2012年上海市中考数学试卷

一．选择题（共6小题）

1．（2012上海）在下列代数式中，次数为3的单项式是（　　）

A．xy^2　　B．x^3+y^3　　C．．x^3y　　D．．$3xy$

考点：单项式。

解答：解：根据单项式的次数定义可知：

A、xy^2的次数为3，符合题意；

B、x^3+y^3不是单项式，不符合题意；

C、x^3y的次数为4，不符合题意；

D、$3xy$的次数为2，不符合题意．

故选A．

2．（2012上海）数据5，7，5，8，6，13，5的中位数是（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

考点：中位数。

解答：解：将数据5，7，5，8，6，13，5按从小到大依次排列为：

5，5，5，6，7，8，13，

位于中间位置的数为6．

故中位数为6．

故选B．

3．（2012上海）不等式组$\begin{cases} -2x<6 \\ x-2>0 \end{cases}$的解集是（　　）

A．$x>-3$　　B．$x<-3$　　C．$x>2$　　D．$x<2$

考点：解一元一次不等式组。

解答：解：$\begin{cases} -2x<6 & ① \\ x-2>0 & ② \end{cases}$，

由①得：$x>-3$，

由②得：$x>2$，

所以不等式组的解集是$x>2$．

故选C．

4．（2012上海）在下列各式中，二次根式$\sqrt{a-b}$的有理化因式是（　　）

A．$\sqrt{a+b}$　　B．$\sqrt{a}+\sqrt{b}$　　C．$\sqrt{a-b}$　　D．$\sqrt{a}-\sqrt{b}$

考点：分母有理化。

解答：解：∵$\sqrt{a-b}\times\sqrt{a-b}=a-b$，

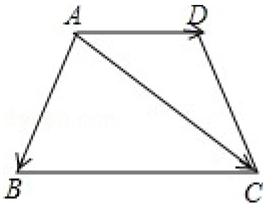
∴二次根式$\sqrt{a-b}$的有理化因式是：$\sqrt{a-b}$．

故选：C．
5．（2012上海）在下列图形中，为中心对称图形的是（　　）
A．等腰梯形　　B．平行四边形　　C．正五边形　　D．等腰三角形
考点：中心对称图形。
解答：解：中心对称图形，即把一个图形绕一个点旋转180°后能和原来的图形重合，
A、C、D都不符合；
是中心对称图形的只有B．
故选：B．
6．（2012上海）如果两圆的半径长分别为6和2，圆心距为3，那么这两个圆的位置关系是（　　）
A．外离　　B．相切　　C．相交　　D．内含
考点：圆与圆的位置关系。
解答：解：∵两个圆的半径分别为6和2，圆心距为3，
又∵6－2=4，4＞3，
∴这两个圆的位置关系是内含．
故选：D．
二．填空题（共12小题）
7．（2012上海）计算 $|\frac{1}{2}-1|=$ $\underline{\frac{1}{2}}$ ．
考点：绝对值；有理数的减法。
解答：解：$|\frac{1}{2}-1|=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，
故答案为：$\frac{1}{2}$．
8．因式分解：xy－x=________．
考点：因式分解-提公因式法。
解答：解：xy－x=x（y－1）．
故答案为：x（y－1）．
9．（2012上海）已知正比例函数y=kx（k≠0），点（2，﹣3）在函数上，则y随x的增大而____（增大或减小）．
考点：正比例函数的性质；待定系数法求一次函数解析式。
解答：解：∵点（2，﹣3）在正比例函数y=kx（k≠0）上，
∴2k=﹣3，
解得：$k=-\frac{3}{2}$，
∴正比例函数解析式是：$y=-\frac{3}{2}x$，
∵$k=-\frac{3}{2}<0$，
∴y随x的增大而减小，
故答案为：减小．
10．方程$\sqrt{x+1}=2$的根是_____．

