

例 1 如图 1，已知正方形 $OABC$ 的边长为 2，顶点 A 、 C 分别在 x 、 y 轴的正半轴上， M 是 BC 的中点。 $P(0, m)$ 是线段 OC 上一动点 (C 点除外)，直线 PM 交 AB 的延长线于点 D 。

(1) 求点 D 的坐标 (用含 m 的代数式表示)；

(2) 当 $\triangle APD$ 是等腰三角形时，求 m 的值；

(3) 设过 P 、 M 、 B 三点的抛物线与 x 轴正半轴交于点 E ，过点 O 作直线 ME 的垂线，垂足为 H (如图 2)。当点 P 从 O 向 C 运动时，点 H 也随之运动。请直接写出点 H 所经过的路长 (不必写解答过程)。

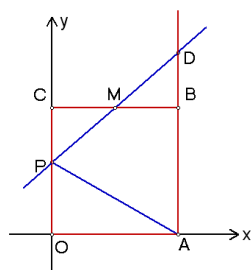


图 1

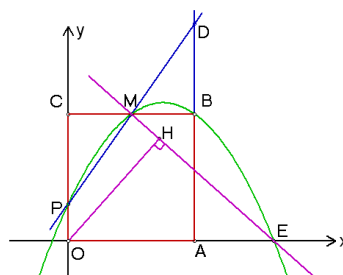
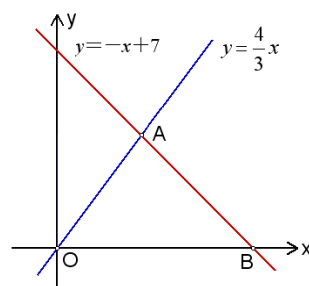


图 2

例 2 如图 1，已知一次函数 $y = -x + 7$ 与正比例函数 $y = \frac{4}{3}x$ 的图象交于点 A ，且与 x 轴交于点 B 。

(1) 求点 A 和点 B 的坐标；

(2) 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C ，过点 B 作直线 $l \parallel y$ 轴。动点 P 从点 O 出发，以每秒 1 个单位长的速度，沿 $O-C-A$ 的路线向点 A 运动；同时直线 l 从点 B 出发，以相同速度向左平移，在平移过程中，直线 l 交 x 轴于点 R ，交线段 BA 或线段 AO 于点 Q 。当点 P 到达点 A 时，点 P 和直线 l 都停止运动。在运动过程中，设动点 P 运动的时间为 t 秒。



① 当 t 为何值时，以 A 、 P 、 R 为顶点的三角形的面积为 8？

② 是否存在以 A 、 P 、 Q 为顶点的三角形是等腰三角形？若存在，求 t 的值；若不存在，请说明理由。

练习 1 如图 1, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 6$, $AC = 8$, 点 P 、 Q 都是斜边 AB 上的动点, 点 P 从 B 向 A 运动 (不与点 B 重合), 点 Q 从 A 向 B 运动, $BP = AQ$. 点 D 、 E 分别是点 A 、 B 以 Q 、 P 为对称中心的对称点, $HQ \perp AB$ 于 Q , 交 AC 于点 H , 当点 E 到达顶点 A 时, P 、 Q 同时停止运动, 设 BP 的长为 x , $\triangle HDE$ 的面积为 y .

- (1) 求证: $\triangle DHQ \sim \triangle ABC$;
- (2) 求 y 关于 x 的函数关系式并求 y 的最大值;
- (3) 当 x 为何值时, $\triangle HDE$ 为等腰三角形?

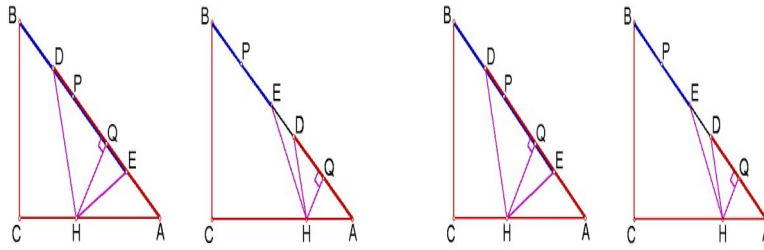


图 1

图 2

练习 2 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$, AD 是 BC 边上的高, 点 E 、 F 分别是 AB 边和 AC 边上的动点, 且 $\angle EDF = 90^\circ$.

- (1) 求 $DE:DF$ 的值;
- (2) 联结 EF , 设点 B 与点 E 间的距离为 x , $\triangle DEF$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 设直线 DF 与直线 AB 相交于点 G , $\triangle EFG$ 能否成为等腰三角形? 若能, 请直接写出线段 BE 的长; 若不能, 请说明理由.

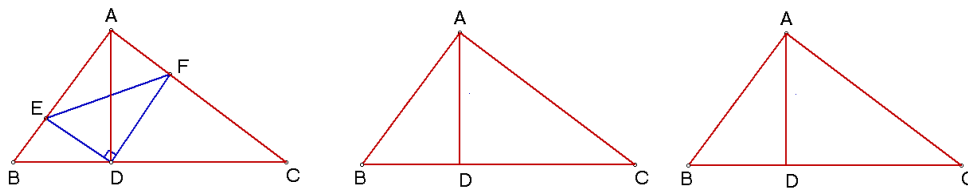


图 1

备用图

备用图

练习 3 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2$ ， M 是边 AC 的中点， $CH \perp BM$ 于 H 。

- (1) 试求 $\sin \angle MCH$ 的值；
- (2) 求证： $\angle ABM = \angle CAH$ ；
- (3) 若 D 是边 AB 上的点，且使 $\triangle AHD$ 为等腰三角形，请直接写出 AD 的长为_____。

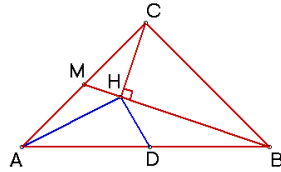


图 1

练习 4 如图 1，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = m$ (m 是大于 0 的常数)， $BC = 8$ ， E 为线段 BC 上的动点 (不与 B 、 C 重合)。连结 DE ，作 $EF \perp DE$ ， EF 与射线 BA 交于点 F ，设 $CE = x$ ， $BF = y$ 。

- (1) 求 y 关于 x 的函数关系式；
- (2) 若 $m = 8$ ，求 x 为何值时， y 的值最大，最大值是多少？
- (3) 若 $y = \frac{12}{m}$ ，要使 $\triangle DEF$ 为等腰三角形， m 的值应为多少？

