

2012年浙江省金华市中考数学试卷

一. 选择题 (共10小题)

1. (2012 金华市)  $-2$  的相反数是 ( )

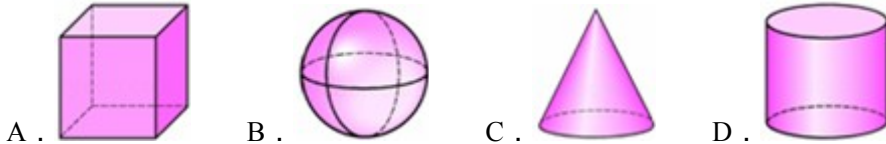
- A.  $2$     B.  $-2$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $-\frac{1}{2}$

考点: 相反数.

解答: 解: 由相反数的定义可知,  $-2$  的相反数是  $-(-2)=2$ .

故选 A.

2. (2012 金华市) 下列四个立体图形中, 主视图为圆的是 ( )



考点: 简单几何体的三视图.

解答: 解: A、主视图是正方形, 故此选项错误;

B、主视图是圆, 故此选项正确;

C、主视图是三角形, 故此选项错误;

D、主视图是长方形, 故此选项错误;

故选: B.

3. (2012 金华市) 下列计算正确的是 ( )

- A.  $a^3a^2=a^6$     B.  $a^2+a^4=2a^2$     C.  $(a^3)^2=a^6$     D.  $(3a)^2=a^6$

考点: 幂的乘方与积的乘方; 合并同类项; 同底数幂的乘法.

解答: 解: A、 $a^3a^2=a^{3+2}=a^5$ , 故此选项错误;

B、 $a^2$  和  $a^4$  不是同类项, 不能合并, 故此选项错误;

C、 $(a^3)^2=a^6$ , 故此选项正确;

D、 $(3a)^2=9a^2$ , 故此选项错误;

故选: C.

4. (2012 金华市) 一个正方形的面积是  $15$ , 估计它的边长大小在 ( )

- A.  $2$  与  $3$  之间    B.  $3$  与  $4$  之间    C.  $4$  与  $5$  之间    D.  $5$  与  $6$  之间

考点: 估算无理数的大小; 算术平方根.

解答: 解:  $\because$  一个正方形的面积是  $15$ ,

$\therefore$  该正方形的边长为  $\sqrt{15}$ ,

$\because 9 < 15 < 16$ ,

$\therefore 3 < \sqrt{15} < 4$ .

故选 C.

5. (2012 金华市) 在  $x=-4, -1, 0, 3$  中, 满足不等式组  $\begin{cases} x < 2 \\ 2(x+1) > -2 \end{cases}$  的  $x$  值是 ( )

- A.  $-4$  和  $0$     B.  $-4$  和  $-1$     C.  $0$  和  $3$     D.  $-1$  和  $0$

考点: 解一元一次不等式组; 不等式的解集.

解答: 解:  $\begin{cases} x < 2 \text{ ①} \\ 2(x+1) > -2 \text{ ②} \end{cases}$ ,

由②得， $x > -2$ ，

故此不等式组的解集为： $-2 < x < 2$ ，

$x = -4, -1, 0, 3$ 中只有 $-1, 0$ 满足题意。

故选D。

6. (2012 金华市) 如果三角形的两边长分别为3和5，第三边长是偶数，则第三边长可以是 ( )

- A. 2    B. 3    C. 4    D. 8

考点：三角形三边关系。

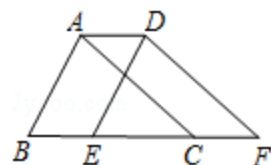
解答：解：由题意，令第三边为X，则 $5 - 3 < X < 5 + 3$ ，即 $2 < X < 8$ ，

∵第三边长为偶数，∴第三边长是4或6。

∴三角形的三边长可以为3、5、4。

故选：C。

7. (2012 金华市) 如图，将周长为8的 $\triangle ABC$ 沿BC方向平移1个单位得到 $\triangle DEF$ ，则四边形ABFD的周长为 ( )



- A. 6    B. 8    C. 10    D. 12

考点：平移的性质。

解答：解：根据题意，将周长为8个单位的等边 $\triangle ABC$ 沿边BC向右平移1个单位得到 $\triangle DEF$ ，

∴ $AD=1$ ， $BF=BC+CF=BC+1$ ， $DF=AC$ ；

又∵ $AB+BC+AC=8$ ，

∴四边形ABFD的周长= $AD+AB+BF+DF=1+AB+BC+1+AC=10$ 。

故选；C。

8. (2012 金华市) 下列计算错误的是 ( )

- A.  $\frac{0.2a+b}{0.7a-b} = \frac{2a+b}{7a-b}$     B.  $\frac{x^3y^2}{x^2y^3} = \frac{x}{y}$     C.  $\frac{a-b}{b-a} = -1$     D.  $\frac{1}{c} + \frac{2}{c} = \frac{3}{c}$