考点：无理方程。
解答：解：方程两边同时平方得：x+1=4，
解得：x=3．
检验：x=3 时，左边=$\sqrt{3+1}$=2，则左边=右边．
故 x=3 是方程的解．
故答案是：x=3．
11．（2012 上海）如果关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+c=0$（c 是常数）没有实根，那么 c 的取值范围是_____．
考点：根的判别式。
解答：解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+c=0$（c 是常数）没有实根，
∴$\triangle=(-6)^2-4c<0$，
即 $36-4c<0$，
$c>9$．
故答案为 $c>9$．
12．（2012 上海）将抛物线 $y=x^2+x$ 向下平移 2 个单位，所得抛物线的表达式是__________．
考点：二次函数图象与几何变换。
解答：解：∵抛物线 $y=x^2+x$ 向下平移 2 个单位，
∴抛物线的解析式为 $y=x^2+x-2$，
故答案为 $y=x^2+x-2$．
13．（2012 上海）布袋中装有 3 个红球和 6 个白球，它们除颜色外其他都相同，如果从布袋里随机摸出一个球，那么所摸到的球恰好为红球的概率是_$\frac{1}{3}$_．
考点：概率公式。
解答：解：∵一个布袋里装有 3 个红球和 6 个白球，
∴摸出一个球摸到红球的概率为：$\frac{3}{3+6}=\frac{1}{3}$．
故答案为$\frac{1}{3}$．
14．（2012 上海）某校 500 名学生参加生命安全知识测试，测试分数均大于或等于 60 且小于 100，分数段的频率分布情况如表所示（其中每个分数段可包括最小值，不包括最大值），结合表 1 的信息，可测得测试分数在 80～90 分数段的学生有_____名．

分数段	60﹣70	70﹣80	80﹣90	90﹣100
频率	0.2	0.25		0.25

考点：频数（率）分布表。
解答：解：80～90 分数段的频率为：1﹣0.2﹣0.25﹣0.25=0.3，
故该分数段的人数为：500×0.3=150 人．
故答案为：150．
15．（2012 上海）如图，已知梯形 ABCD，AD∥BC，BC=2AD，如果$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{b}$，那么$\overrightarrow{AC}$=_$2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$_（用$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$表示）．



考点：*平面向量。

解答：解：∵梯形 ABCD，AD∥BC，BC=2AD，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{a}$，

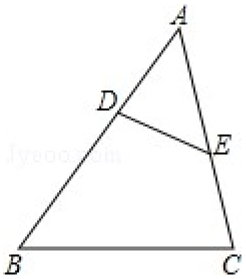
∴$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{a}$，

∵$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{b}$，

∴$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$．

故答案为：$2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$．

16．（2012 上海）在△ABC 中，点 D、E 分别在 AB、AC 上，∠AED=∠B，如果 AE=2，△ADE 的面积为 4，四边形 BCDE 的面积为 5，那么 AB 的长为___．



考点：相似三角形的判定与性质。

解答：解：∵∠AED=∠B，∠A 是公共角，

∴△ADE∽△ACB，

∴$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AE}{AB}\right)^2$，

∵△ADE 的面积为 4，四边形 BCDE 的面积为 5，

∴△ABC 的面积为 9，

∵AE=2，

∴$\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{AB}\right)^2$，

解得：AB=3．

故答案为：3．

17．（2012 上海）我们把两个三角形的中心之间的距离叫做重心距，在同一个平面内有两个边长相等的等边三角形，如果当它们的一边重合时，重心距为 2，那么当它们的一对角成对顶角时，重心距为___．

考点：三角形的重心；等边三角形的性质。

解答：解：设等边三角形的中线长为 a，

则其重心到对边的距离为：$\frac{1}{3}a$，

∵它们的一边重合时（图 1），重心距为 2，

∴$\frac{2}{3}a=2$，解得 a=3，

∴当它们的一对角成对顶角时（图 2）中心距$=\frac{4}{3}a=\frac{4}{3}\times 3=4$．

故答案为：4．

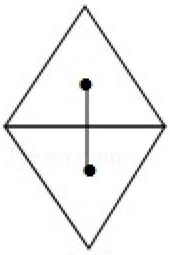


图1

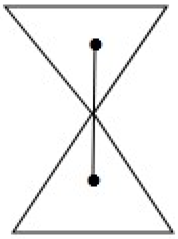
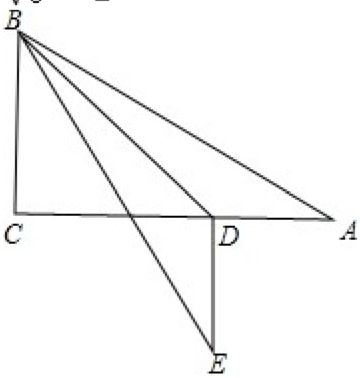


图2

18．（2012 上海）如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A=30°，BC=1，点 D 在 AC 上，将△ADB 沿直线 BD 翻折后，将点 A 落在点 E 处，如果 AD⊥ED，那么线段 DE 的长为 $\sqrt{3}-1$_．



