考点跟踪训练 11　函数及其图象

一、选择题

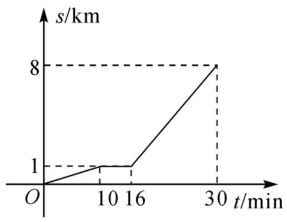
1．(2011·广州)当实数 x 的取值使得有意义时，函数 $y=4x+1$ 中 y 的取值范围是(　　B　)

A．$y\geq-7$　　B．$y\geq9$　　C．$y>9$　　D．$y\leq9$

答案

解析　$x-2\geq0$，$x\geq2$.由 $y=4x+1$ 得 $x=$ ，≥2，$y-1\geq8$，$y\geq9$.

2．(2011·盐城)小亮从家步行到公交车站台，等公交车去学校. 图中的折线表示小亮的行程 s(km)与所花时间 t(min)之间的函数关系．下列说法错误的是(　D　)



A．他离家 8km 共用了 30min　　B．他等公交车时间为 6min

C．他步行的速度是 100m/min　　D．公交车的速度是 350m/min

答案

解析　公交车的速度应该是(8000－1000)÷(30－16)＝7000÷14＝500m/min，而不是 350m/min.

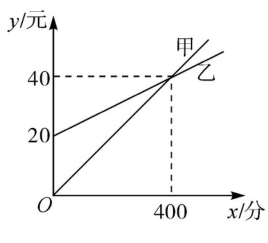
3．(2011·天津)一家电信公司给顾客提供两种上网收费方式：方式 A 以每分 0.1 元的价格按上网所用时间计算；方式 B 除收月基费 20 元外，再以每分 0.05 元的价格按上网所用时间计费．若上网所用时间为 x 分．计费为 y 元，如图是在同一直角坐标系中，分别描述两种计费方式的函数的图象，有下列结论：

① 图象甲描述的是方式 A；

② 图象乙描述的是方式 B；

③ 当上网所用时间为 500 分时，选择方式 B 省钱．

其中，正确结论的个数是(　A　)

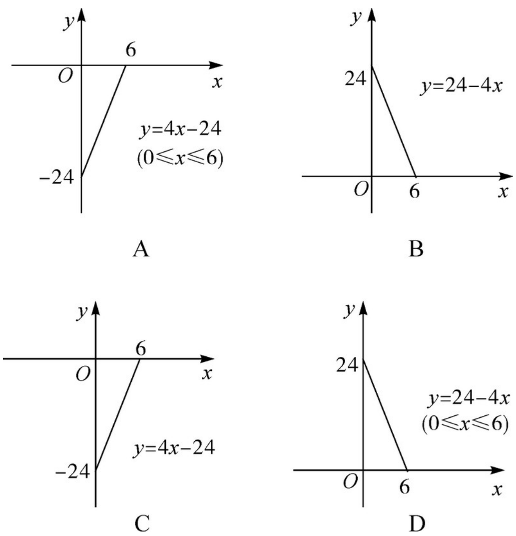


A. 3　　B．2　　C．1　　D. 0

答案

解析　方式 A：$y_A=0.1x$；方式 B：$y_B=0.05x+20$；当 $x=400$ 时，$y_A=y_B$.当 $x>400$ 时，$y_B<y_A$，方法 B 省钱．

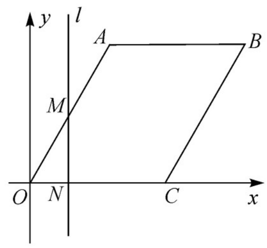
4．拖拉机开始工作时，油箱中有油 24 升，如果每小时耗油 4 升，那么油箱中剩余油量 y(升)与工作时间 x(小时)之间的函数和图象是(　　)

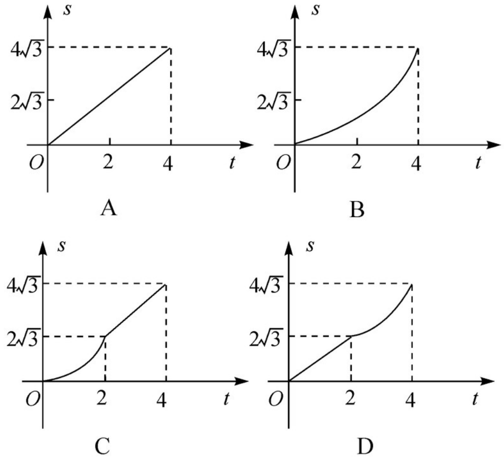


答案　D

解析　油箱中原有油 24 升，每过 1 小时耗油 4 升，x 小时耗油 $4x$ 升，这时油箱中剩余油量为$(24-4x)$升，由此得函数关系式 $y=24-4x$，由于 $y=24-4x\geq 0$，即 $x\leq 6$，$\therefore$自变量取值范围是 $0\leq x\leq 6$.应选 D.

