

2016年湖北省荆门市中考数学试卷

一、选择题（本题共12小题，每小题3分，共36分，每小题给出4个选项，有且只有一个答案是正确的）

1. 2的绝对值是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

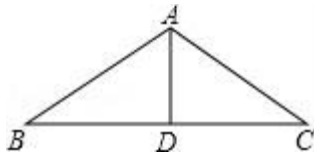
2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a+2a=2a^2$ B. $(-2ab^2)^2=4a^2b^4$ C. $a^6 \div a^3=a^2$ D. $(a-3)^2=a^2-9$

3. 要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义，则x的取值范围是（ ）

- A. $x > 1$ B. $x > -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \geq -1$

4. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，AD是 $\angle BAC$ 的平分线. 已知 $AB=5$ ， $AD=3$ ，则BC的长为（ ）

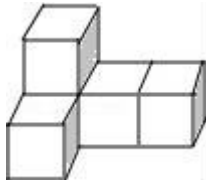


- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

5. 在平面直角坐标系中，若点A(a, -b)在第一象限内，则点B(a, b)所在的象限是（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 由5个大小相同的小正方体拼成的几何体如图所示，则下列说法正确的是（ ）

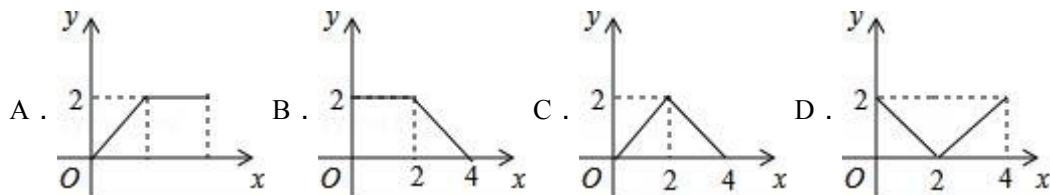
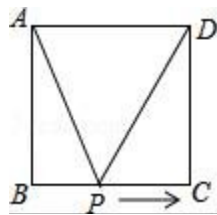


- A. 主视图的面积最小 B. 左视图的面积最小
C. 俯视图的面积最小 D. 三个视图的面积相等

7. 化简 $\frac{x}{x^2+2x+1} \div (1 - \frac{1}{x+1})$ 的结果是（ ）

- A. $\frac{1}{x+1}$ B. $\frac{x+1}{x}$ C. $x+1$ D. $x-1$

8. 如图，正方形ABCD的边长为2cm，动点P从点A出发，在正方形的边上沿A→B→C的方向运动到点C停止，设点P的运动路程为x(cm)，在下列图象中，能表示 $\triangle ADP$ 的面积y(cm^2)关于x(cm)的函数关系的图象是（ ）



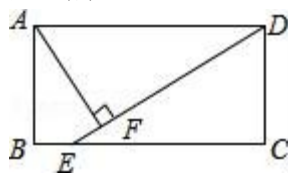
9. 已知 3 是关于 x 的方程 $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ 的一个实数根，并且这个方程的两个实数根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边的边长，则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()

A. 7 B. 10 C. 11 D. 10 或 11

10. 若二次函数 $y = x^2 + mx$ 的对称轴是 $x = 3$ ，则关于 x 的方程 $x^2 + mx = 7$ 的解为 ()

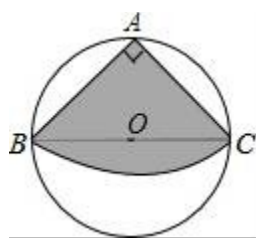
A. $x_1 = 0, x_2 = 6$ B. $x_1 = 1, x_2 = 7$ C. $x_1 = 1, x_2 = -7$ D. $x_1 = -1, x_2 = 7$

11. 如图，在矩形 $ABCD$ 中 ($AD > AB$)，点 E 是 BC 上一点，且 $DE = DA$ ， $AF \perp DE$ ，垂足为点 F ，在下列结论中，不一定正确的是 ()



A. $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ B. $AF = \frac{1}{2}AD$ C. $AB = AF$ D. $BE = AD - DF$

12. 如图，从一块直径为 24cm 的圆形纸片上剪出一个圆心角为 90° 的扇形 ABC ，使点 A, B, C 在圆周上，将剪下的扇形作为一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆的半径是 ()



A. 12cm B. 6cm C. $3\sqrt{2}$ cm D. $2\sqrt{3}$ cm

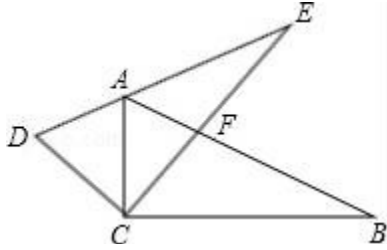
二、填空题 (本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

13. 分解因式： $(m+1)(m-9) + 8m =$ _____.

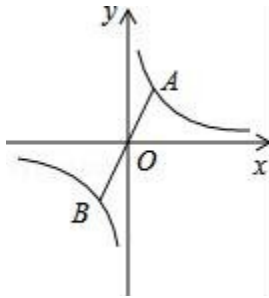
14. 为了改善办学条件，学校购置了笔记本电脑和台式电脑共 100 台，已知笔记本电脑的台数比台式电脑的台数的 $\frac{1}{4}$ 还少 5 台，则购置的笔记本电脑有_____台.

15. 荆楚学校为了了解九年级学生“一分钟内跳绳次数”的情况，随机选取了3名女生和2名男生，则从这5名学生中，选取2名同时跳绳，恰好选中一男一女的概率是_____.

16. 两个全等的三角尺重叠放在 $\triangle ACB$ 的位置，将其中一个三角尺绕着点C按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置，使点A恰好落在边DE上，AB与CE相交于点F. 已知 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 8\text{cm}$ ，则 $CF =$ _____cm.



17. 如图，已知点A(1, 2)是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的一点，连接AO并延长交双曲线的另一分支于点B，点P是x轴上一动点；若 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，则点P的坐标是_____.