考点：翻折变换（折叠问题）。

解答：解：∵在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A=30°，BC=1，

∴$AC=\frac{BC}{\tan\angle A}=\frac{1}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}$，

∵将△ADB 沿直线 BD 翻折后，将点 A 落在点 E 处，

∴∠ADB=∠EDB，DE=AD，

∵AD⊥ED，

∴∠CDE=∠ADE=90°，

∴$\angle EDB=\angle ADB=\frac{360^\circ-90^\circ}{2}=135^\circ$，

∴∠CDB=∠EDB－∠CDE=135°－90°=45°，

∵∠C=90°，

∴∠CBD=∠CDB=45°，

∴CD=BC=1，

∴DE=AD=AC－CD=$\sqrt{3}-1$．

故答案为：$\sqrt{3}-1$．

三．解答题（共 7 小题）

19．（2012 上海）$\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}-1)^2+\frac{1}{\sqrt{2}-1}+3^{\frac{1}{2}}-(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-1}$．

考点：二次根式的混合运算；分数指数幂；负整数指数幂。

解答：解：原式$=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}+1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=2-\sqrt{3}+\sqrt{2}+1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=3$．

20．（2012上海）解方程：$\frac{x}{x+3}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{1}{x-3}$．

考点：解分式方程。

解答：解：方程的两边同乘（x+3）（x﹣3），得

$x(x-3)+6=x+3$，

整理，得 $x^2-4x+3=0$，

解得 $x_1=1$，$x_2=3$．

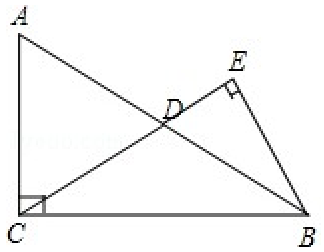
经检验：x=3是方程的增根，x=1是原方程的根，

故原方程的根为x=1．

21．（2012上海）如图在Rt△ABC中，∠ACB=90°，D是边AB的中点，BE⊥CD，垂足为点E．已知AC=15，$\cos A=\frac{3}{5}$．

（1）求线段CD的长；

（2）求sin∠DBE的值．



考点：解直角三角形；直角三角形斜边上的中线。

解答：解：（1）∵AC=15，$\cos A=\frac{3}{5}$，

$\therefore \frac{15}{AB}=\frac{3}{5}$，

∴AB=25，

∵△ACB为直角三角形，D是边AB的中点，

$\therefore CD=\frac{25}{2}$（或12.5）；

（2）$AD=BD=CD=\frac{25}{2}$，设DE=x，EB=y，则

$$\begin{cases} y^2+x^2=\frac{625}{4} \\ \left(x+\frac{25}{2}\right)^2+y^2=400 \end{cases},$$

解得 $x=\frac{7}{2}$，

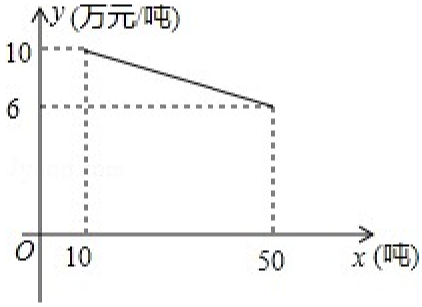
$\therefore \sin\angle DBE=\dfrac{\frac{7}{2}}{\frac{25}{2}}=\dfrac{7}{25}$．

22．（2012 上海）某工厂生产一种产品，当生产数量至少为 10 吨，但不超过 50 吨时，每吨的成本 y（万元/吨）与生产数量 x（吨）的函数关系式如图所示．

（1）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

（2）当生产这种产品的总成本为 280 万元时，求该产品的生产数量．

（注：总成本=每吨的成本×生产数量）



考点：一次函数的应用。

解答：解：（1）利用图象设 y 关于 x 的函数解析式为 y=kx+b，

将（10，10）（ 50，6）代入解析式得：

$\begin{cases}10=10k+b\\6=50k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{10}\\b=11\end{cases}$，