5．(2011·潼南)如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是菱形，点 C 的坐标为 $(4,0)$，$\angle AOC=60°$，垂直于 x 轴的直线 l 从 y 轴出发，沿 x 轴正方向以每秒 1 个单位长度的速度向右平移，设直线 l 与菱形 $OABC$ 的两边分别交于点 M，N(点 M 在点 N 的上方)，若△OMN 的面积为 S，直线 l 的运动时间为 t 秒$(0\leq t\leq 4)$，则能大致反映 S 与 t 的函数关系的图象是(　　)





答案　C

解析　当 M 在线段 OA 上时，$S=t\times 2t\times \sin 60°=t^2(0\leq t\leq 2)$．当 M 在线段 AB 上时．$S=\times t\times(2\ )=t(2<t\leq 4)$．故选 C.

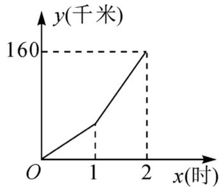
二、填空题

6．(2011·苏州)函数 $y=$ 的自变量 x 的取值范围是________．

答案　x>1

解析　因为 $x-1\geq 0$，且 $\neq 0$，所以 $x-1>0$，$x>1$.

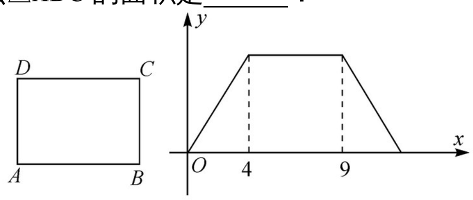
7．(2010·上海)一辆汽车在行驶过程中，路程 y(千米)与时间 x(小时)之间的函数关系如图所示，当 $0\leq x\leq 1$ 时，y 关于 x 的函数解析式为 $y=60x$，那么当 $1\leq x\leq 2$ 时，y 关于 x 的函数解析式为____________．



答案　$y=100x-40$

解析　在 $0\leq x\leq 1$ 时，$y=60x$，图象过点(1,60)，当 $1\leq x\leq 2$ 时，设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx+b$，由函数图象过点(1,60)、(2,160)得所以 $y=100x-40$.

8．(2011·衡阳)如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，动点 P 从点 B 出发，沿 BC，CD，DA 运动至点 A 处停止，设点 P 运动的路程为 x，△ABP 的面积为 y，如果 y 关于 x 的函数图象如图所示，那么△ABC 的面积是______．



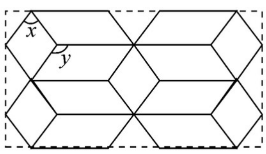
答案　10

解析　观察图象，可知 $BC=4$，$CD=5$，所以 $S_{\triangle ABC}=\times 5\times 4=10$.

9．(2011·台州〕如果点 $P(x，y)$的坐标满足 $x+y=xy$，那么称点 P 为和谐点．请写出一个和谐点的坐标：________________.

答案　(0,0)，(2,2)等．

10．(2011·江西)将完全相同的平行四边形和完全相同的菱形镶嵌成如图所示的图案．设菱形中较小角为 x 度，平行四边形中较大角为 y 度，则 y 与 x 的关系式是__________．



答案　2y－x＝180(或 y＝x＋90)

解析　由镶嵌的意义，得 $y+y+(180-x)=360, 2y-x=180$，$y=x+90$.

三、解答题

11．(2010·益阳)我们知道，海拔高度每上升 1 千米，温度下降 6 ℃.某时刻，益阳地面温度为 20 ℃，设高出地面 x 千米处的温度为 y ℃.

