2013年门头沟区初三年级第二次统一练习
数学试卷评分参考

一、选择题（本题共32分，每小题4分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	B	A	C	A	B	D,

二、填空题（本题共16分，每小题4分）

题号	9	10	11	12		
答案	$x \geq \frac{1}{3}$	$a(x+4)(x-4)$	$10\sqrt{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{(n-1)^2}{n^2+1}$

说明：12题第一、二空各1分，第三空2分

三、解答题（本题共30分，每小题5分）

13．计算：$\sqrt{18}-4\sin 45^\circ+(3-\pi)^0+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$．

解：$\sqrt{18}-4\sin 45^\circ+(3-\pi)^0+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

$=3\sqrt{2}-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1+4$ ……………………………………………………4分

$=5+\sqrt{2}$ ． ……………………………………………………………5分

14．**解**：由题意可知Δ=0，即 $(-6)^2-4(m-3)=0$. ……………………………………2分

解得 $m=12$. ……………………………………………………………3分

当 $m=12$ 时，原方程化为 $x^2-6x+9=0$. ……………………………………4分

解得 $x_1=x_2=3$. ………………………………………………………………5分

所以原方程的根为 $x_1=x_2=3$.

15．**解**：$\frac{3x}{x+y}-\frac{x^2-y^2}{x-y}\cdot\frac{3y}{x^2+2xy+y^2}$

$=\frac{3x}{x+y}-\frac{(x+y)(x-y)}{x-y}\cdot\frac{3y}{(x+y)^2}$ 2分

$=\frac{3x}{x+y}-\frac{3y}{x+y}$

$=\frac{3x-3y}{x+y}$ ． 3分

当 $\frac{x}{y}=\frac{1}{3}$ 时，$y=3x$． 4分

∴原式$=\frac{3x-9x}{x+3x}=-\frac{3}{2}$. 5分

16．**证明**：∵ $EF\perp BE$，$\angle ABC=90^\circ$，

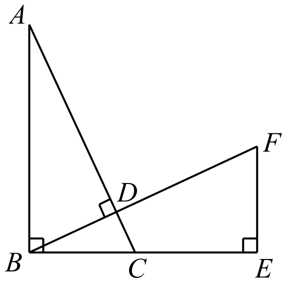
$\therefore \angle BEF=\angle ABC=90^\circ$． ……………………………………………………1 分

$\therefore \angle F+\angle EBF=90^\circ$．

又$\because BD\perp AC$，

$\therefore \angle EBF+\angle ACB=90^\circ$．

$\therefore \angle ACB=\angle F$．……………………………2 分



在$\triangle ABC$和$\triangle BEF$中，

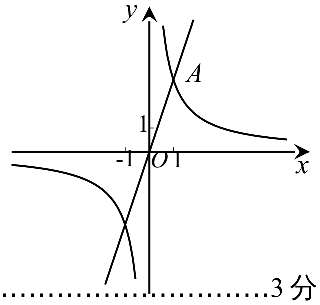
$$\begin{cases}\angle ACB=\angle F，\\ \angle ABC=\angle BEF\\ AB=BE，\end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle BEF$．…………………………4 分

$\therefore BC=EF$．…………………………………………5 分

17．**解：**（1）$\because$ 点 A（1, m）在一次函数 y=3x 的图象上，

$\therefore m$=3． …………………………………… 1 分



$\therefore$ 点 A 的坐标为（1, 3）．

$\because$ 点 A（1, 3）在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

$\therefore k=3$．…………………………………2 分

$\therefore$反比例函数的解析式为 $y=\frac{3}{x}$．……………………………………………………………3 分

（2）点 P 的坐标为 $P(3, 9)$ 或 $P(-1, -3)$． …………………………………………………5 分

18．**解：**设该校第二次有 x 人捐款，则第一次有（x–50）人捐款. ……………………………1 分

根据题意，得 $\frac{9000}{x-50}=\frac{12000}{x}$. ……………………………………………………………………3 分

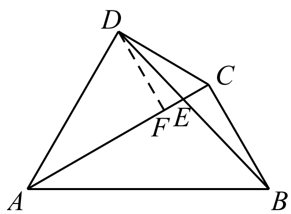
解这个方程，得 x=200. ……………………………………………………………………………4 分

经检验，x=200 是所列方程的解，并且符合实际问题的意义.