考点：分式的混合运算。

解答：解：A、 $\frac{0.2a+b}{0.7a-b} = \frac{2a+10b}{7a-10b}$ ，故本选项错误；

B、 $\frac{x^3y^2}{x^2y^3} = \frac{x}{y}$ ，故本选项正确；

C、 $\frac{a-b}{b-a} = \frac{a-b}{-(a-b)} = -1$ ，故本选项正确；

D、 $\frac{1}{c} + \frac{2}{c} = \frac{3}{c}$ ，故本选项正确。

故选A。

9. (2012 金华市) 义乌国际小商品博览会某志愿小组有五名翻译，其中一名只会翻译阿拉伯语，三名只会翻译英语，还有一名两种语言都会翻译。若从中随机挑选两名组成一组，则该组能够翻译上述两种语言的概率是 ( )

- A.  $\frac{3}{5}$     B.  $\frac{7}{10}$     C.  $\frac{3}{10}$     D.  $\frac{16}{25}$

**考点：**列表法与树状图法。

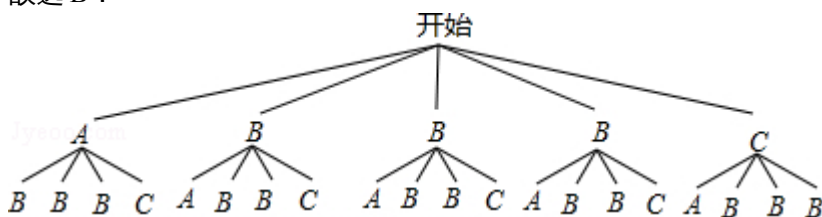
**解答：**解：将一名只会翻译阿拉伯语用 A 表示，三名只会翻译英语都用 B 表示，一名两种语言都会翻译用 C 表示，

画树状图得：

∵ 共有 20 种等可能的结果，该组能够翻译上述两种语言的有 14 种情况，

∴ 该组能够翻译上述两种语言的概率为： $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$ 。

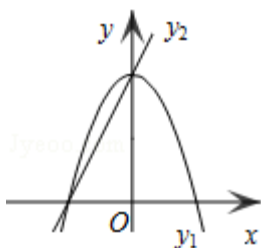
故选 B。



10. (2012 金华市) 如图，已知抛物线  $y_1 = -2x^2 + 2$ ，直线  $y_2 = 2x + 2$ ，当  $x$  任取一值时， $x$  对应的函数值分别为  $y_1$ 、 $y_2$ 。若  $y_1 \neq y_2$ ，取  $y_1$ 、 $y_2$  中的较小值记为  $M$ ；若  $y_1 = y_2$ ，记  $M = y_1 = y_2$ 。例如：当  $x = 1$  时， $y_1 = 0$ ， $y_2 = 4$ ， $y_1 < y_2$ ，此时  $M = 0$ 。下列判断：

- ① 当  $x > 0$  时， $y_1 > y_2$ ； ② 当  $x < 0$  时， $x$  值越大， $M$  值越小；  
③ 使得  $M$  大于 2 的  $x$  值不存在； ④ 使得  $M = 1$  的  $x$  值是  $-\frac{1}{2}$  或  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

其中正确的是 ( )



- A. ①②    B. ①④    C. ②③    D. ③④

**考点：**二次函数综合题。

**解答：**解：∵ ① 当  $x > 0$  时，利用函数图象可以得出  $y_2 > y_1$ ；∴ 此选项错误；

∵ 抛物线  $y_1 = -2x^2 + 2$ ，直线  $y_2 = 2x + 2$ ，当  $x$  任取一值时， $x$  对应的函数值分别为  $y_1$ 、 $y_2$ 。若  $y_1 \neq y_2$ ，取  $y_1$ 、 $y_2$  中的较小值记为  $M$ ；

∴ ② 当  $x < 0$  时，根据函数图象可以得出  $x$  值越大， $M$  值越大；∴ 此选项错误；

∵ 抛物线  $y_1 = -2x^2 + 2$ ，直线  $y_2 = 2x + 2$ ，与  $y$  轴交点坐标为：(0, 2)，当  $x = 0$  时， $M = 2$ ，抛物线  $y_1 = -2x^2 + 2$ ，最大值为 2，故  $M$  大于 2 的  $x$  值不存在；

∴ ③ 使得  $M$  大于 2 的  $x$  值不存在，此选项正确；

∵ 使得  $M = 1$  时，可能是  $y_1 = -2x^2 + 2 = 1$ ，解得： $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

当  $y_2 = 2x + 2 = 1$ ，解得： $x = -\frac{1}{2}$ ，

由图象可得出：当  $x = \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$ ，此时对应  $y_2 = M$ ，

∵ 抛物线  $y_1 = -2x^2 + 2$  与  $x$  轴交点坐标为：(1, 0)，(-1, 0)，

∴当  $-1 < x < 0$ ，此时对应  $y_1=M$ ，

故  $M=1$  时， $x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $x=-\frac{1}{2}$ ，

故④使得  $M=1$  的  $x$  值是  $-\frac{1}{2}$  或  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。此选项正确；