$y=-\dfrac{1}{10}x+11$（$10\le x\le 50$）

（2）当生产这种产品的总成本为 280 万元时，

$x\left(-\dfrac{1}{10}x+11\right)=280$，

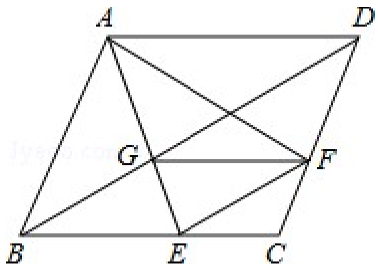
解得：$x_1=40$，$x_2=70$（不合题意舍去），

故该产品的生产数量为 40 吨．

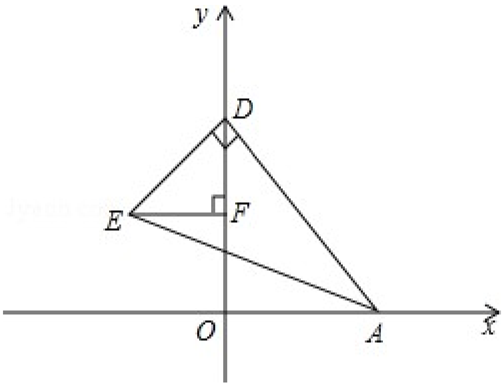
23．（2012 上海）已知：如图，在菱形 ABCD 中，点 E、F 分别在边 BC、CD，∠BAF=∠DAE，AE 与 BD 交于点 G．

（1）求证：BE=DF；

（2）当 $\dfrac{DF}{FC}=\dfrac{AD}{DF}$ 时，求证：四边形 BEFG 是平行四边形．



考点：平行线分线段成比例；全等三角形的判定与性质；平行四边形的判定；菱形的性质。
解答：证明：（1）∵四边形 ABCD 是菱形，
∴AB=AD，∠ABC=∠ADF，
∵∠BAF=∠DAE，
∴∠BAF﹣∠EAF=∠DAE﹣∠EAF，
即：∠BAE=∠DAF，
∴△BAE≌△DAF
∴BE=DF；
（2）∵$\frac{DF}{FC}=\frac{AD}{DF}$，
∴$\frac{FD}{FC}=\frac{AD}{BE}=\frac{DG}{GB}$
∴FG∥BC
∴∠DGF=∠DBC=∠BDC
∴DF=GF
∴BE=GF
∴四边形 BEFG 是平行四边形．
24．（2012 上海）如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+6x+c$ 的图象经过点 A（4，0）、 B（﹣1，0），与 y 轴交于点 C，点 D 在线段 OC 上，OD=t，点 E 在第二象限，∠ADE=90°，tan∠DAE=$\frac{1}{2}$，EF⊥OD，垂足为 F．
（1）求这个二次函数的解析式；
（2）求线段 EF、OF 的长（用含 t 的代数式表示）；
（3）当∠ECA=∠OAC 时，求 t 的值．



考点：相似三角形的判定与性质；待定系数法求二次函数解析式；全等三角形的判定与性质；勾股定理。
解答：解：（1）二次函数 $y=ax^2+6x+c$ 的图象经过点 A（4，0）、 B（﹣1，0），
∴$\begin{cases}16a+6\times 4+c=0\\ a-6+c=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-2\\ c=8\end{cases}$，
∴这个二次函数的解析式为：$y=-2x^2+6x+8$；
（2）∵∠EFD=∠EDA=90°
∴∠DEF+∠EDF=90°，∠EDF+∠ODA=90°，∴∠DEF=∠ODA
∴△EDF∽△DAO

$\therefore\frac{EF}{DO}=\frac{ED}{DA}$．

$\because\frac{ED}{DA}=\tan\angle DAE=\frac{1}{2}$，

$\therefore\frac{EF}{DO}=\frac{1}{2}$，

$\therefore\frac{EF}{t}=\frac{1}{2}$，$\therefore EF=\frac{1}{2}t$．

同理$\frac{DF}{OA}=\frac{ED}{DA}$，

$\therefore DF=2$，$\therefore OF=t-2$．

（3）∵抛物线的解析式为：$y=-2x^2+6x+8$，

∴C（0，8），OC=8．

如图，连接EC、AC，过A作EC的垂线交CE于G点．

∵∠ECA=∠OAC，∴∠OAC=∠GCA（等角的余角相等）；

在△CAG与△OCA中，$\begin{cases}\angle OAC=\angle GCA\\ AC=CA\\ \angle ECA=\angle OAC\end{cases}$，