答：该校第二次有 200 人捐款. ……………………………………………………………………5 分

四、解答题（本题共 20 分，每小题 5 分）

19．**解**：如图，过点 D 作 $DF\perp AC$ 于 F．



$\because \angle DAB$=60º，AC 平分$\angle DAB$，

$\therefore \angle DAC=\angle BAC$=30°．

$\because BC\perp AC$，

$\therefore \angle AFD=\angle ACB$=90°．

$\therefore DF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times 6=3$，……………………………………………………………1 分

$BC=CE\cdot\tan\angle BEC=\frac{4}{7}\sqrt{3}\times\frac{7}{3}\sqrt{3}=4$．……………………………………………2 分

$\therefore EF=\dfrac{DF}{\tan\angle DEF}=\dfrac{DF}{\tan\angle BEC}=3\div\dfrac{7}{3}\sqrt{3}=\dfrac{3}{7}\sqrt{3}$．

$AC=\dfrac{BC}{\tan\angle BAC}=\dfrac{4}{\tan30^\circ}=4\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$．……………………………………3 分

$\therefore DE=\sqrt{DF^2+EF^2}=\sqrt{3^2+\left(\dfrac{3}{7}\sqrt{3}\right)^2}=\dfrac{6}{7}\sqrt{13}$．……………………………………4 分

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{\Delta ACD}+S_{\Delta ACB}=\dfrac{1}{2}AC\cdot DF+\dfrac{1}{2}AC\cdot BC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times3+\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4=14\sqrt{3}.$

……………………………………………………………………………5 分

20．（1）证明：连结 OD．

$\because AB$ 是⊙O 的直径，

$\therefore\angle ADB=90^\circ$．……………………………………………………1 分

$\because\angle A=30^\circ$，$\therefore\angle ABD=60^\circ$．

$\because\angle ABD=2\angle BDC$，

$\therefore\angle BDC=\dfrac{1}{2}\angle ABD=30^\circ$．

$\because OD=OB$，$\therefore\triangle ODB$ 是等边三角形．

$\therefore\angle ODB=60^\circ$．

$\therefore\angle ODC=\angle ODB+\angle BDC=90^\circ$．

$\therefore CD$ 是⊙O 的切线．……………………………………………… 2 分

（2）解：$\because OF\parallel AD$，$\angle ADB=90^\circ$，

$\therefore OF\perp BD$，$\angle BOE=\angle A=30^\circ$．……………………………………3 分

$\because BD=OB=2$，

$\therefore DE=BE=\dfrac{1}{2}BD=1$．

$\therefore OE=\sqrt{OB^2-BE^2}=\sqrt{3}$．…………………………………………… 4 分

$\because OD=OB=2$，$\angle DOC=60^\circ$，$\angle DOF=30^\circ$，

$\therefore CD=OD\cdot\tan60^\circ=2\sqrt{3}$，$DF=OD\cdot\tan30^\circ=\dfrac{2}{3}\sqrt{3}$．

$\therefore CF=CD-DF=2\sqrt{3}-\dfrac{2}{3}\sqrt{3}=\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$．…………………………………5 分