故正确的有：③④。

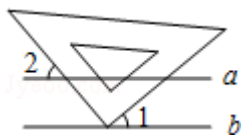
故选：D。

11. (2012 金华市) 分解因式： $x^2 - 9 = \underline{(x+3)(x-3)}$ 。

考点：因式分解-运用公式法。

解答：解： $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$ 。

12. (2012 金华市) 如图，已知  $a \parallel b$ ，小亮把三角板的直角顶点放在直线  $b$  上。若  $\angle 1=40^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为  $\underline{50^\circ}$ 。



考点：平行线的性质；余角和补角。

解答：解： $\because \angle 1=40^\circ$ ，

$\therefore \angle 3=180^\circ - \angle 1 - 45^\circ=180^\circ - 40^\circ - 90^\circ=50^\circ$ ，

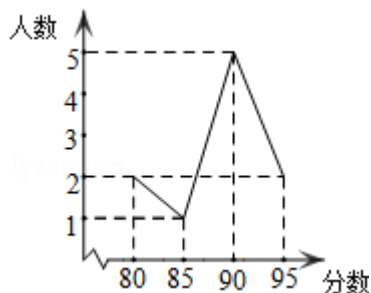
$\because a \parallel b$ ，

$\therefore \angle 2=\angle 3=50^\circ$ 。

故答案为： $50^\circ$ 。



13. (2012 金华市) 在义乌市中小学生“人人会乐器”演奏比赛中，某班 10 名学生成绩统计如图所示，则这 10 名学生成绩的中位数是  $\underline{90}$  分，众数是  $\underline{90}$  分。



考点：众数；折线统计图；中位数。

解答：解：观察折线图可知：成绩为 90 的最多，所以众数为 90；

这组学生共 10 人，中位数是第 5、6 名的平均分，

读图可知：第 5、6 名的成绩都为 90，故中位数 90。

故答案为：90，90。

14. (2012 金华市) 正  $n$  边形的一个外角的度数为  $60^\circ$ ，则  $n$  的值为  $\underline{6}$ 。

考点：多边形内角与外角。

解答：解： $\because$  正  $n$  边形的一个外角的度数为  $60^\circ$ ，

$\therefore$  其内角的度数为： $180^\circ - 60^\circ=120^\circ$ ，

$$\therefore \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 120^\circ, \text{ 解得 } n=6.$$

故答案为：6.

15. (2012 金华市) 近年来, 义乌市民用汽车拥有量持续增长, 2007 年至 2011 年我市民用汽车拥有量依次约为: 11, 13, 15, 19,  $x$  (单位: 万辆), 这五个数的平均数为 16, 则  $x$  的值为 22.

**考点:** 算术平均数.

**解答:** 解: 根据平均数的求法: 共 5 个数, 这些数之和为:

$$11+13+15+19+x=16 \times 5,$$

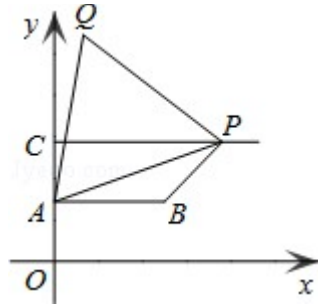
解得:  $x=22$ .

故答案为: 22.

16. (2012 金华市) 如图, 已知点  $A(0, 2)$ 、 $B(2\sqrt{3}, 2)$ 、 $C(0, 4)$ , 过点  $C$  向右作平行于  $x$  轴的射线, 点  $P$  是射线上的动点, 连接  $AP$ , 以  $AP$  为边在其左侧作等边  $\triangle APQ$ , 连接  $PB$ 、 $BA$ . 若四边形  $ABPQ$  为梯形, 则:

(1) 当  $AB$  为梯形的底时, 点  $P$  的横坐标是  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ;

(2) 当  $AB$  为梯形的腰时, 点  $P$  的横坐标是  $2\sqrt{3}$ .



**考点:** 圆周角定理; 等边三角形的性质; 梯形; 解直角三角形.

**解答:** 解: (1) 如图 1: 当  $AB$  为梯形的底时,  $PQ \parallel AB$ ,

$\therefore Q$  在  $CP$  上,

$\because \triangle APQ$  是等边三角形,  $CP \parallel x$  轴,

$\therefore AC$  垂直平分  $PQ$ ,

$\because A(0, 2)$ ,  $C(0, 4)$ ,

$\therefore AC=2$ ,

$$\therefore PC = AC \cdot \tan 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore$  当  $AB$  为梯形的底时, 点  $P$  的横坐标是:  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ;

(2) 如图 2, 当  $AB$  为梯形的腰时,  $AQ \parallel BP$ ,

$\therefore Q$  在  $y$  轴上,

$\therefore BP \parallel y$  轴,

$\therefore CP \parallel x$  轴,

$\therefore$  四边形  $ABPC$  是平行四边形,

$\therefore CP = AB = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore$  当  $AB$  为梯形的腰时, 点  $P$  的横坐标是:  $2\sqrt{3}$ .

故答案为：(1)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ , (2)  $2\sqrt{3}$ .