三、解答题 (本题共7小题，共69分)

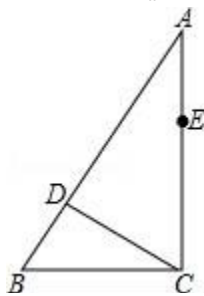
18. (1) 计算： $|1 - \sqrt{3}| + 3\tan 30^\circ - (\sqrt{3} - 5)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}$.

(2) 解不等式组
$$\begin{cases} 2x+1 > 0 & \text{①} \\ \frac{2-x}{2} \geq \frac{x+3}{3} & \text{②} \end{cases}$$

19. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点D, E分别在AB, AC上， $CE = BC$ ，连接CD，将线段CD绕点C按顺时针方向旋转 90° 后得CF，连接EF.

(1) 补充完成图形；

(2) 若 $EF \parallel CD$ ，求证： $\angle BDC = 90^\circ$.

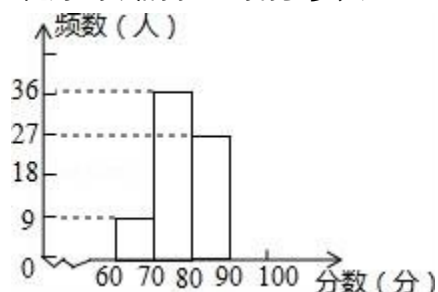


20. 秋季新学期开学时，红城中学对七年级新生掌握“中学生日常行为规范”的情况进行了知识测试，测试成绩全部合格，现学校随机选取了部分学生的成绩，整理并制作成了如下不完整的图表：

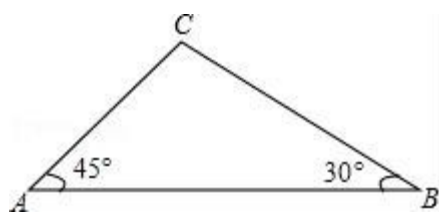
分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	9	a
$70 \leq x < 80$	36	0.4
$80 \leq x < 90$	27	b
$90 \leq x \leq 100$	c	0.2

请根据上述统计图表，解答下列问题：

- (1) 在表中， $a=$ _____， $b=$ _____， $c=$ _____；
- (2) 补全频数直方图；
- (3) 根据以上选取的数据，计算七年级学生的平均成绩．
- (4) 如果测试成绩不低于 80 分者为“优秀”等次，请你估计全校七年级的 800 名学生中，“优秀”等次的学生约有多少人？

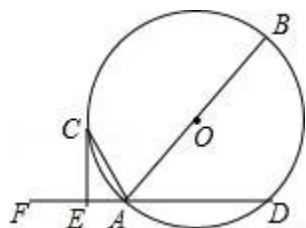


21. 如图，天星山山脚下西端 A 处与东端 B 处相距 $800(1+\sqrt{3})$ 米，小军和小明同时分别从 A 处和 B 处向山顶 C 匀速行走．已知山的西端的坡角是 45° ，东端的坡角是 30° ，小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒．若小明与小军同时到达山顶 C 处，则小明的行走速度是多少？



22. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AD 是 $\odot O$ 的弦，点 F 是 DA 延长线的一点，AC 平分 $\angle FAB$ 交 $\odot O$ 于点 C，过点 C 作 $CE \perp DF$ ，垂足为点 E．

- (1) 求证：CE 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $AE=1$ ， $CE=2$ ，求 $\odot O$ 的半径．



23. A城有某种农机30台，B城有该农机40台，现要将这些农机全部运往C，D两乡，调运任务承包给某运输公司．已知C乡需要农机34台，D乡需要农机36台，从A城往C，D两乡运送农机的费用分别为250元/台和200元/台，从B城往C，D两乡运送农机的费用分别为150元/台和240元/台．

(1) 设A城运往C乡该农机 x 台，运送全部农机的总费用为 W 元，求 W 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 现该运输公司要求运送全部农机的总费用不低于16460元，则有多少种不同的调运方案？将这些方案设计出来；

(3) 现该运输公司决定对A城运往C乡的农机，从运输费中每台减免 a 元 ($a \leq 200$) 作为优惠，其它费用不变，如何调运，使总费用最少？

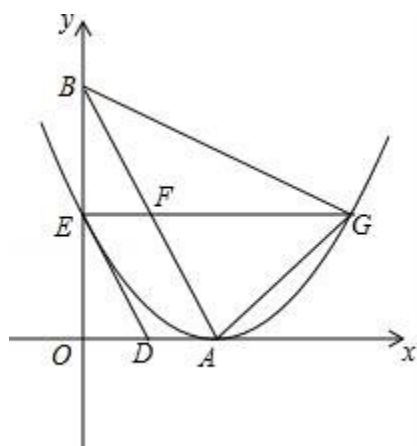
24. 如图，直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 与 x 轴， y 轴分别交于点A，点B，两动点D，E分别从点A，点B同时出发向点O运动（运动到点O停止），运动速度分别是1个单位长度/秒和 $\sqrt{3}$ 个单位长度/秒，设运动时间为 t 秒，以点A为顶点的抛物线经过点E，过点E作 x 轴的平行线，与抛物线的另一个交点为点G，与AB相交于点F．

(1) 求点A，点B的坐标；

(2) 用含 t 的代数式分别表示EF和AF的长；

(3) 当四边形ADEF为菱形时，试判断 $\triangle AFG$ 与 $\triangle AGB$ 是否相似，并说明理由．

(4) 是否存在 t 的值，使 $\triangle AGF$ 为直角三角形？若存在，求出这时抛物线的解析式；若不存在，请说明理由．



2016年湖北省荆门市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共12小题，每小题3分，共36分，每小题给出4个选项，有且只有一个答案是正确的）

1. 2的绝对值是（ ）

A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】绝对值.

【分析】计算绝对值要根据绝对值的定义求解. 第一步列出绝对值的表达式；第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.