(1)写出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2)已知益阳碧云峰高出地面约 500 米，求这时山顶的温度大约是多少 ℃？

(3)此刻，有一架飞机飞过益阳上空，若机舱内仪表显示飞机外面的温度为－34 ℃，求飞机离地面的高度为多少千米？

解　(1)y＝20－6x.(x>0)

(2)500 米＝0.5 千米，

y＝20－6×0.5＝17(℃)．

(3)－34＝20－6x，

$x=9.$

答：(1)$y=20-6x(x>0)$；(2)这时山项的温度为 17℃；(3)飞机离地面的高度为 9 千米．

12．(2011·黄冈)今年我省干旱灾情严重，甲地急需要抗旱用水 15 万吨，乙地 13 万吨．现从 A、B 两水库各调出 14 万吨水支援甲、乙两地抗旱．从 A 地到甲地 50 千米，到乙地 30 千米；从 B 地到甲地 60 千米，到乙地 45 千米．

(1)设从 A 水库调往甲地的水量为 x 万吨，完成下表：

水量/万吨调入地调出地	甲	乙	总计
A	x		14
B			14
总计	15	13	28

(2)请设计一个调运方案，使水的调运量尽可能小．(调运量＝调运水的重量×调运的距离，单位：万吨·千米)

解　(1)(从左至右，从上至下)$14-x$；$15-x$; $x-1$.

(2)设调运总量为 y 万吨·千米，

$y=50x+30(14-x)+60(15-x)+45(x-1)=5x+1275.$

解不等式得 $1\leq x\leq 14$.

所以 $x=1$ 时 y 取得最小值，$y_{\min}=1280$.

调运方案如下：A 水库调运 1 万吨水支援甲地，13 万吨水支援乙地；B 水库调运 14 万吨水支援甲地．

13．(2011·天津)注意：为了使同学们更好地解答本题，我们提供了—种分析问题的方法，你可以依照这个方法按要求完成本题的解答．也可以选用其他方法，按照解答题的一般要求进行解答即可．

某商品现在的售价为每件 35 元，每天可卖出 50 件．市场调查反映：如果调整价格，每降价 1 元，每天可多卖出 2 件．请你帮助分析，当每件商品降价多少元时，可使每天的销售额最大，最大销售额是多少？

设每件商品降价 x 元，每天的销售额为 y 元．

(1) 分析：根据问题中的数量关系，用含 x 的式子填表：

	原价	每件降价 1 元	每件降价 2 元	…	每件降价 x 元
每件售价(元)	35	34	33	…	
每天销量(件)	50	52	54	…	

(2)由以上分析，用含 x 的式子表示 y，并求出问题的解．

解　(1)$35-x$, $50+2x$.

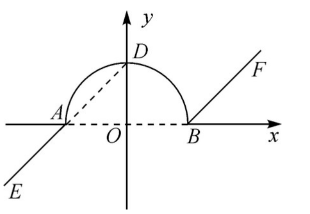
(2)根据题意，每天的销售额 $y=(35-x)(50+2x)$, $(0<x<35)$

配方，得 $y=-2(x-5)^2+1800$，

$\therefore$当 $x=5$ 时，y 取得最大值 1800.

答：当每件商品降价 5 元时，可使每天的销售额最大，最大销售额为 1800 元．

14．(2011·北京)如图，在平面直角坐标系xOy中，我把由两条射线AE、BF和以AB为直径的半圆所组成的图形叫做图形C(注：不含AB线段)．已知$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$AE\parallel BF$，且半圆与y轴的交点D在射线AE的反向延长线上．



(1)求两条射线AE、BF所在直线的距离；

(2)当一次函数的图象与图形C恰好只有一个公共点时，写出b的取值范围；当一次函数的图象与图形C恰好只有两个公共点时，写出b的取值范围；

(3)已知▱$AMPQ$(四个顶点A，M，P，Q按顺时针方向排列)的各顶点都在图形C上，且不都在两条射线上，求点M的横坐标x的取值范围．

解　(1) 分别连接AD、DB，则点D在直线AE上，

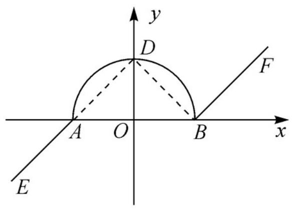


图1

如图1.

∵点D在以AB为直径的半圆上，

∴$\angle ADB=90°$，

∴$BD\perp AD$.

在Rt△DOB中，由勾股定理得

$BD==$.

∵$AE//BF$，∴两条射线AE、BF所在直线的距离为.

(2) 当一次函数$y=x+b$的图象与图形C恰好只有一个公共点时，b的取值范围是$b=$或$-1<b<1$；

当一次函数$y=x+b$的图象与图形C恰好只有两个公共点时，b的取值范围是$1<b<$.

