

2012年广东省初中毕业生学业考试

数学

说明：1. 全卷共4页，考试用时100分钟，满分为120分。

2. 答卷前，考生务必用黑色字迹的签字笔或钢笔在答题卡填写自己的准考证号、姓名、试室号、座位号，用2B铅笔把对应该号码的标号涂黑。

3. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试题上。

4. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

5. 考生务必保持答题卡的整洁。考试结束时，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题5小题，每小题3分，共15分）在每小题列出的四个选项中，只有一个是正确的，请把答题卡上对应题目所选的选项涂黑。

1. -5的相反数是（A）

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

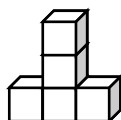
2. 地球半径约为6 400 000米，用科学记数法表示为（B）

- A. 0.64×10^7 B. 6.4×10^6 C. 64×10^5 D. 640×10^4

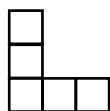
3. 数据8、8、6、5、6、1、6的众数是（C）

- A. 1 B. 5 C. 6 D. 8

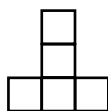
4. 如左图所示几何体的主视图是（B）



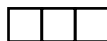
题4图



A.



B.



C.



D.

5. 已知三角形两边的长分别是4和10，则此三角形第三边的长可能是（C）

- A. 5 B. 6 C. 11 D. 16

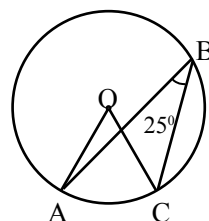
二、填空题（本大题5小题，每小题4分，共20分）请将下列各题的正确答案填写在答题卡相应的位置上。

6. 分解因式： $2x^2 - 10x = 2x(x-5)$ 。

7. 不等式 $3x - 9 > 0$ 的解集是 $x > 3$ 。

8. 如图，A、B、C是 $\odot O$ 上的三个点， $\angle ABC = 25^\circ$ ，

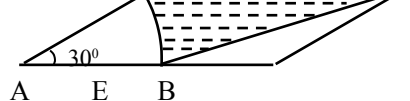
则 $\angle AOC$ 的度数是 50° 。



题8图

9. 若 x 、 y 为实数，且满足 $|x - 3| + \sqrt{y + 3} = 0$ ，则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2012}$ 的值是1。

10. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AD = 2$ ， $AB = 4$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，以点A为圆心，AD的长为半径画弧交CB于点E，



题10图

连结 CE，则阴影部分的面积是 $3 - \frac{1}{3}\pi$ (结果保留 π)。

三、解答题 (一) (本大题 5 小题，每小题 6 分，共 30 分)

11. 计算： $\sqrt{2} - 2\sin 45^\circ - (1 + \sqrt{8}) + 2^{-1}$ 。

解：原式 $= \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + \frac{1}{2}$
 $= -\frac{1}{2}$

12. 先化简，再求值： $(x+3)(x-3) - x(x-2)$ ，其中 $x=4$ 。

解：原式 $= x^2 - 9 - x^2 + 2x$
 $= 2x - 9$

当 $x=4$ 时，原式 $= 2x - 9 = 2 \times 4 - 9 = -1$

13. 解方程组： $\begin{cases} x-y=4 & \text{①} \\ 3x+y=16 & \text{②} \end{cases}$

解：① + ②，得： $4x = 20$ ，
 $\therefore x = 5$ ，
 把 $x=5$ 代入①，得： $5-y=4$ ，
 $\therefore y = 1$ ，

\therefore 原方程组的解是 $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$ 。

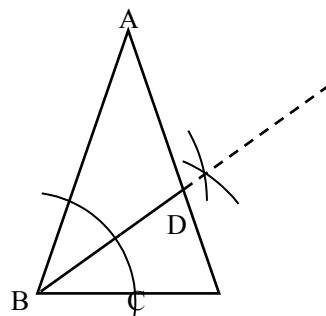
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=72^\circ$ ，

- (1) 用直尺和圆规作 $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D (保留作图痕迹，不要求写作法)；
- (2) 在 (1) 中作出 $\angle ABC$ 的平分线 BD 后，求 $\angle BDC$ 的度数。

解：(1) 如图；

(2) $\because AB=AC$ ， $\angle ABC=72^\circ$ ，
 $\therefore \angle C = \angle ABC = 72^\circ$ ，
 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，
 $\therefore \angle DBC = 36^\circ$ ，

在 $\triangle BCD$ 中，
 $\angle BDC = 180^\circ - \angle DBC - \angle C = 180^\circ - 36^\circ - 72^\circ = 72^\circ$ 。

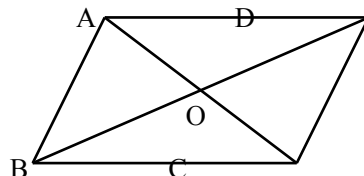


题 14 图

15. 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $BO = DO$ 。

求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

证明： $\because AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle ABO = \angle CDO$ ， $\angle BAO = \angle DCO$ ，