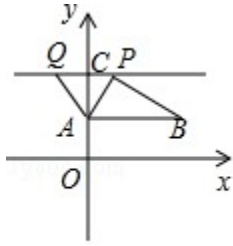


图1

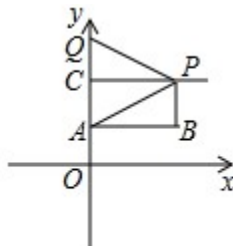


图2

17. (2012 金华市) 计算： $|-2| + (-1)^{2012} - (\pi - 4)^0$ .

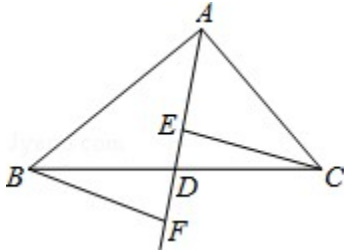
考点：实数的运算；零指数幂。

解答：解：原式= $2+1-1$ , (4分)

= $2$ . ... (6分)

18. (2012 金华市) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D是BC的中点，作射线AD，在线段AD及其延长线上分别取点E、F，连接CE、BF。添加一个条件，使得 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ ，并加以证明。你添加的条件是 DE=DF (或 CE∥BF 或 ∠ECD=∠DBF 或 ∠DEC=∠DFB 等)。

(不添加辅助线)。



考点：全等三角形的判定。

解答：解：(1) 添加的条件是：DE=DF (或 CE∥BF 或 ∠ECD=∠DBF 或 ∠DEC=∠DFB 等)。

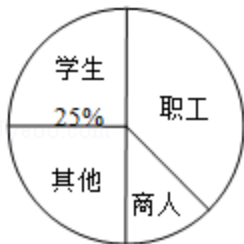
(2) 证明：在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDE$ 中

$$\because \begin{cases} BD=CD \\ \angle EDC=\angle FDB \\ DE=DF \end{cases}$$

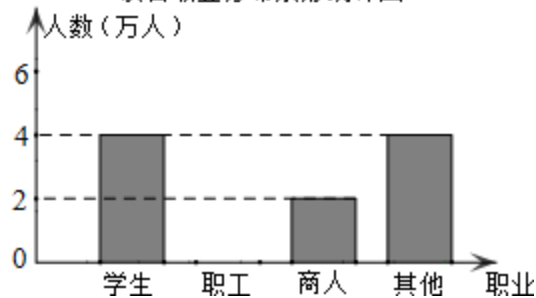
$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE$ .

19. (2012 金华市) 学习成为商城人的时尚，义乌市新图书馆的启用，吸引了大批读者。有关部门统计了2011年10月至2012年3月期间到市图书馆的读者的职业分布情况，统计图如下：

读者职业分布扇形统计图



读者职业分布条形统计图



(1) 在统计的这段时间内，共有 16 万人到市图书馆阅读，其中商人所占百分比是 12.5%，并将条形统计图补充完整（温馨提示：作图时别忘了用 0.5 毫米及以上的黑色签字笔涂黑）；

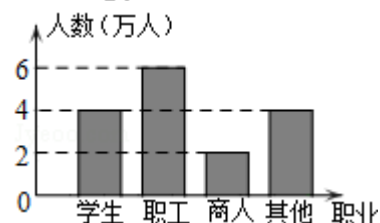
(2) 若今年 4 月到市图书馆的读者共 28000 名，估计其中约有多少名职工？

**考点：**条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图。

**解答：**解：(1)  $4 \div 25\% = 16$      $2 \div 16 \times 100\% = 12.5\%$

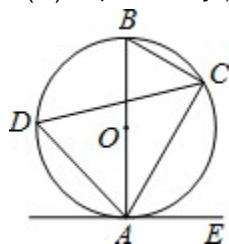
(2) 职工人数约为：

$$28000 \times \frac{6}{16} = 10500 \text{ 人} \cdots (6 \text{ 分})$$



20. (2012 金华市) 如图，已知 AB 是  $\odot O$  的直径，点 C、D 在  $\odot O$  上，点 E 在  $\odot O$  外， $\angle EAC = \angle D = 60^\circ$ 。

- (1) 求  $\angle ABC$  的度数；
- (2) 求证：AE 是  $\odot O$  的切线；
- (3) 当 BC=4 时，求劣弧 AC 的长。



**考点：**切线的判定；圆周角定理；弧长的计算。

**解答：**解：(1)  $\because \angle ABC$  与  $\angle D$  都是弧 AC 所对的圆周角，

$$\therefore \angle ABC = \angle D = 60^\circ;$$

(2)  $\because AB$  是  $\odot O$  的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BAC + \angle EAC = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ,$$

即  $BA \perp AE$ ，

$\therefore AE$  是  $\odot O$  的切线；

(3) 如图，连接 OC，

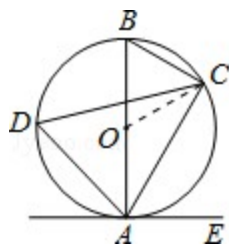
$$\because OB = OC, \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle OBC$  是等边三角形，

$$\therefore OB = BC = 4, \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 120^\circ,$$