【解答】解： $\because 2 > 0$,

$\therefore |2| = 2$.

故选：A.

2. 下列运算正确的是（ ）

A. $a+2a=2a^2$ B. $(-2ab^2)^2=4a^2b^4$ C. $a^6 \div a^3=a^2$ D. $(a-3)^2=a^2-9$

【考点】同底数幂的除法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方；完全平方公式.

【分析】根据合并同类项系数相加字母及指数不变，积的乘方等于乘方的积，同底数幂的除法底数不变指数相减，差的平方等于余平方和减积的二倍，可得答案.

【解答】解：A、合并同类项系数相加字母及指数不变，故A错误；

B、积的乘方等于乘方的积，故B正确；

C、同底数幂的除法底数不变指数相减，故C错误；

D、差的平方等于余平方和减积的二倍，故D错误；

故选：B.

3. 要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义，则x的取值范围是（ ）

A. $x > 1$ B. $x > -1$ C. $x \geq 1$ D. $x \geq -1$

【考点】二次根式有意义的条件.

【分析】直接利用二次根式有意义的条件进而得出 $x-1 \geq 0$ ，求出答案.

【解答】解：要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义，

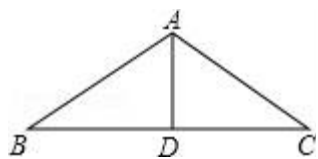
故 $x-1 \geq 0$,

解得： $x \geq 1$.

则x的取值范围是： $x \geq 1$.

故选：C.

4. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 已知 $AB=5$, $AD=3$, 则 BC 的长为 ()



A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

【考点】 勾股定理; 等腰三角形的性质.

【分析】 根据等腰三角形的性质得到 $AD \perp BC$, $BD=CD$, 根据勾股定理即可得到结论.

【解答】 解: $\because AB=AC$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore AD \perp BC$, $BD=CD$,

$\because AB=5$, $AD=3$,

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4,$$

$\therefore BC = 2BD = 8$,

故选 C.

5. 在平面直角坐标系中, 若点 $A(a, -b)$ 在第一象限内, 则点 $B(a, b)$ 所在的象限是 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】 点的坐标.

【分析】 根据各象限内点的坐标特征解答即可.

【解答】 解: \because 点 $A(a, -b)$ 在第一象限内,

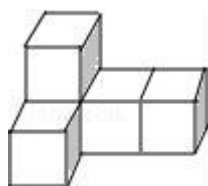
$\therefore a > 0$, $-b > 0$,

$\therefore b < 0$,

\therefore 点 $B(a, b)$ 所在的象限是第四象限.

故选 D.

6. 由 5 个大小相同的小正方体拼成的几何体如图所示, 则下列说法正确的是 ()



A. 主视图的面积最小 B. 左视图的面积最小
C. 俯视图的面积最小 D. 三个视图的面积相等

【考点】 简单组合体的三视图.

【分析】 根据从正面看得到的图形是主视图, 从左边看得到的图形是左视图, 从上边看得到的图形是俯视图, 可得答案.

【解答】 解: 从正面看第一层是三个小正方形, 第二层左边一个小正方形, 主视图的面积是 4;

从左边看第一层是两个小正方形, 第二层左边一个小正方形, 左视图的面积为 3;

从上边看第一列是两个小正方形, 第二列是一个小正方形, 第三列是一个小正方形, 俯视图的面积是 4,

左视图面积最小，故 B 正确；

故选：B .

7. 化简 $\frac{x}{x^2+2x+1} \div (1 - \frac{1}{x+1})$ 的结果是 ()

A . $\frac{1}{x+1}$ B . $\frac{x+1}{x}$ C . $x+1$ D . $x-1$

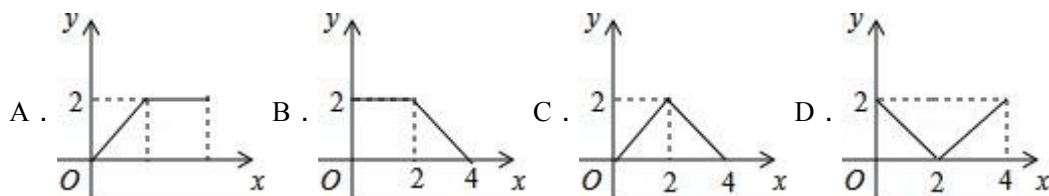
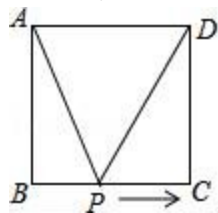
【考点】分式的混合运算 .

【分析】原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果 .

【解答】解：原式 = $\frac{x}{(x+1)^2} \div \frac{x}{x+1} = \frac{x}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x+1}$,

故选 A

8. 如图，正方形 ABCD 的边长为 2cm，动点 P 从点 A 出发，在正方形的边上沿 A→B→C 的方向运动到点 C 停止，设点 P 的运动路程为 x (cm)，在下列图象中，能表示 $\triangle ADP$ 的面积 y (cm²) 关于 x (cm) 的函数关系的图象是 ()



【考点】动点问题的函数图象 .

【分析】 $\triangle ADP$ 的面积可分为两部分讨论，由 A 运动到 B 时，面积逐渐增大，由 B 运动到 C 时，面积不变，从而得出函数关系的图象 .

【解答】解：当 P 点由 A 运动到 B 点时，即 $0 \leq x \leq 2$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 2x = x$,

当 P 点由 B 运动到 C 点时，即 $2 < x < 4$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$,

符合题意的函数关系的图象是 A；

故选：A .