21．**解：**（1）这次共调查了学生 50 人，E 组人数在这次调查中所占的百分比是 8 %．……2 分

（2）表 1 中 a 的值是 15，…………………………………………………3 分

补全图 1．………………………………………………………………4 分

（3）54 人．……………………………………………………………………5 分

22．**解：**（1）利用正方形网格在图 3 上画出矩形 $ABCD$ 的反射四边形 $EFGH$．……………2 分

（2）图2、图3中矩形$ABCD$的反射四边形$EFGH$的周长是定值，定值是$8\sqrt{5}$….3分

（3）图2、图3中矩形$ABCD$的反射四边形$EFGH$的面积不是定值，它们的面积分别是16、12……………………………………………………………………5分

五、解答题（本题共22分，第23、24题各7分，第25题8分）

23．**解：**(1）∵抛物线$y=-\frac{m-4}{8}x^2+\frac{2m-7}{3}x+m^2-6m+8$经过原点，

∴$m^2-6m+8=0$．解得$m_1=2$，$m_2=4$．

由题意知$m\neq4$，

∴$m=2$．……………………………………………………………………1分

∴抛物线的解析式为$y=\frac{1}{4}x^2-x$．……………………………………………2分

（2）∵点$B(-2,n)$在抛物线$y=\frac{1}{4}x^2-x$上，

∴$n=3$．……………………………………………………………………3分

∴B点的坐标为$(-2，3)$．

∵直线l的解析式为$y=-2x-b$，直线l经过B点，

∴$3=-2(-2)-b$．

∴$b=1$．……………………………………………………………………4分

（3）∵抛物线$y=\frac{1}{4}x^2-x$的对称轴为直线$x=2$，直线l的解析式为$y=-2x-1$，

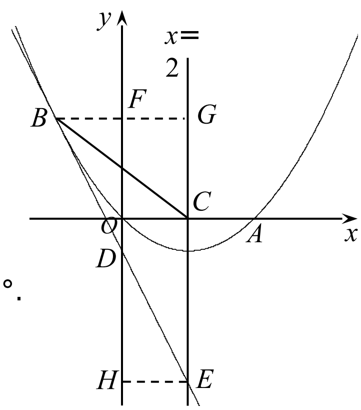
∴抛物线$y=\frac{1}{4}x^2-x$的对称轴与x轴的交点C的坐标为$(2,0)$，

直线l与y轴、直线$x=2$的交点坐标分别为$D(0,-1)$、$E(2,-5)$.

过点B作$BG\perp$直线$x=2$于G，与y轴交于F.

则$BG=4$.

在$Rt\triangle BGC$中，$CB=\sqrt{CG^2+BG^2}=5$.



∵$CE=5$，∴ $CB=CE$.

过点E作$EH\perp y$轴于H.

则点H的坐标为$(0,-5)$.

∵点F、D的坐标为$F(0,3)$、$D(0,-1)$，

∴$FD=DH=4$，$BF=EH=2$，$\angle BFD=\angle EHD=90°$.

∴$\triangle DFB\cong\triangle DHE$.

∴$DB=DE$.

∵$PB=PE$，

∴点P在直线CD上.

∴符合条件的点P是直线CD与该抛物线的交点.

设直线CD的解析式为$y=kx+a$.

将$D(0,-1)$、$C(2,0)$代入，得$\begin{cases} a=-1, \\ 2k+a=0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=-1, \\ k=\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

∴ 直线CD的解析式为$y=\dfrac{1}{2}x-1$. ……………………………………………………5 分

设点P的坐标为$(x，\dfrac{1}{4}x^2-x)$，

∴$\dfrac{1}{2}x-1=\dfrac{1}{4}x^2-x$.

解得 $x_1=3+\sqrt{5}$，$x_2=3-\sqrt{5}$.

∴$y_1=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，$y_2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$.

∴点P的坐标为($3+\sqrt{5}$，$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$)或($3-\sqrt{5}$，$\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$)…………………………7 分

24．**解：**(1) 线段AD与OM之间的数量关系是$AD=2OM$，位置关系是$AD\perp OM$ ………2 分

(2) （1）的两个结论仍然成立.

证明：如图 2，延长BO到F，使$FO=BO$，连结CF.

∵M为BC中点，O为BF中点，∴MO为ΔBCF 的中位线.

∴$FC=2OM$. ………………………………3 分

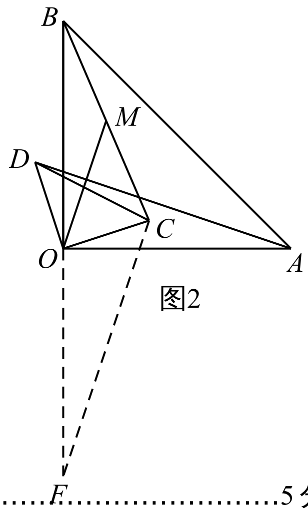


图2

∵$\angle AOB=\angle AOF=\angle COD=90°$，

∴$\angle AOD=\angle FOC$.

∵$AO=FO$，$CO=DO$，

∴$\triangle AOD\cong\triangle FOC$.

∴$FC=AD$.

∴$AD=2OM$. ………………………………………………4 分

∵MO为ΔBCF 的中位线，∴$MO\parallel CF$.

∴$\angle MOB=\angle F$.

又∵$\triangle AOD\cong\triangle FOC$，∴$\angle DAO=\angle F$.