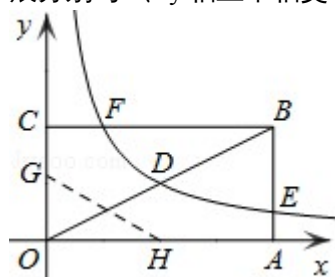
$$\therefore \text{劣弧 AC 的长为 } \frac{120 \cdot \pi \cdot 4}{180} = \frac{8}{3} \pi.$$



21. (2012 金华市) 如图, 矩形 OABC 的顶点 A、C 分别在 x、y 轴的正半轴上, 点 D 为对角线 OB 的中点, 点 E (4, n) 在边 AB 上, 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 在第一象限内的图

象经过点 D、E, 且  $\tan \angle BOA = \frac{1}{2}$ .

- (1) 求边 AB 的长;
- (2) 求反比例函数的解析式和 n 的值;
- (3) 若反比例函数的图象与矩形的边 BC 交于点 F, 将矩形折叠, 使点 O 与点 F 重合, 折痕分别与 x、y 轴正半轴交于点 H、G, 求线段 OG 的长.



**考点：**反比例函数综合题。

**解答：**解：(1)  $\because$  点 E (4, n) 在边 AB 上,  
 $\therefore$  OA=4,

在 Rt $\triangle$ AOB 中,  $\because \tan \angle BOA = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore$  AB=OA $\times$  $\tan \angle BOA = 4 \times \frac{1}{2} = 2$ ;

(2) 根据 (1), 可得点 B 的坐标为 (4, 2),

$\because$  点 D 为 OB 的中点,

$\therefore$  点 D (2, 1)

$\therefore \frac{k}{2} = 1$ ,

解得 k=2,

$\therefore$  反比例函数解析式为  $y = \frac{2}{x}$ ,

又  $\because$  点 E (4, n) 在反比例函数图象上,

$\therefore \frac{2}{4} = n$ ,

解得  $n = \frac{1}{2}$ ;

(3) 如图, 设点 F (a, 2),

$\because$  反比例函数的图象与矩形的边 BC 交于点 F,

$$\therefore \frac{2}{a} = 2,$$

解得  $a=1$ ,

$$\therefore CF=1,$$

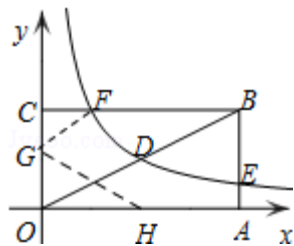
连接  $FG$ , 设  $OG=t$ , 则  $OG=FG=t$ ,  $CG=2-t$ ,

在  $Rt\triangle CGF$  中,  $GF^2=CF^2+CG^2$ ,

$$\text{即 } t^2 = (2-t)^2 + 1^2,$$

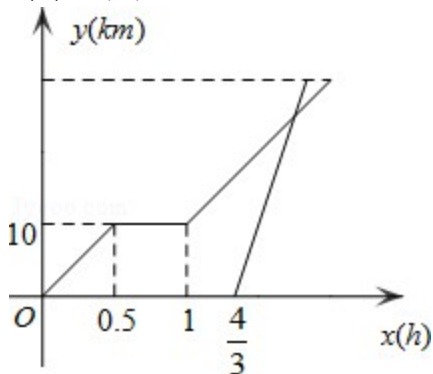
$$\text{解得 } t = \frac{5}{4},$$

$$\therefore OG = t = \frac{5}{4}.$$



22. (2012 金华市) 周末, 小明骑自行车从家里出发到野外郊游. 从家出发 0.5 小时后到达甲地, 游玩一段时间后按原速前往乙地. 小明离家 1 小时 20 分钟后, 妈妈驾车沿相同路线前往乙地, 如图是他们离家的路程  $y$  (km) 与小明离家时间  $x$  (h) 的函数图象. 已知妈妈驾车的速度是小明骑车速度的 3 倍.

- (1) 求小明骑车的速度和在甲地游玩的时间;
- (2) 小明从家出发多少小时后被妈妈追上? 此时离家多远?
- (3) 若妈妈比小明早 10 分钟到达乙地, 求从家到乙地的路程.



**考点:** 一次函数的应用。

**解答:** 解: (1) 小明骑车速度:  $\frac{10}{0.5} = 20$  (km/h)

在甲地游玩的时间是  $1 - 0.5 = 0.5$  (h) .

(2) 妈妈驾车速度:  $20 \times 3 = 60$  (km/h)

设直线 BC 解析式为  $y = 20x + b_1$ ,

把点 B (1, 10) 代入得  $b_1 = -10$

$$\therefore y = 20x - 10$$

设直线 DE 解析式为  $y = 60x + b_2$ , 把点 D ( $\frac{4}{3}$ , 0)

代入得  $b_2 = -80$ .  $\therefore y = 60x - 80$ ... (5分)

$$\therefore \begin{cases} y=20x-10 \\ y=60x-80 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=1.75 \\ y=25 \end{cases}$$

$\therefore$  交点  $F(1.75, 25)$  .

