^2+59x﹣782.5

令W=67.5，则﹣x^2+59x﹣782.5=67.5

化简得：x^2﹣59x+850=0 x_1=25；x_2=34，

此时，当两年的总盈利不低于 67.5 万元，$25\leq x\leq 30$；

② 当 $30<x\leq 35$ 时，$W=(25-0.5x)(x-20-1)-12.5-10=-\frac{1}{2}x^2+35.5x-547.5$，

令 $W=67.5$，则 $-\frac{1}{2}x^2+35.5x-547.5=67.5$，

化简得：$x^2-71x+1230=0$　$x_1=30$；$x_2=41$，

此时，当两年的总盈利不低于 67.5 万元，$30<x\leq 35$，

答：到第二年年底，两年的总盈利不低于 67.5 万元，此时销售单价的范围是 $25\leq x\leq 30$ 或 $30<x\leq 35$．

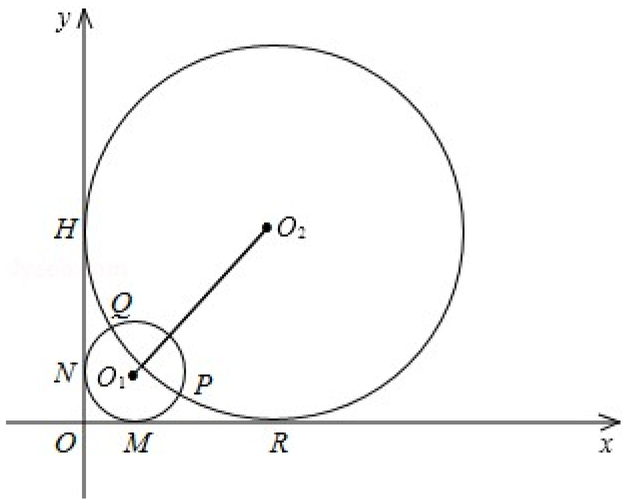
26．如图半径分别为 m，n（$0<m<n$）的两圆⊙O_1 和⊙O_2 相交于 P，Q 两点，且点 P（4，1），两圆同时与两坐标轴相切，⊙O_1 与 x 轴，y 轴分别切于点 M，点 N，⊙O_2 与 x 轴，y 轴分别切于点 R，点 H．

（1）求两圆的圆心 O_1，O_2 所在直线的解析式；

（2）求两圆的圆心 O_1，O_2 之间的距离 d；

（3）令四边形 PO_1QO_2 的面积为 S_1，四边形 RMO_1O_2 的面积为 S_2．

试探究：是否存在一条经过 P，Q 两点、开口向下，且在 x 轴上截得的线段长为 $\frac{|s_1-s_2|}{\sqrt{2}d}$ 的抛物线？若存在，请求出此抛物线的解析式；若不存在，请说明理由．



解答：　解：（1）由题意可知 $O_1(m,m)$，$O_2(n,n)$，

设过点 O_1，O_2 的直线解析式为 $y=kx+b$，则有：

$\begin{cases}mk+b=m\\nk+b=n\end{cases}$（$0<m<n$），解得 $\begin{cases}k=1\\b=0\end{cases}$，

∴所求直线的解析式为：$y=x$．

（2）由相交两圆的性质，可知 P、Q 点关于 O_1O_2 对称．

∵P（4，1），直线 O_1O_2 解析式为 $y=x$，∴Q（1，4）．

如解答图 1，连接 O_1Q．

∵Q（1，4），O_1（m，m），根据两点间距离公式得到：

$O_1Q=\sqrt{(m-1)^2+(m-4)^2}=\sqrt{2m^2-10m+17}$

又 O_1Q 为小圆半径，即 $QO_1=m$，

∴$\sqrt{2m^2-10m+17}=m$，化简得：$m^2-10m+17=0$ ①

如解答图 1，连接 O_2Q，同理可得：$n^2-10n+17=0$ ②

由①，②式可知，m、n 是一元二次方程 $x^2-10x+17=0$ ③ 的两个根，

解③得：$x=5\pm2\sqrt{2}$，∵$0<m<n$，∴$m=5-2\sqrt{2}$，$n=5+2\sqrt{2}$．

∵O_1（m，m），O_2（n，n），

∴$d=O_1O_2=\sqrt{(m-n)^2+(m-n)^2}=8$．

（3）假设存在这样的抛物线，其解析式为 $y=ax^2+bx+c$，因为开口向下，所以 $a<0$．

如解答图 2，连接 PQ．

由相交两圆性质可知，$PQ\perp O_1O_2$．

∵P（4，1），Q（1，4），

∴$PQ=\sqrt{(4-1)^2+(1-4)^2}=3\sqrt{2}$，又 $O_1O_2=8$，

∴$S_1=\frac{1}{2}PQ\cdot O_1O_2=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times8=12\sqrt{2}$；