9. 已知3是关于x的方程 $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ 的一个实数根，并且这个方程的两个实数根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边的边长，则 $\triangle ABC$ 的周长为（ ）

A. 7 B. 10 C. 11 D. 10或11

【考点】解一元二次方程-因式分解法；一元二次方程的解；三角形三边关系；等腰三角形的性质。

【分析】把 $x=3$ 代入已知方程求得 m 的值；然后通过解方程求得该方程的两根，即等腰 $\triangle ABC$ 的两条边长，由三角形三边关系和三角形的周长公式进行解答即可。

【解答】解：把 $x=3$ 代入方程得 $9 - 3(m+1) + 2m = 0$ ，
解得 $m=6$ ，

则原方程为 $x^2 - 7x + 12 = 0$ ，

解得 $x_1=3$ ， $x_2=4$ ，

因为这个方程的两个根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边长，

①当 $\triangle ABC$ 的腰为4，底边为3时，则 $\triangle ABC$ 的周长为 $4+4+3=11$ ；

②当 $\triangle ABC$ 的腰为3，底边为4时，则 $\triangle ABC$ 的周长为 $3+3+4=10$ 。

综上所述，该 $\triangle ABC$ 的周长为10或11。

故选：D。

10. 若二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$ ，则关于x的方程 $x^2+mx=7$ 的解为（ ）

A. $x_1=0$ ， $x_2=6$ B. $x_1=1$ ， $x_2=7$ C. $x_1=1$ ， $x_2=-7$ D. $x_1=-1$ ， $x_2=7$

【考点】二次函数的性质；解一元二次方程-因式分解法。

【分析】先根据二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$ 求出 m 的值，再把 m 的值代入方程 $x^2+mx=7$ ，求出 x 的值即可。

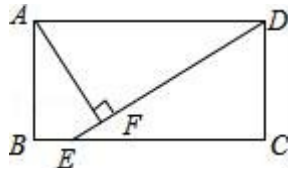
【解答】解： \because 二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$ ，

$\therefore -\frac{m}{2}=3$ ，解得 $m=-6$ ，

\therefore 关于x的方程 $x^2+mx=7$ 可化为 $x^2-6x-7=0$ ，即 $(x+1)(x-7)=0$ ，解得 $x_1=-1$ ， $x_2=7$ 。

故选D。

11. 如图，在矩形ABCD中（ $AD > AB$ ），点E是BC上一点，且 $DE=DA$ ， $AF \perp DE$ ，垂足为点F，在下列结论中，不一定正确的是（ ）



A. $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ B. $AF = \frac{1}{2}AD$ C. $AB = AF$ D. $BE = AD - DF$

【考点】矩形的性质；全等三角形的判定。

【分析】先根据已知条件判定判定 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ （AAS），再根据矩形的对边相等，以及全等三角形的对应边相等进行判断即可。

【解答】解：（A）由矩形ABCD， $AF \perp DE$ 可得 $\angle C = \angle AFD = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ADF = \angle DEC$ 。

又 $\because DE=AD$,

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle DCE$ (AAS), 故 (A) 正确;

(B) $\because \angle ADF$ 不一定等于 30° ,

\therefore 直角三角形 ADF 中, AF 不一定等于 AD 的一半, 故 (B) 错误;

(C) 由 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$, 可得 $AF=CD$,

由矩形 $ABCD$, 可得 $AB=CD$,

$\therefore AB=AF$, 故 (C) 正确;

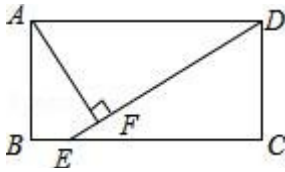
(D) 由 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$, 可得 $CE=DF$,

由矩形 $ABCD$, 可得 $BC=AD$,

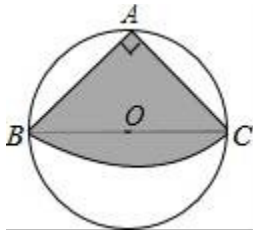
又 $\because BE=BC-EC$,

$\therefore BE=AD-DF$, 故 (D) 正确;

故选 (B)



12. 如图, 从一块直径为 24cm 的圆形纸片上剪出一个圆心角为 90° 的扇形 ABC , 使点 A, B, C 在圆周上, 将剪下的扇形作为一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面圆的半径是 ()



A. 12cm B. 6cm C. $3\sqrt{2}\text{cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{cm}$

【考点】圆锥的计算.

【分析】圆的半径为 12 , 那么过圆心向 AC 引垂线, 利用相应的三角函数可得 AC 的一半的长度, 进而求得 AC 的长度, 利用弧长公式可求得弧 BC 的长度, 圆锥的底面圆的半径 = 圆锥的弧长 $\div 2\pi$.

【解答】解: 作 $OD \perp AC$ 于点 D , 连接 OA ,

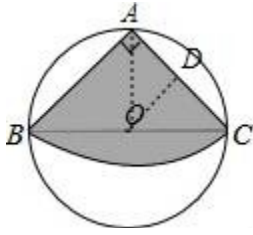
$\therefore \angle OAD = 45^\circ$, $AC = 2AD$,

$\therefore AC = 2(OA \times \cos 45^\circ) = 12\sqrt{2}\text{cm}$,

$$\therefore \frac{90\pi \times 12\sqrt{2}}{180} = 6\sqrt{2}\pi$$

\therefore 圆锥的底面圆的半径 $= 6\sqrt{2}\pi \div (2\pi) = 3\sqrt{2}\text{cm}$.

故选 C.



二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

13. 分解因式： $(m+1)(m-9)+8m=$ $(m+3)(m-3)$.

【考点】因式分解-运用公式法 .

【分析】先利用多项式的乘法运算法则展开，合并同类项后再利用平方差公式分解因式即可 .

【解答】解： $(m+1)(m-9)+8m$ ，
 $=m^2-9m+m-9+8m$ ，
 $=m^2-9$ ，
 $= (m+3)(m-3)$.

故答案为： $(m+3)(m-3)$.

14. 为了改善办学条件，学校购置了笔记本电脑和台式电脑共 100 台，已知笔记本电脑的台数比台式电脑的台数的 $\frac{1}{4}$ 还少 5 台，则购置的笔记本电脑有 16 台 .

【考点】一元一次方程的应用 .