题 15 图

$$\because BO = DO,$$

$$\therefore \triangle OAB \cong \triangle OCD,$$

$$\therefore AB = CD,$$

又 $AB \parallel CD$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

四、解答题 (二) (本大题 4 小题, 每小题 7 分, 共 28 分)

16. 据媒体报道, 我国 2009 年公民出境旅游总人数约 5 000 万人次, 2011 年公民出境旅游总人数约 7 200 万人次。若 2010 年、2011 年公民出境旅游总人数逐年递增, 请解答下列问题:

(1) 求这两年我国公民出境旅游总人数的年平均增长率;

(2) 如果 2012 年仍保持相同的年平均增长率, 请你预测 2012 年我国公民出境旅游总人数约多少万人次?

解: (1) 设这两年我国公民出境旅游总人数的年平均增长率为 x ,

$$\text{依题意, 得 } 5000(1+x)^2 = 7200,$$

$$\text{解得: } x_1 = 0.2 = 20\%, x_2 = -2.2 \text{ (不合题意, 舍去),}$$

答: 这两年我国公民出境旅游总人数的年平均增长率为 20%。

$$(2) \because 7200 \times (1+20\%) = 8640,$$

\therefore 预测 2012 年我国公民出境旅游总人数约 8640 万人次。

17. 如图, 直线 $y = 2x - 6$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 $A(4, 2)$, 与 x 轴交于点 B 。

(1) 求 k 的值及点 B 的坐标;

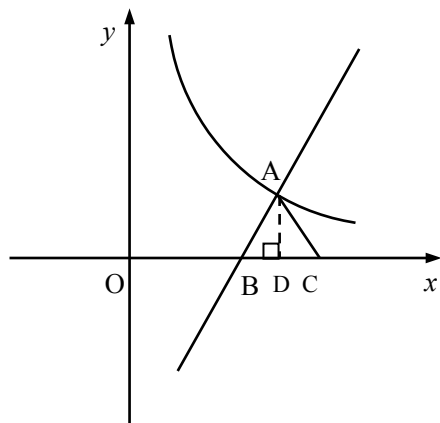
(2) 在 x 轴上是否存在点 C , 使得 $AC = AB$? 若存在, 求出点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理由。

解: (1) 把 $A(4, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$,

$$2 = \frac{k}{4}, \text{ 得 } k = 8,$$

对于 $y = 2x - 6$, 令 $y = 0$, 即 $0 = 2x - 6$,
得 $x = 3$,

\therefore 点 $B(3, 0)$ 。



题 17 图

(2) 存在。

如图，作 $AD \perp x$ 轴，垂足为 D ，

则点 $D(4, 0)$ ，

$\therefore BD = 1$ ，

在点 D 右侧取点 C ，使 $CD = BD = 1$ ，则此时 $AC = AB$ ，

\therefore 点 $C(5, 0)$ 。

18. 如图，小山岗的斜坡 AC 的坡度是 $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ ，在与山脚 C 距离 200 米的 D 处，测得山顶 A 的仰角为 26.6° ，求小山岗的高 AB （结果取整数；参考数据： $\sin 26.6^\circ = 0.45$ ， $\cos 26.6^\circ = 0.89$ ， $\tan 26.6^\circ = 0.50$ ）。

解：设 $AB = x$ 米，

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，由 $\tan \alpha = \frac{AB}{CB} = \frac{3}{4}$ ，

得 $CB = \frac{4}{3}x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中，

$\therefore \tan \angle ADB = \frac{AB}{DB}$ ，

$\therefore \tan 26.6^\circ = \frac{x}{DB}$ ，

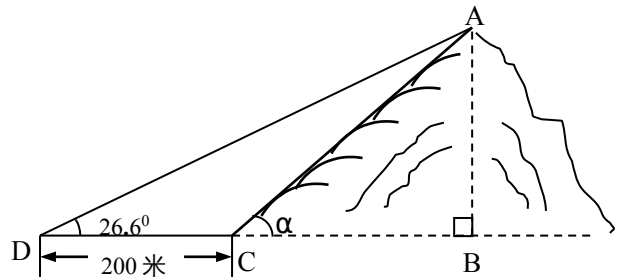
$\therefore DB = \frac{x}{0.50} = 2x$ ，

$\therefore DB - CB = DC$ ，

$\therefore 2x - \frac{4}{3}x = 200$ ，

解得： $x = 300$ ，

答：小山岗的高 AB 为 300 米。



19. 观察下列等式：

第 1 个等式： $a_1 = \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$ ；

第 2 个等式： $a_2 = \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$ ；

第 3 个等式： $a_3 = \frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right)$ ；

第 4 个等式： $a_4 = \frac{1}{7 \times 9} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right)$ ；

.....