又 $S_2=\frac{1}{2}(O_2R+O_1M)\cdot MR=\frac{1}{2}(n+m)(n-m)=20\sqrt{2}$；

∴$\frac{|s_1-s_2|}{\sqrt{2}d}=\frac{|12\sqrt{2}-20\sqrt{2}|}{\sqrt{2}\times8}=1$，即抛物线在 x 轴上截得的线段长为 1．

∵抛物线过点 P（4，1），Q（1，4），

∴$\begin{cases}16a+4b+c=1\\a+b+c=4\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=-(5a+1)\\c=5+4a\end{cases}$，

∴抛物线解析式为：$y=ax^2-(5a+1)x+5+4a$，

令 y=0，则有：$ax^2-(5a+1)x+5+4a=0$，

设两根为 x_1，x_2，则有：$x_1+x_2=\frac{5a+1}{a}$，$x_1x_2=\frac{5+4a}{a}$，

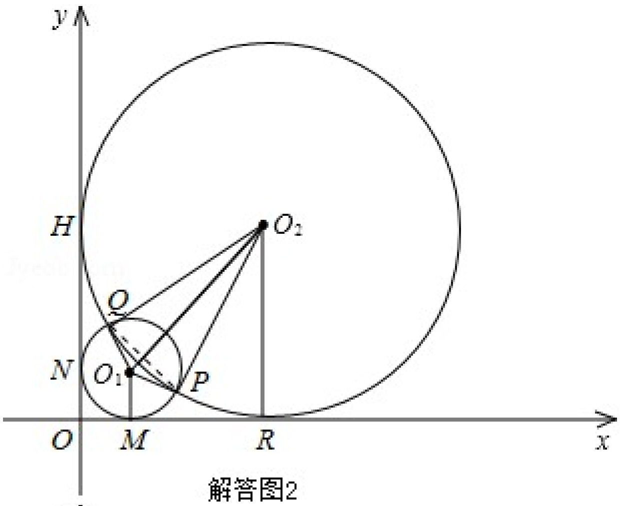
∵在 x 轴上截得的线段长为 1，即 $|x_1-x_2|=1$，

∴$(x_1-x_2)^2=1$，∴$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=1$，

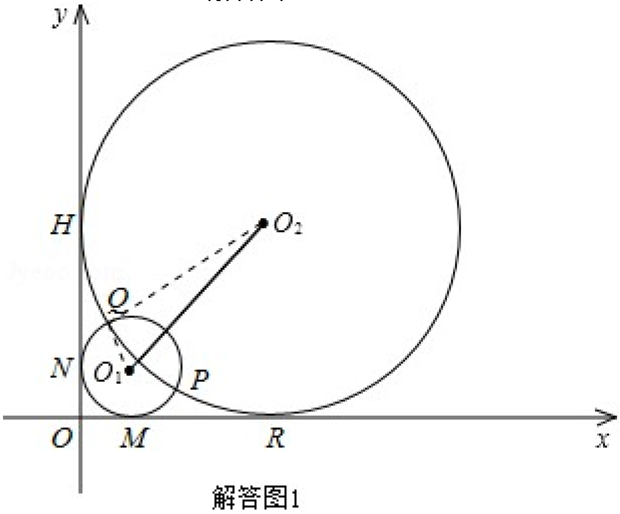
即 $\left(\frac{5a+1}{a}\right)^2-4\left(\frac{5+4a}{a}\right)=1$，化简得：$8a^2-10a+1=0$，

解得 $a=\frac{5\pm\sqrt{17}}{8}$，可见 a 的两个根均大于 0，这与抛物线开口向下（即 $a<0$）矛盾，

∴不存在这样的抛物线．



解答图2



解答图1