【分析】设购置的笔记本电脑有 x 台，则购置的台式电脑为台 . 根据笔记本电脑的台数比台式电脑的台数的 $\frac{1}{4}$ 还少 5 台，可列出关于 x 的一元一次方程，解方程即可得出结论 .

【解答】解：设购置的笔记本电脑有 x 台，则购置的台式电脑为台，

依题意得： $x=\frac{1}{4}-5$ ，即 $20-\frac{5}{4}x=0$ ，

解得： $x=16$.

\therefore 购置的笔记本电脑有 16 台 .

故答案为：16 .

15. 荆楚学校为了了解九年级学生“一分钟内跳绳次数”的情况，随机选取了 3 名女生和 2 名男生，则从这 5 名学生中，选取 2 名同时跳绳，恰好选中一男一女的概率是 $\frac{3}{5}$.

【考点】列表法与树状图法 .

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与刚好抽到一男一女的情况，再利用概率公式即可求得答案 .

【解答】解：画树状图如下：



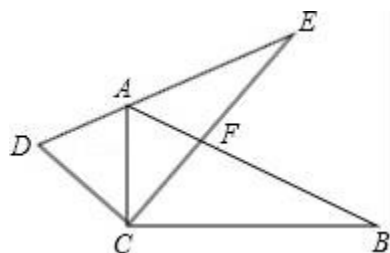
由树状图可知共有 20 种等可能性结果，其中抽到一男一女的情况有 12 种，

所以抽到一男一女的概率为 $P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ ，

故答案为： $\frac{3}{5}$ 。

16. 两个全等的三角尺重叠放在 $\triangle ACB$ 的位置，将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置，使点 A 恰好落在边 DE 上， AB 与 CE 相交于点 F 。已知

$\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 8\text{cm}$ ，则 $CF = 2\sqrt{3}\text{cm}$ 。



【考点】 旋转的性质。

【分析】 利用旋转的性质得出 $DC = AC$ ， $\angle D = \angle CAB$ ，再利用已知角度得出 $\angle AFC = 90^\circ$ ，再利用直角三角形的性质得出 FC 的长。

【解答】 解： \because 将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置，使点 A 恰好落在边 DE 上，

$$\therefore DC = AC, \angle D = \angle CAB,$$

$$\therefore \angle D = \angle DAC,$$

$$\because \angle ACB = \angle DCE = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle CAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = 30^\circ,$$

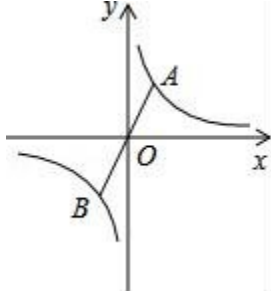
可得 $\angle AFC = 90^\circ$ ，

$$\because AB = 8\text{cm}, \therefore AC = 4\text{cm},$$

$$\therefore FC = 4\cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \text{ (cm)} .$$

故答案为： $2\sqrt{3}$ 。

17. 如图，已知点 A (1, 2) 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的一点，连接 AO 并延长交双曲线的另一分支于点 B，点 P 是 x 轴上一动点；若 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，则点 P 的坐标是 (-3, 0) 或 (5, 0) 或 (3, 0) 或 (-5, 0) .



【考点】 反比例函数图象上点的坐标特征；等腰三角形的性质 .

【分析】 由对称性可知 O 为 AB 的中点，则当 $\triangle PAB$ 为等腰三角形时只能有 $PA=AB$ 或 $PB=AB$ ，设 P 点坐标为 $(x, 0)$ ，可分别表示出 PA 和 PB，从而可得到关于 x 的方程，可求得 x，可求得 P 点坐标 .

【解答】 解：

\because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象关于原点对称，

\therefore A、B 两点关于 O 对称，

\therefore O 为 AB 的中点，且 $B(-1, -2)$ ，

\therefore 当 $\triangle PAB$ 为等腰三角形时有 $PA=AB$ 或 $PB=AB$ ，

设 P 点坐标为 $(x, 0)$ ，

\therefore A (1, 2)，B (-1, -2)，

$$\therefore AB = \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [2 - (-2)]^2} = 2\sqrt{5}, \quad PA = \sqrt{(x-1)^2 + 2^2}, \quad PB = \sqrt{(x+1)^2 + (-2)^2},$$

当 $PA=AB$ 时，则有 $\sqrt{(x-1)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ，解得 $x = -3$ 或 5 ，此时 P 点坐标为 $(-3, 0)$ 或 $(5, 0)$ ；

当 $PB=AB$ 时，则有 $\sqrt{(x+1)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}$ ，解得 $x = 3$ 或 -5 ，此时 P 点坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-5, 0)$ ；

综上所述 P 点的坐标为 $(-3, 0)$ 或 $(5, 0)$ 或 $(3, 0)$ 或 $(-5, 0)$ ，

故答案为： $(-3, 0)$ 或 $(5, 0)$ 或 $(3, 0)$ 或 $(-5, 0)$.

三、解答题 (本题共 7 小题，共 69 分)

18. (1) 计算： $|1 - \sqrt{3}| + 3\tan 30^\circ - (\sqrt{3} - 5)^0 - (-\frac{1}{3})^{-1}$.

$$(2) \text{ 解不等式组 } \begin{cases} 2x+1 > 0 \text{ ①} \\ \frac{2-x}{2} \geq \frac{x+3}{3} \text{ ②} \end{cases} .$$

【考点】解一元一次不等式组；实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值．

【分析】(1) 首先去掉绝对值符号，计算乘方，代入特殊角的三角函数值，然后进行加减计算即可；

(2) 首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集．

【解答】解：(1) 原式 $= \sqrt{3} - 1 + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 1 - (-3) = \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 3 = 2$ ；