请解答下列问题：

- (1) 按以上规律列出第 5 个等式： $a_5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 用含 n 的代数式表示第 n 个等式： $a_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (n 为正整数)；
- (3) 求 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{100}$ 的值。

解：(1) $\frac{1}{9 \times 11}, \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right)$ ；

(2) $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}, \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$ ；

(3) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{100}$

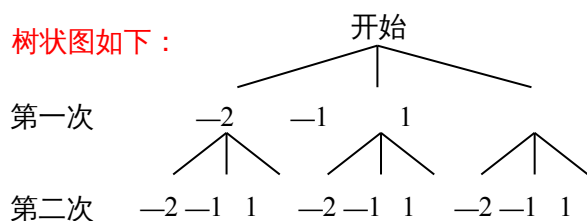
$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{199} - \frac{1}{201} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{201} \right) \\
 &= \frac{100}{201}。
 \end{aligned}$$

五、解答题 (三) (本大题 3 小题，每小题 9 分，共 27 分)

20. 有三张正面分别写有数字 $-2, -1, 1$ 的卡片，它们的背面完全相同，将这三张卡片背面朝上洗匀后随机抽取一张，以其正面的数字作为 x 的值。放回卡片洗匀，再从三张卡片中随机抽取一张，以其正面的数字作为 y 的值，两次结果记为 (x, y) 。

- (1) 用树状图或列表法表示 (x, y) 所有可能出现的结果；
- (2) 求使分式 $\frac{x^2 - 3xy}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y}$ 有意义的 (x, y) 出现的概率；
- (3) 化简分式 $\frac{x^2 - 3xy}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y}$ ；并求使分式的值为整数的 (x, y) 出现的概率。

解：(1) 树状图如下：



共有 $(-2, -2)$, $(-2, -1)$, $(-2, 1)$, $(-1, -2)$, $(-1, -1)$, $(-1, 1)$,

$(1, -2)$, $(1, -1)$, $(1, 1)$ 9种可能出现的结果。

(2) 要使分式有意义, 必须 $\begin{cases} x^2 - y^2 \neq 0 \\ x - y \neq 0 \end{cases}$, 即 $x \neq \pm y$,

符合条件的有 $(-2, -1)$, $(-2, 1)$, $(-1, -2)$, $(1, -2)$ 四种结果,

\therefore 使分式 $\frac{x^2 - 3xy}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y}$ 有意义的 (x, y) 出现的概率为 $\frac{4}{9}$ 。

(3) $\frac{x^2 - 3xy}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y} = \frac{x^2 - 3xy}{(x + y)(x - y)} + \frac{y(x + y)}{(x + y)(x - y)}$

$$= \frac{x^2 - 3xy + xy + y^2}{(x + y)(x - y)}$$

$$= \frac{(x - y)^2}{(x + y)(x - y)}$$

$$= \frac{x - y}{x + y}$$

能使 $\frac{x - y}{x + y}$ 的值为整数的有 $(-2, 1)$, $(1, -2)$ 两种结果, 其概率为 $\frac{2}{9}$ 。

21. 如图, 在矩形纸片 ABCD 中, $AB = 6$, $BC = 8$ 。把 $\triangle BCD$ 沿对角线 BD 折叠, 使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于点 G; E、F 分别是 $C'D$ 和 BD 上的点, 线段 EF 交 AD 于点 H, 把 $\triangle FDE$ 沿 EF 折叠, 使点 D 落在 D' 处, 点 D' 恰好与点 A 重合。

(1) 求证: $\triangle ABG \cong \triangle C'DG$;

(2) 求 $\tan \angle ABG$ 的值;

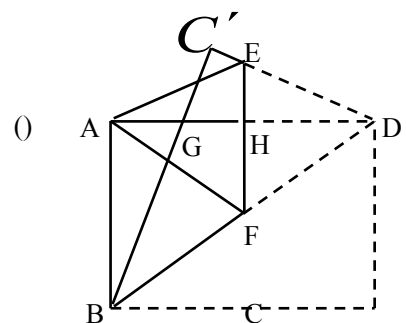
(3) 求 EF 的长。

(1) 证明: \because 矩形 ABCD,

$\therefore AB = CD$, $\angle BAD = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \triangle BC'D'$ 是由 $\triangle BCD$ 折叠而得,

$\therefore C'D = CD$, $\angle C' = \angle C$,



题 21 图

$$\begin{aligned} \therefore AB &= C'D, \angle BAD = \angle C', \\ \text{又} \therefore \angle AGB &= \angle C'GD, \\ \therefore \triangle ABG &\cong \triangle C'DG. \end{aligned}$$