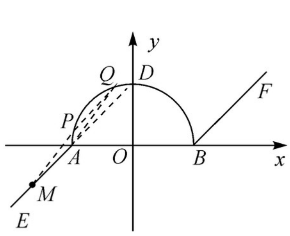


图2

(3) 假设存在满足题意的▱$AMPQ$，根据点M的位置，分以下四种情况讨论：

① 当点M在射线AE上时，如图2.

∵ A、M、P、Q四点按顺时针方向排列，

∴ 直线PQ必在直线AM的上方，

∴ P、Q两点都在AD弧上，且不与A、D重合.

∴ $0<PQ<$.

∵ $AM//PQ$且$AM=PQ$，

∴ $0<AM<$，∴ $-2<x<-1$.

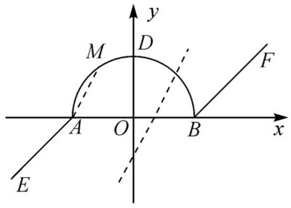


图3

② 当点M在AD弧(不包括点D)上时，如图3.

∵ A、M、P、Q四点按顺时针方向排列，∴ 直线PQ必在直线AM的下方．

此时，不存在满足题意的平行四边形．

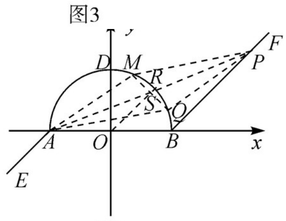


图4

③ 当点M在DB弧上时，设DB弧的中点为R，则$OR//BF$.

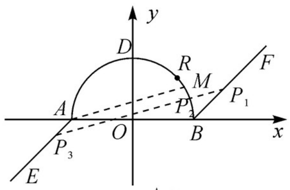
(i) 当点M在DR弧(不包括点R)上时，如图4.

过点M作OR的垂线交DB弧于点Q，垂足为点S，可得S是MQ的中点．连结AS并延长交直线BF于点P.

∵ O为AB的中点，可证S为AP的中点．

∴ 四边形$AMPQ$为满足题意的平行四边形．

∴ $0\leq x<$.



(ii)当点M在RB上时，如图5.

直线PQ必在直线AM的下方．

此时，不存在满足题意的平行四边形．

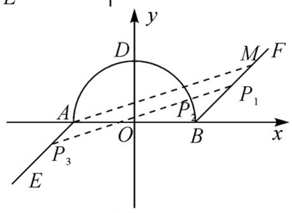


图6

④ 当点M在射线BF(不包括点B)上时，如图6.

直线PQ必在直线AM的下方．

此时，不存在满足题意的平行四边形．

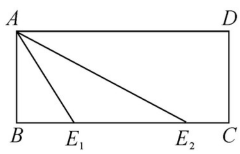
综上，点M的横坐标x的取值范围是$-2<x<-1$或$0\leq x<$.

四、选做题

15．已知矩形的长大于宽的2倍，周长为12.从它的一个顶点作一条射线，将矩形分成一个三角形和一个梯形，且这条射线与矩形一边所成角的正切值等于，设梯形的面积为S，梯形中较短的底的长为x，试写出梯形面积S关于x的函数关系式．

解　设矩形$ABCD$的长BC大于宽AB的2倍．由于周长为12，故长与宽满足$4<BC<6,0<AB<2$.

由题意，有如下两种情形：



(1)如图，$\tan\angle BAE_1=$ ，这时$CE_1=x$，$BE_1=BC-x$，$AB=CD=2BE_1=2(BC-x)$，∵$AB+BC=12\div2=6$，

∴ $2(BC-x)+BC=6$，∴ $BC=$.∴ $S_{梯形}=SAE_1CD=(CE_1+AD)\cdot CD$

$=\cdot 2=\cdot=-x^2+x^2+4$.

其中$3<x<6$(这由$4<<6$得出)．

(2)当$\tan\angle DAE_2=$时，由于$\angle AE_2B=\angle DAE_2$，

故$\tan\angle AE_2B=$ ，这时$CE_2=x$，$BE_2=2AB$，由$(2AB+x)+AB=6$，得$AB=$ ，

∴ $S_{梯形}=SAE_2CD=(CE_2+AD)\cdot CD$

$=\cdot$

$=\cdot=-x^2+x+4$，其中$0<x<6$(这由$0<<2$得出)．