∴△CAG≌△OCA，∴CG=4，AG=OC=8．

如图，过E点作EM⊥x轴于点M，则在Rt△AEM中，

$\therefore EM=OF=t-2$，$AM=OA+AM=OA+EF=4+\frac{1}{2}t$，

由勾股定理得：

$\because AE^2=AM^2+EM^2=\left(4+\frac{1}{2}t\right)^2+\left(t-2\right)^2$；

在Rt△AEG中，由勾股定理得：

$\therefore EG=\sqrt{AE^2-AG^2}=\sqrt{\left(4+\frac{1}{2}t\right)^2+\left(t-2\right)^2-8^2}=\sqrt{\frac{5}{4}t^2-44}$

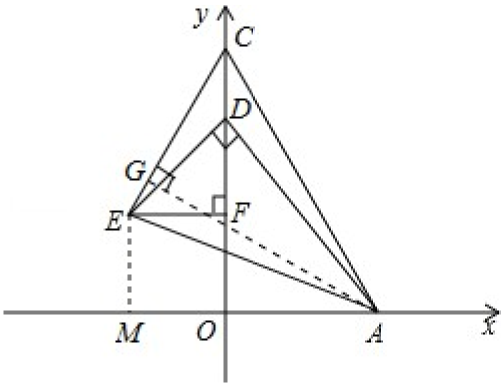
∵在Rt△ECF中，$EF=\frac{1}{2}t$，$CF=OC-OF=10-t$，$CE=CG+EG=\sqrt{\frac{5}{4}t^2-44}+4$

由勾股定理得：$EF^2+CF^2=CE^2$，

即$\left(\frac{1}{2}t\right)^2+\left(10-t\right)^2=\left(\sqrt{\frac{5}{4}t^2-44}+4\right)^2$，

解得$t_1=10$（不合题意，舍去），$t_2=6$，

∴t=6．

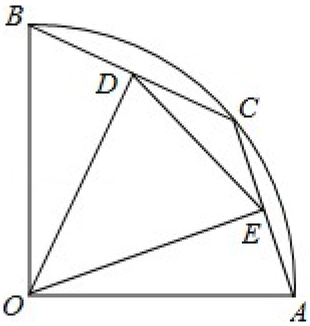


25．（2012上海）如图，在半径为2的扇形AOB中，∠AOB=90°，点C是弧AB上的一个动点（不与点A、B重合）OD⊥BC，OE⊥AC，垂足分别为D、E．

（1）当BC=1时，求线段OD的长；

（2）在△DOE中是否存在长度保持不变的边？如果存在，请指出并求其长度，如果不存在，请说明理由；

（3）设BD=x，△DOE的面积为y，求y关于x的函数关系式，并写出它的定义域．



考点：垂径定理；勾股定理；三角形中位线定理。

解答：解：（1）如图（1），∵ OD⊥BC，

∴$BD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}$，

∴$OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$；

（2）如图（2），存在， DE是不变的．

连接AB，则$AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=2\sqrt{2}$，

∵D和E是中点，

∴$DE=\frac{1}{2}AB=\sqrt{2}$；

（3）如图（3），

∵BD=x，

∴$OD=\sqrt{4-x^2}$，

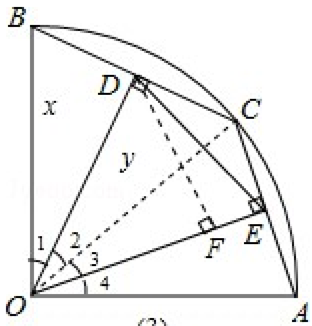
∵∠1=∠2，∠3=∠4，

∴∠2+∠3=45°，

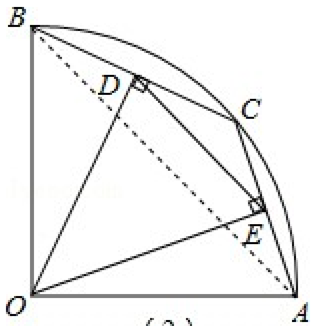
过D作DF⊥OE．

$\therefore DF=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{2}}$, $EF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$,

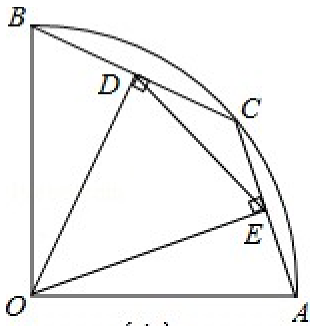
$\therefore y=\dfrac{1}{2}DF\cdot OE=\dfrac{4-x^2+x\sqrt{4-x^2}}{4}$ $(0<x<\sqrt{2})$.



(3)



(2)



(1)