∵$\angle MOB+\angle AOM=90°$,

∴$\angle DAO+\angle AOM=90°$.

即 $AD\perp OM$. ………………………………………………………………………………5 分

(3)（1）中线段AD与OM之间的数量关系没有发生变化.

证明：如图 3，延长DC交AB于E，连结ME，

过点E作$EN\perp AD$于N.

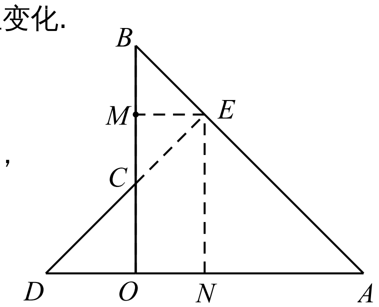


图3

∵$OA=OB$，$OC=OD$，$\angle AOB=\angle COD=90°$，

∴$\angle A=\angle D=\angle B=\angle BCE=\angle DCO=45°$.

∴$AE=DE$，$BE=CE$，$\angle AED=90°$.

$\therefore DN=AN$. $\therefore AD=2NE$.

$\because M$为BC的中点，$\therefore EM\perp BC$.

$\therefore$四边形$ONEM$是矩形.

$\therefore NE=OM$.

$\therefore AD=2OM$. ……………………………………………………………………7分

25. **解**：(1) 设直线AC的解析式为$y=kx+b$.

$\because$直线AC经过$G(0，6)$、C（3，0）两点，

$\therefore \begin{cases} b=6, \\ 3k+b=0. \end{cases}$ 解这个方程组，得$\begin{cases} k=-2, \\ b=6. \end{cases}$ ……………………………………1分

$\therefore$直线AC的解析式为$y=-2x+6$．………………………………………………2分

(2) 当$x=1$时，$y=4$. $\therefore A$（1，4）．

$\because AP=CQ=t$，

$\therefore$点P（1，$4-t$）………………………………………………………………………3分

将$y=4-t$代入$y=-2x+6$中，得点E的横坐标为$x=1+\dfrac{t}{2}$.

$\therefore$点E到CD的距离为$2-\dfrac{t}{2}$.

$\therefore S_{\triangle CQE}=\dfrac{1}{2}\cdot t\cdot\left(2-\dfrac{t}{2}\right)=-\dfrac{1}{4}t^2+t=-\dfrac{1}{4}(t-2)^2+1$. ……………………………4分

$\therefore$当$t=2$时，$S_{\triangle CQE}$最大，最大值为1………………………………………………5分

(3) 过点E作$FM\parallel DC$，交AD于F，交BC于M．

当点H在点E的下方时，连结CH.

$\because EM=4-t$，$\therefore HM=4-2t$.

$\because OM=1+\dfrac{t}{2}$，$\therefore CM=2-\dfrac{t}{2}$.

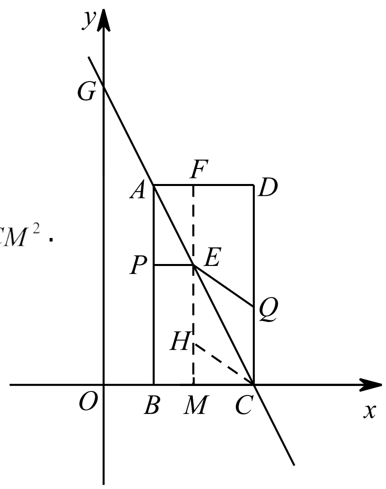
$\because$四边形$CQEH$为菱形，$\therefore CH=CQ=t$.

在Rt$\triangle HMC$中，由勾股定理得$CH^2=HM^2+CM^2$.

$\therefore t^2=(4-2t)^2+\left(2-\dfrac{t}{2}\right)^2$.

整理得 $13t^2-72t+80=0$.

解得 $t_1=\dfrac{20}{13}$，$t_2=4$（舍）．



$\therefore$当$t=\dfrac{20}{13}$时，以C，Q，E，H为顶点的四边形是菱形. ……………………7分

当点H在点E的上方时，同理可得当$t=20-8\sqrt{5}$时. 以C，Q，E，H为顶点的四边形是菱形. ……………………………………………………………………8分

$\therefore t$的值是$t=\dfrac{20}{13}$或$t=20-8\sqrt{5}$.