答：小明出发 1.75 小时（105 分钟）被妈妈追上，此时离家 25km .

(3) 方法一：设从家到乙地的路程为  $m$  (km)

则点  $E(x_1, m)$  , 点  $C(x_2, m)$  分别代入  $y=60x-80$  ,  $y=20x-10$

$$\text{得：} x_1 = \frac{m+80}{60}, x_2 = \frac{m+10}{20}$$

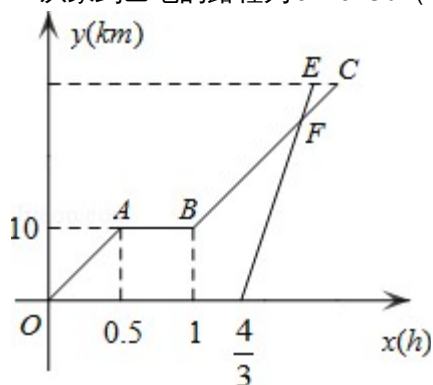
$$\therefore x_2 - x_1 = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore \frac{m+10}{20} - \frac{m+80}{60} = \frac{1}{6} \therefore m=30 .$$

方法二：设从妈妈追上小明的地点到乙地的路程为  $n$  (km) ,

$$\text{由题意得：} \frac{n}{20} - \frac{n}{60} = \frac{10}{60} \therefore n=5$$

$\therefore$  从家到乙地的路程为  $5+25=30$  (km) .



23. (2012 金华市) 在锐角  $\triangle ABC$  中,  $AB=4$ ,  $BC=5$ ,  $\angle ACB=45^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  按逆时针方向旋转, 得到  $\triangle A_1BC_1$  .

(1) 如图 1, 当点  $C_1$  在线段  $CA$  的延长线上时, 求  $\angle CC_1A_1$  的度数;

(2) 如图 2, 连接  $AA_1$ ,  $CC_1$  . 若  $\triangle ABA_1$  的面积为 4, 求  $\triangle CBC_1$  的面积;

(3) 如图 3, 点  $E$  为线段  $AB$  中点, 点  $P$  是线段  $AC$  上的动点, 在  $\triangle ABC$  绕点  $B$  按逆时针方向旋转过程中, 点  $P$  的对应点是点  $P_1$ , 求线段  $EP_1$  长度的最大值与最小值 .

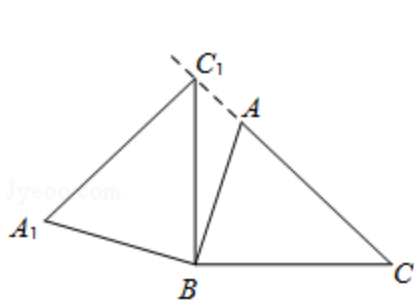


图 1

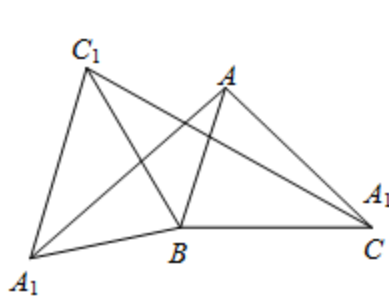


图 2

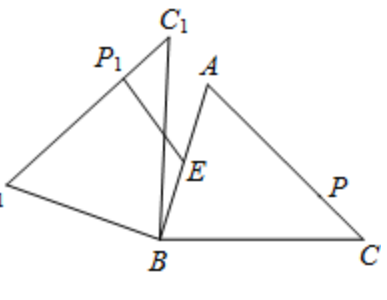


图 3

**考点：**相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；旋转的性质。

**解答：**解：（1）由旋转的性质可得： $\angle A_1C_1B = \angle ACB = 45^\circ$ ， $BC = BC_1$ ，

$\therefore \angle CC_1B = \angle C_1CB = 45^\circ$ ，……（2分）

$\therefore \angle CC_1A_1 = \angle CC_1B + \angle A_1C_1B = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ ．…（3分）

（2） $\therefore \triangle ABC \cong \triangle A_1BC_1$ ，

$\therefore BA = BA_1$ ， $BC = BC_1$ ， $\angle ABC = \angle A_1BC_1$ ，

$\therefore \frac{BA}{BC} = \frac{BA_1}{BC_1}$ ， $\angle ABC + \angle ABC_1 = \angle A_1BC_1 + \angle ABC_1$ ，

$\therefore \angle ABA_1 = \angle CBC_1$ ，

$\therefore \triangle ABA_1 \sim \triangle CBC_1$ ．…（5分）

$\therefore \frac{S_{\triangle ABA_1}}{S_{\triangle CBC_1}} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ ，

$\therefore S_{\triangle ABA_1} = 4$ ，

$\therefore S_{\triangle CBC_1} = \frac{25}{4}$ ；…（7分）

（3）过点B作 $BD \perp AC$ ，D为垂足，

$\therefore \triangle ABC$ 为锐角三角形，

$\therefore$ 点D在线段AC上，

在 $Rt\triangle BCD$ 中， $BD = BC \times \sin 45^\circ = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ ，…（8分）