(2) 解①得 $x > -\frac{1}{2}$ ，

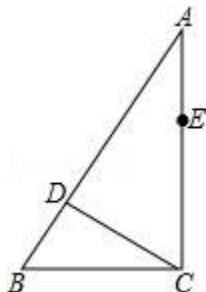
解②得 $x \leq 0$ ，

则不等式组的解集是 $-\frac{1}{2} < x \leq 0$ ．

19．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D ， E 分别在 AB ， AC 上， $CE=BC$ ，连接 CD ，将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° 后得 CF ，连接 EF ．

(1) 补充完成图形；

(2) 若 $EF \parallel CD$ ，求证： $\angle BDC=90^\circ$ ．



【考点】旋转的性质．

【分析】(1) 根据题意补全图形，如图所示；

(2) 由旋转的性质得到 $\angle DCF$ 为直角，由 EF 与 CD 平行，得到 $\angle EFC$ 为直角，利用 SAS 得到三角形 BDC 与三角形 EFC 全等，利用全等三角形对应角相等即可得证．

【解答】解：(1) 补全图形，如图所示；

(2) 由旋转的性质得： $\angle DCF=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle DCE + \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle BCD,$$

$$\because EF \parallel DC,$$

$$\therefore \angle EFC + \angle DCF = 180^\circ,$$

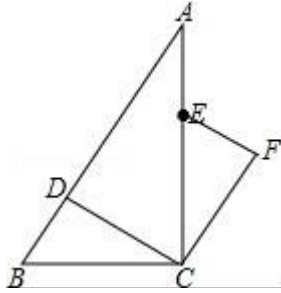
$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle EFC$ 中，

$$\begin{cases} DC=FC \\ \angle BCD=\angle ECF, \\ BC=EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDC \cong \triangle EFC$ (SAS) ,

$\therefore \angle BDC = \angle EFC = 90^\circ$.



20. 秋季新学期开学时，红城中学对七年级新生掌握“中学生日常行为规范”的情况进行了知识测试，测试成绩全部合格，现学校随机选取了部分学生的成绩，整理并制作成了如下不完整的图表：

分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	9	a
$70 \leq x < 80$	36	0.4
$80 \leq x < 90$	27	b
$90 \leq x \leq 100$	c	0.2

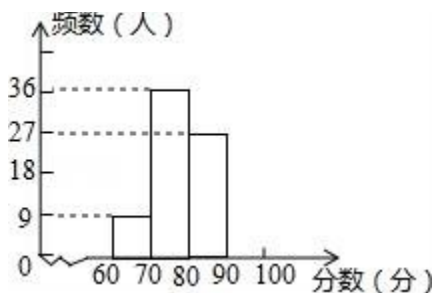
请根据上述统计图表，解答下列问题：

(1) 在表中， $a = \underline{0.1}$ ， $b = \underline{0.3}$ ， $c = \underline{18}$ ；

(2) 补全频数直方图；

(3) 根据以上选取的数据，计算七年级学生的平均成绩。

(4) 如果测试成绩不低于80分者为“优秀”等次，请你估计全校七年级的800名学生中，“优秀”等次的学生约有多少人？



【考点】 频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表；加权平均数。

【分析】 (1) 根据表格中的数据可以求得抽查的学生数，从而可以求得 a、b、c 的值；

(2) 根据 (1) 中 c 的值，可以将频数分布直方图补充完整；

(3) 根据平均数的定义和表格中的数据可以求得七年级学生的平均成绩；

(4) 根据表格中的数据可以求得“优秀”等次的学生数。

【解答】 解：(1) 抽查的学生数： $36 \div 0.4 = 90$ ，

$a = 9 \div 90 = 0.1$ ， $b = 27 \div 90 = 0.3$ ， $c = 90 \times 0.2 = 18$ ，

故答案为：0.1，0.3，18；

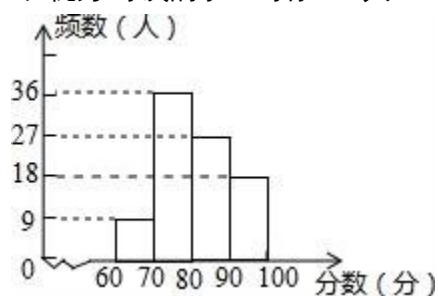
(2) 补全的频数分布直方图如右图所示，

$$(3) \therefore \frac{9 \times 65 + 36 \times 75 + 27 \times 85 + 18 \times 95}{90} = 81,$$

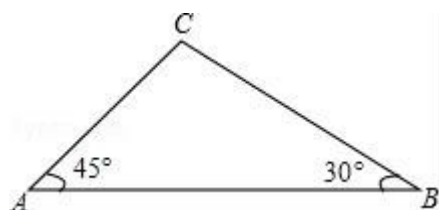
即七年级学生的平均成绩是 81 分；

$$(4) \therefore 800 \times (0.3 + 0.2) = 800 \times 0.5 = 400,$$

即“优秀”等次的学生约有 400 人。



21. 如图，天星山山脚下西端 A 处与东端 B 处相距 $800(1 + \sqrt{3})$ 米，小军和小明同时分别从 A 处和 B 处向山顶 C 匀速行走。已知山的西端的坡角是 45° ，东端的坡角是 30° ，小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒。若小明与小军同时到达山顶 C 处，则小明的行走速度是多少？



【考点】解直角三角形的应用-坡度坡角问题。

【分析】过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，设 $AD = x$ 米，小明的行走速度是 a 米/秒，根据直角三角形的性质用 x 表示出 AC 与 BC 的长，再根据小明与小军同时到达山顶 C 处即可得出结论。

【解答】解：过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，设 $AD = x$ 米，小明的行走速度是 a 米/秒，

$$\because \angle A = 45^\circ, CD \perp AB,$$

$$\therefore AD = CD = x \text{ 米},$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}x.$$

在 $Rt\triangle BCD$ 中，

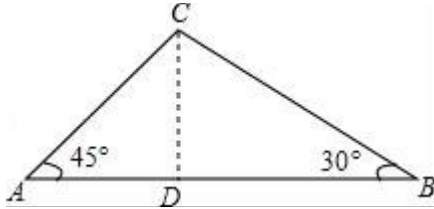
$$\because \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{CD}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\frac{1}{2}} = 2x,$$