(2) 设 $AG = x$, 则 $BG = GD = 8 - x$,

$$\begin{aligned} \text{在 Rt}\triangle ABG \text{ 中,} \\ \therefore AG^2 + AB^2 &= BG^2, \\ \therefore x^2 + 6^2 &= (8 - x)^2 \end{aligned}$$

$$\text{解得: } x = \frac{7}{4},$$

$$\therefore \tan \angle ABG = \frac{AG}{AB} = \frac{\frac{7}{4}}{6} = \frac{7}{24}.$$

(3) 依题意可知 EF 是 AD 的垂直平分线,

$$\therefore HF = \frac{1}{2} AB = 3, HD = \frac{1}{2} AD = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle DEH$ 中, 由 (1) $\triangle ABG \cong \triangle C'DG$ 可得 $\angle EDH = \angle ABG$,

$$\therefore \tan \angle EDH = \tan \angle ABG = \frac{7}{24},$$

$$\therefore \tan \angle EDH = \frac{EH}{HD},$$

$$\therefore \frac{7}{24} = \frac{EH}{4},$$

$$\therefore EH = \frac{7}{6},$$

$$\therefore EF = EH + HF = \frac{7}{6} + 3 = \frac{25}{6}.$$

22. 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 9$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 连接 BC 、 AC 。

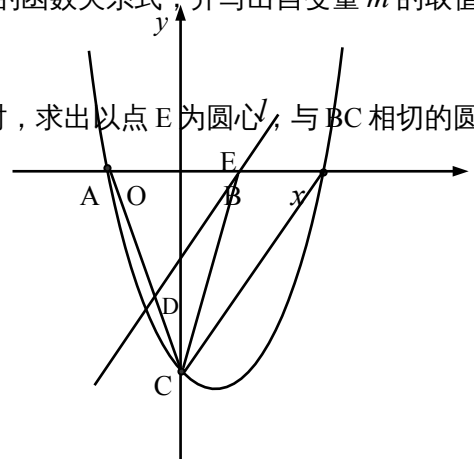
(1) 求 AB 和 OC 的长;

(2) 点 E 从点 A 出发, 沿 x 轴向点 B 运动 (点 E 与点 A 、 B 不重合)。过点 E 作直线 l 平行 BC , 交 AC 于点 D 。设 AE 的长为 m , $\triangle ADE$ 的面积为 s , 求 s 关于 m 的函数关系式, 并写出自变量 m 的取值范围;

(3) 在 (2) 的条件下, 连接 CE , 求 $\triangle CDE$ 面积的最大值; 此时, 求出以点 E 为圆心, 与 BC 相切的圆的面积 (结果保留 π)。

$$\text{解: (1) 令 } y=0, \text{ 即 } \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 9 = 0,$$

$$\text{整理得 } x^2 - 3x - 18 = 0,$$



题 22 图

解得： $x_1 = -3$ ， $x_2 = 6$ ，

$\therefore A(-3, 0)$ ， $B(6, 0)$

令 $x = 0$ ，得 $y = -9$ ，

\therefore 点 $C(0, -9)$

$\therefore AB = |6 - (-3)| = 9$ ， $OC = |-9| = 9$ ，

$$(2) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 9 \times 9 = \frac{81}{2}，$$

$\therefore l \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，

$$\therefore \frac{S}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE^2}{AB^2}，\text{即 } \frac{S}{\frac{81}{2}} = \frac{m^2}{9^2}$$

$\therefore S = \frac{1}{2} m^2$ ，其中 $0 < m < 9$ 。

$$(3) S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ACE} - S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times m \times 9 - \frac{1}{2} m^2 = -\frac{1}{2} \left(m - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{8}，$$

$\therefore -\frac{1}{2} < 0$

\therefore 当 $m = \frac{9}{2}$ 时， $S_{\triangle CDE}$ 取得最大值，且最大值是 $\frac{81}{8}$ 。

这时点 $E\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ，

$\therefore BE = OB - OE = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ ， $BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{6^2 + 9^2} = 3\sqrt{13}$ ，

作 $EF \perp BC$ ，垂足为 F ，

$\therefore \angle EBF = \angle CBO$ ， $\angle EFB = \angle COB$ ，

$\therefore \triangle EFB \sim \triangle COB$ ，

$$\therefore \frac{EF}{OC} = \frac{BE}{CB}，\text{即 } \frac{EF}{9} = \frac{\frac{9}{2}}{3\sqrt{13}}$$

$\therefore EF = \frac{27}{26} \sqrt{13}$ ，

$\therefore \odot E$ 的面积为： $S = \pi \cdot EF^2 = \pi \times \left(\frac{27}{26} \sqrt{13}\right)^2 = \frac{729}{52} \pi$ 。

答：以点 E 为圆心，与 BC 相切的圆的面积为 $\frac{729}{52} \pi$ 。