①如图1，当P在AC上运动至垂足点D， $\triangle ABC$ 绕点B旋转，使点P的对应点 $P_1$ 在线段AB上时， $EP_1$ 最小，最小值为： $EP_1 = BP_1 - BE = BD - BE = \frac{5}{2}\sqrt{2} - 2$ ；…（9分）

②当P在AC上运动至点C， $\triangle ABC$ 绕点B旋转，使点P的对应点 $P_1$ 在线段AB的延长线上时， $EP_1$ 最大，最大值为： $EP_1 = BC + BE = 2 + 5 = 7$ ．…（10分）

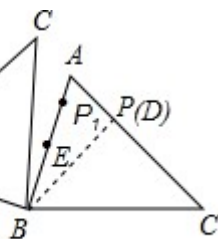
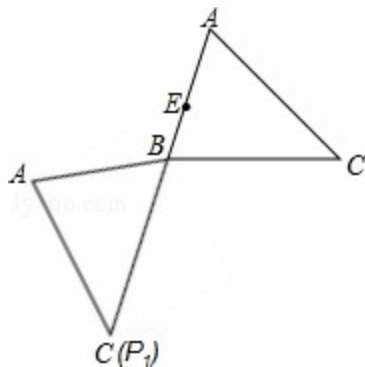


图1

24. (2012 金华市) 如图 1, 已知直线  $y=kx$  与抛物线  $y=-\frac{4}{27}x^2+\frac{22}{3}$  交于点  $A(3, 6)$ .

(1) 求直线  $y=kx$  的解析式和线段  $OA$  的长度;

(2) 点  $P$  为抛物线第一象限内的动点, 过点  $P$  作直线  $PM$ , 交  $x$  轴于点  $M$  (点  $M$ 、 $O$  不重合), 交直线  $OA$  于点  $Q$ , 再过点  $Q$  作直线  $PM$  的垂线, 交  $y$  轴于点  $N$ . 试探究: 线段  $QM$  与线段  $QN$  的长度之比是否为定值? 如果是, 求出这个定值; 如果不是, 说明理由;

(3) 如图 2, 若点  $B$  为抛物线上对称轴右侧的点, 点  $E$  在线段  $OA$  上 (与点  $O$ 、 $A$  不重合), 点  $D(m, 0)$  是  $x$  轴正半轴上的动点, 且满足  $\angle BAE = \angle BED = \angle AOD$ . 继续探究:  $m$  在什么范围时, 符合条件的  $E$  点的个数分别是 1 个、2 个?

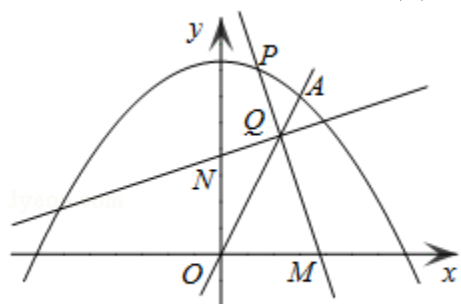


图 1

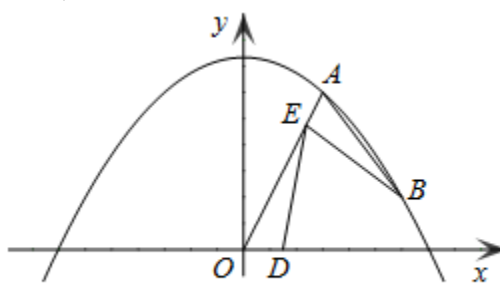


图 2

考点: 二次函数综合题。

解答: 解: (1) 把点  $A(3, 6)$  代入  $y=kx$  得;

$$\therefore 6=3k,$$

$$\therefore k=2,$$

$$\therefore y=2x. \quad (2012 \text{ 金华市})$$

$$OA = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}. \quad \dots (3 \text{ 分})$$

(2)  $\frac{QM}{QN}$  是一个定值, 理由如下:

如答图 1, 过点  $Q$  作  $QG \perp y$  轴于点  $G$ ,  $QH \perp x$  轴于点  $H$ .

① 当  $QH$  与  $QM$  重合时, 显然  $QG$  与  $QN$  重合,

$$\text{此时 } \frac{QM}{QN} = \frac{QH}{QG} = \frac{QH}{OH} = \tan \angle AOM = 2;$$

② 当  $QH$  与  $QM$  不重合时,

$$\because QN \perp QM, QG \perp QH$$

不妨设点  $H, G$  分别在  $x, y$  轴的正半轴上,

$$\therefore \angle MQH = \angle GQN,$$

$$\text{又 } \because \angle QHM = \angle QGN = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle QHM \sim \triangle QGN \dots (5 \text{ 分}),$$

$$\therefore \frac{QM}{QN} = \frac{QH}{QG} = \frac{QH}{OH} = \tan \angle AOM = 2,$$