\therefore 小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒。若小明与小军同时到达山顶 C 处，

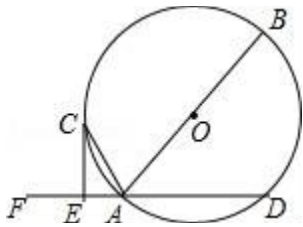
$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{2}x}{2} \cdot \frac{2x}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = a, \text{ 解得 } a=1 \text{ 米/秒.}$$

答：小明的行走速度是 1 米/秒。



22. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AD 是 $\odot O$ 的弦，点 F 是 DA 延长线的一点，AC 平分 $\angle FAB$ 交 $\odot O$ 于点 C，过点 C 作 $CE \perp DF$ ，垂足为点 E。

- (1) 求证：CE 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $AE=1$ ， $CE=2$ ，求 $\odot O$ 的半径。



【考点】 切线的判定；角平分线的性质。

【分析】 (1) 证明：连接 CO，证得 $\angle OCA = \angle CAE$ ，由平行线的判定得到 $OC \parallel FD$ ，再证得 $OC \perp CE$ ，即可证得结论；

(2) 证明：连接 BC，由圆周角定理得到 $\angle BCA = 90^\circ$ ，再证得 $\triangle ABC \sim \triangle ACE$ ，根据相似三角形的性质即可证得结论。

【解答】 (1) 证明：连接 CO，

$\because OA = OC$ ，
 $\therefore \angle OCA = \angle OAC$ ，
 $\because AC$ 平分 $\angle FAB$ ，
 $\therefore \angle OCA = \angle CAE$ ，
 $\therefore OC \parallel FD$ ，
 $\because CE \perp DF$ ，
 $\therefore OC \perp CE$ ，
 $\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 证明：连接 BC，

在 $Rt\triangle ACE$ 中， $AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ，

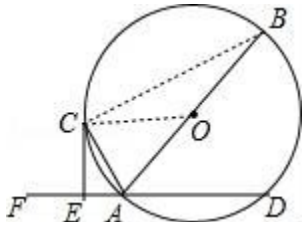
$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \angle BCA = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BCA = \angle CEA$ ，
 $\because \angle CAE = \angle CAB$ ，
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACE$ ，

$$\therefore \frac{CA}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore AB=5,$$

$\therefore AO=2.5$ ，即 $\odot O$ 的半径为2.5.



23. A城有某种农机30台，B城有该农机40台，现要将这些农机全部运往C，D两乡，调运任务承包给某运输公司. 已知C乡需要农机34台，D乡需要农机36台，从A城往C，D两乡运送农机的费用分别为250元/台和200元/台，从B城往C，D两乡运送农机的费用分别为150元/台和240元/台.

(1) 设A城运往C乡该农机 x 台，运送全部农机的总费用为 W 元，求 W 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 现该运输公司要求运送全部农机的总费用不低于16460元，则有多少种不同的调运方案？将这些方案设计出来；

(3) 现该运输公司决定对A城运往C乡的农机，从运输费中每台减免 a 元 ($a \leq 200$) 作为优惠，其它费用不变，如何调运，使总费用最少？

【考点】一次函数的应用；一元一次不等式的应用.

【分析】(1) A城运往C乡的化肥为 x 吨，则可得A城运往D乡的化肥为 $30-x$ 吨，B城运往C乡的化肥为 $34-x$ 吨，B城运往D乡的化肥为 $40-(34-x)$ 吨，从而可得出 W 与 x 大的函数关系.

(2) 根据题意得 $140x+12540 \geq 16460$ 求得 $28 \leq x \leq 30$ ，于是得到有3种不同的调运方案，写出方案即可；

(3) 根据题意得到 $W=x+12540$ ，所以当 $a=200$ 时， $y_{\text{最小}} = -60x+12540$ ，此时 $x=30$ 时 $y_{\text{最小}} = 10740$ 元. 于是得到结论.

【解答】解：(1) $W=250x+200(30-x)+150(34-x)+240(6+x)=140x+12540$ ($0 < x \leq 30$)；

(2) 根据题意得 $140x+12540 \geq 16460$ ，

$$\therefore x \geq 28,$$

$$\therefore x \leq 30,$$

$$\therefore 28 \leq x \leq 30,$$

\therefore 有3种不同的调运方案，

第一种调运方案：从A城调往C城28台，调往D城2台，从B城调往C城6台，调往D城34台；

第二种调运方案：从A城调往C城29台，调往D城1台，从B城调往C城5台，调往D城35台；

第三种调运方案：从 A 城调往 C 城 30 台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城 36 台，

$$(3) W = x + 200(30 - x) + 150(34 - x) + 240(6 + x) = x + 12540,$$

所以当 $a=200$ 时， $y_{\text{最小}} = -60x + 12540$ ，此时 $x=30$ 时 $y_{\text{最小}} = 10740$ 元。

此时的方案为：从 A 城调往 C 城 30 台，调往 D 城 0 台，从 B 城调往 C 城 4 台，调往 D 城 36 台。

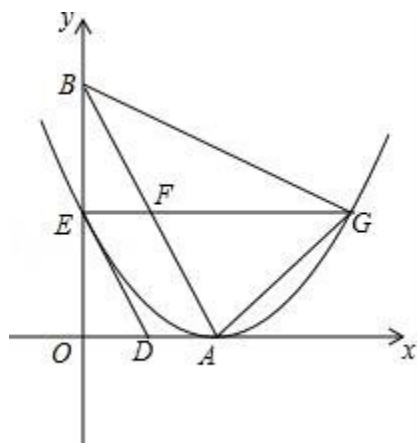
24. 如图，直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 与 x 轴， y 轴分别交于点 A，点 B，两动点 D，E 分别从点 A，点 B 同时出发向点 O 运动（运动到点 O 停止），运动速度分别是 1 个单位长度/秒和 $\sqrt{3}$ 个单位长度/秒，设运动时间为 t 秒，以点 A 为顶点的抛物线经过点 E，过点 E 作 x 轴的平行线，与抛物线的另一个交点为点 G，与 AB 相交于点 F。

(1) 求点 A，点 B 的坐标；

(2) 用含 t 的代数式分别表示 EF 和 AF 的长；

(3) 当四边形 ADEF 为菱形时，试判断 $\triangle AFG$ 与 $\triangle AGB$ 是否相似，并说明理由。

(4) 是否存在 t 的值，使 $\triangle AGF$ 为直角三角形？若存在，求出这时抛物线的解析式；若不存在，请说明理由。



【考点】 二次函数综合题。

【分析】 (1) 在直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 中，分别令 $y=0$ 和 $x=0$ ，容易求得 A、B 两点坐标；

(2) 由 OA、OB 的长可求得 $\angle ABO = 30^\circ$ ，用 t 可表示出 BE，EF，和 BF 的长，由勾股定理可求得 AB 的长，从而可用 t 表示出 AF 的长；

(3) 利用菱形的性质可求得 t 的值，则可求得 $AF=AG$ 的长，可得到 $\frac{AF}{AG} = \frac{AG}{AB}$ ，可判定

$\triangle AFG$ 与 $\triangle AGB$ 相似；

(4) 若 $\triangle AGF$ 为直角三角形时，由条件可知只能是 $\angle FAG = 90^\circ$ ，又 $\angle AFG = \angle OAF = 60^\circ$ ，由 (2) 可知 $AF = 4 - 2t$ ， $EF = t$ ，又由二次函数的对称性可得到 $EG = 2OA = 4$ ，从而可求出 FG，在 $\text{Rt}\triangle AGF$ 中，可得到关于 t 的方程，可求得 t 的值，进一步可求得 E 点坐标，利用待定系数法可求得抛物线的解析式。

【解答】 解：

(1) 在直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 中,

令 $y=0$ 可得 $0 = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$, 解得 $x=2$,

令 $x=0$ 可得 $y=2\sqrt{3}$,

$\therefore A$ 为 $(2, 0)$, B 为 $(0, 2\sqrt{3})$;

(2) 由 (1) 可知 $OA=2$, $OB=2\sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore \angle ABO = 30^\circ$,

\therefore 运动时间为 t 秒,

$$\therefore BE = \sqrt{3}t,$$

$\therefore EF \parallel x$ 轴,

\therefore 在 $Rt\triangle BEF$ 中, $EF = BE \cdot \tan \angle ABO = \frac{\sqrt{3}}{3}BE = t$, $BF = 2EF = 2t$,

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $OA=2$, $OB=2\sqrt{3}$,

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AF = 4 - 2t;$$

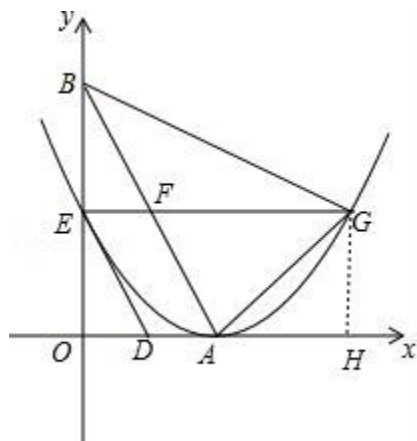
(3) 相似. 理由如下:

当四边形 $ADEF$ 为菱形时, 则有 $EF=AF$,

$$\text{即 } t = 4 - 2t, \text{ 解得 } t = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AF = 4 - 2t = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}, \quad OE = OB - BE = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

如图, 过 G 作 $GH \perp x$ 轴, 交 x 轴于点 H ,



则四边形 OEGH 为矩形，

$$\therefore GH = OE = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

又 $EG \parallel x$ 轴，抛物线的顶点为 A，

$$\therefore OA = AH = 2,$$

在 $Rt\triangle AGH$ 中，由勾股定理可得 $AG^2 = GH^2 + AH^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2^2 = \frac{16}{3}$ ，

$$\text{又 } AF \cdot AB = \frac{4}{3} \times 4 = \frac{16}{3},$$

$\therefore AF \cdot AB = AG^2$ ，即 $\frac{AF}{AG} = \frac{AG}{AB}$ ，且 $\angle FAG = \angle GAB$ ，

$\therefore \triangle AFG \sim \triangle AGB$ ；

(4) 存在，

$\because EG \parallel x$ 轴，

$\therefore \angle GFA = \angle BAO = 60^\circ$ ，

又 G 点不能在抛物线的对称轴上，

$\therefore \angle FGA \neq 90^\circ$ ，

\therefore 当 $\triangle AGF$ 为直角三角形时，则有 $\angle FAG = 90^\circ$ ，

又 $\angle FGA = 30^\circ$ ，

$\therefore FG = 2AF$ ，

$\because EF = t$ ， $EG = 4$ ，

$\therefore FG = 4 - t$ ，且 $AF = 4 - 2t$ ，

$\therefore 4 - t = 2(4 - 2t)$ ，

解得 $t = \frac{4}{3}$ ，

即当 t 的值为 $\frac{4}{3}$ 秒时， $\triangle AGF$ 为直角三角形，此时 $OE=OB-BE=2\sqrt{3}-\sqrt{3}t=2\sqrt{3}-\sqrt{3}\times\frac{4}{3}$

$$=\frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore E$ 点坐标为 $(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$ ，

\because 抛物线的顶点为 A ，

\therefore 可设抛物线解析式为 $y=a(x-2)^2$ ，

把 E 点坐标代入可得 $\frac{2\sqrt{3}}{3}=4a$ ，解得 $a=\frac{\sqrt{3}}{6}$ ，

\therefore 抛物线解析式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{6}(x-2)^2$ ，

$$\text{即 } y=\frac{\sqrt{3}}{6}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

2016年7月12日