当点  $P, Q$  在抛物线和直线上不同位置时, 同理可得  $\frac{QM}{QN} = 2. \quad \dots (7 \text{ 分})$  ①①

(3) 如答图 2, 延长  $AB$  交  $x$  轴于点  $F$ , 过点  $F$  作  $FC \perp OA$  于点  $C$ , 过点  $A$  作  $AR \perp x$  轴于点  $R$

$$\because \angle AOD = \angle BAE,$$

$$\therefore AF=OF,$$

$$\therefore OC=AC=\frac{1}{2}OA=\frac{3}{2}\sqrt{5}$$

$$\because \angle ARO=\angle FCO=90^\circ, \angle AOR=\angle FOC,$$

$$\therefore \triangle AOR \sim \triangle FOC,$$

$$\therefore \frac{OF}{OC} = \frac{AO}{OR} = \frac{3\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5},$$

$$\therefore OF = \frac{3}{2}\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \frac{15}{2},$$

$$\therefore \text{点 } F \left( \frac{15}{2}, 0 \right),$$

$$\text{设点 } B \left( x, -\frac{4}{27}x^2 + \frac{22}{3} \right),$$

过点 B 作  $BK \perp AR$  于点 K, 则  $\triangle AKB \sim \triangle ARF$ ,

$$\therefore \frac{BK}{FR} = \frac{AK}{AR},$$

$$\text{即 } \frac{x-3}{7.5-3} = \frac{6 - \left( -\frac{4}{27}x^2 + \frac{22}{3} \right)}{6},$$

解得  $x_1=6, x_2=3$  (舍去),

$$\therefore \text{点 } B(6, 2),$$

$$\therefore BK=6-3=3, AK=6-2=4,$$

$$\therefore AB=5 \quad \dots (8 \text{分});$$

(求 AB 也可采用下面的方法)

设直线 AF 为  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ) 把点 A(3, 6), 点  $F\left(\frac{15}{2}, 0\right)$  代入得

$$k = -\frac{4}{3}, b=10,$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x + 10,$$

$$\therefore \begin{cases} y = -\frac{4}{3}x + 10 \\ y = -\frac{4}{27}x^2 + \frac{22}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x_1=3 & (\text{舍去}) \\ y_1=6 \end{cases}, \begin{cases} x_2=6 \\ y_2=2 \end{cases},$$

$$\therefore B(6, 2),$$

$$\therefore AB=5 \dots (8 \text{分})$$

(其它方法求出 AB 的长酌情给分)

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle OED$  中

$$\because \angle BAE = \angle BED,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle AEB = \angle DEO + \angle AEB,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DEO,$$

$\because \angle BAE = \angle EOD$ ,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle OED$  ... (9分)

设  $OE = x$ , 则  $AE = 3\sqrt{5} - x$  ( $0 < x < 3\sqrt{5}$ ),

由  $\triangle ABE \sim \triangle OED$  得  $\frac{AE}{AB} = \frac{OD}{OE}$ ,

$$\therefore \frac{3\sqrt{5} - x}{5} = \frac{x}{x}$$

$$\therefore m = \frac{1}{5}x(3\sqrt{5} - x) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{5}\sqrt{5}x \quad (0 < x < 3\sqrt{5}) \quad \dots (10分)$$

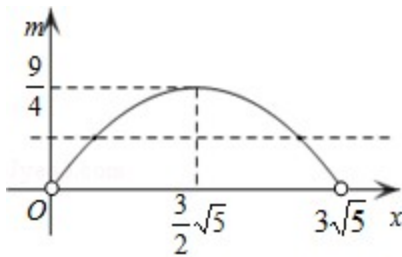
$\therefore$  顶点为  $(\frac{3}{2}\sqrt{5}, \frac{9}{4})$

如答图3, 当  $m = \frac{9}{4}$  时,  $OE = x = \frac{3}{2}\sqrt{5}$ , 此时 E 点有 1 个;

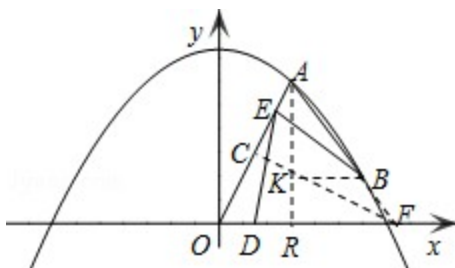
当  $0 < m < \frac{9}{4}$  时, 任取一个  $m$  的值都对应着两个  $x$  值, 此时 E 点有 2 个.

$\therefore$  当  $m = \frac{9}{4}$  时, E 点只有 1 个 ... (11分)

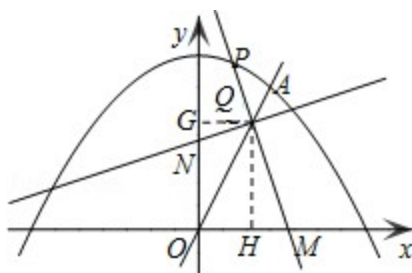
当  $0 < m < \frac{9}{4}$  时, E 点有 2 个 ... (12分) .



答图3



答图2



答图1

