

## 2014年上海市中考数学试卷

### 一、选择题（每小题4分，共24分）

1. (4分) (2014年上海市) 计算 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ 的结果是 ( )

- A.  $\sqrt{5}$  B.  $\sqrt{6}$  C.  $2\sqrt{3}$  D.  $3\sqrt{2}$

考点：二次根式的乘除法。

分析：根据二次根式的乘法运算法则进行运算即可。

解答：解： $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ ，

故选：B。

点评：本题主要考查二次根式的乘法运算法则，关键在于熟练正确的运用运算法则，比较简单。

2. (4分) (2014年上海市) 据统计，2013年上海市全社会用于环境保护的资金约为60 800 000 000元，这个数用科学记数法表示为 ( )

- A.  $608 \times 10^8$  B.  $6.08 \times 10^9$  C.  $6.08 \times 10^{10}$  D.  $6.08 \times 10^{11}$

考点：科学记数法—表示较大的数。

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n为整数。确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 $> 1$ 时，n是正数；当原数的绝对值 $< 1$ 时，n是负数。

解答：解： $60\ 800\ 000\ 000 = 6.08 \times 10^{10}$ ，

故选：C。

点评：此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值。

3. (4分) (2014年上海市) 如果将抛物线 $y = x^2$ 向右平移1个单位，那么所得的抛物线的表达式是 ( )

- A.  $y = x^2 - 1$  B.  $y = x^2 + 1$  C.  $y = (x - 1)^2$   
D.  $y = (x + 1)^2$

考点：二次函数图象与几何变换。

专题：几何变换。

分析：先得到抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为(0, 0)，再得到点(0, 0)向右平移1个单位得到点的坐标为(1, 0)，然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式。

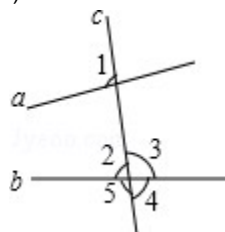
解答：解：抛物线 $y = x^2$ 的顶点坐标为(0, 0)，把点(0, 0)向右平移1个单位得到点的坐标为(1, 0)，

所以所得的抛物线的表达式为 $y = (x - 1)^2$ 。

故选C。

点评：本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故a不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式。

4. (4分) (2014年上海市) 如图, 已知直线  $a$ 、 $b$  被直线  $c$  所截, 那么  $\angle 1$  的同位角是 ( )



- A.  $\angle 2$  B.  $\angle 3$  C.  $\angle 4$  D.  $\angle 5$

考点: 同位角、内错角、同旁内角.

分析: 根据同位角: 两条直线被第三条直线所截形成的角中, 若两个角都在两直线的同侧, 并且在第三条直线(截线)的同旁, 则这样一对角叫做同位角可得答案.

解答: 解:  $\angle 1$  的同位角是  $\angle 2$ ,

故选: A.

点评: 此题主要考查了同位角, 关键是掌握同位角的边构成“F”形.

5. (4分) (2014年上海市) 某事测得一周  $PM_{2.5}$  的日均值(单位: ) 如下:

50, 40, 75, 50, 37, 50, 40, 这组数据的中位数和众数分别是 ( )

- A. 50 和 50 B. 50 和 40 C. 40 和 50 D. 40 和 40

考点: 众数; 中位数.

分析: 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

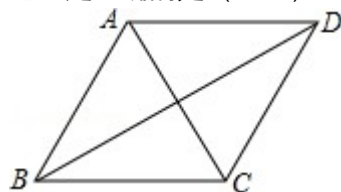
解答: 解: 从小到大排列此数据为: 37、40、40、50、50、50、75, 数据 50 出现了三次最多, 所以 50 为众数;

50 处在第 5 位是中位数.

故选 A.

点评: 本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数和众数的能力. 一些学生往往对这个概念掌握不清楚, 计算方法不明确而误选其它选项, 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

6. (4分) (2014年上海市) 如图, 已知  $AC$ 、 $BD$  是菱形  $ABCD$  的对角线, 那么下列结论一定正确的是 ( )



- A.  $\triangle ABD$  与  $\triangle ABC$  的周长相等  
 B.  $\triangle ABD$  与  $\triangle ABC$  的面积相等  
 C. 菱形的周长等于两条对角线之和的两倍

D. 菱形的面积等于两条对角线之积的两倍

考点：菱形的性质．

分析：分别利用菱形的性质结合各选项进而求出即可．

解答：解：A、∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AB=BC=AD，

∴AC < BD，

∴△ABD 与 △ABC 的周长不相等，故此选项错误；

B、∵ $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\text{平行四边形 ABCD}}$ ， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}S_{\text{平行四边形 ABCD}}$ ，

∴△ABD 与 △ABC 的面积相等，故此选项正确；

C、菱形的周长与两条对角线之和不存在固定的数量关系，故此选项错误；

D、菱形的面积等于两条对角线之积的  $\frac{1}{2}$ ，故此选项错误；

故选：B．

点评：此题主要考查了菱形的性质应用，正确把握菱形的性质是解题关键．

## 二、填空题（每小题 4 分，共 48 分）

7. (4分) (2014 年上海市) 计算： $a(a+1) = \underline{a^2+a}$ ．

考点：单项式乘多项式．

专题：计算题．

分析：原式利用单项式乘以多项式法则计算即可得到结果．

解答：解：原式= $a^2+a$ ．

故答案为： $a^2+a$

点评：此题考查了单项式乘以多项式，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

8. (4分) (2014 年上海市) 函数  $y = \frac{1}{x-1}$  的定义域是  $\underline{x \neq 1}$ ．

考点：函数自变量的取值范围．

分析：根据分母不等于 0 列式计算即可得解．

解答：解：由题意得， $x-1 \neq 0$ ，

解得  $x \neq 1$ ．

故答案为： $x \neq 1$ ．

点评：本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负．

9. (4分) (2014 年上海市) 不等式组  $\begin{cases} x-1 > 2 \\ 2x < 8 \end{cases}$  的解集是  $\underline{3 < x < 4}$ ．

考点： 解一元一次不等式组 .

分析： 先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集 .

解答： 解： 
$$\begin{cases} x-1 > 2 \cdots \textcircled{1} \\ 2x < 8 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

解①得：  $x > 3$  ,

解②得：  $x < 4$  .

则不等式组的解集是：  $3 < x < 4$  .

故答案是：  $3 < x < 4$

点评： 本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断 . 还可以观察不等式的解，若  $x >$  较小的数、 $<$  较大的数，那么解集为  $x$  介于两数之间 .

10 . (4分) (2014年上海市) 某文具店二月份销售各种水笔 320 支，三月份销售各种水笔的支数比二月份增长了 10%，那么该文具店三月份销售各种水笔 352 支 .

考点： 有理数的混合运算 .

专题： 应用题 .

分析： 三月份销售各种水笔的支数比二月份增长了 10%，是把二月份销售的数量看作单位“1”，增加的量是二月份的 10%，即三月份生产的是二月份的  $(1+10\%)$ ，由此得出答案

解答： 解：  $320 \times (1+10\%)$

$$= 320 \times 1.1$$

$$= 352 \text{ (支) .}$$

答：该文具店三月份销售各种水笔 352 支 .

故答案为： 352 .

点评： 此题考查有理数的混合运算，理解题意，列出算式解决问题 .

11 . (4分) (2014年上海市) 如果关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x + k = 0$  ( $k$  为常数) 有两个不相等的实数根，那么  $k$  的取值范围是  $k < 1$  .

考点： 根的判别式 .

分析： 根据一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根的判别式的意义得到  $\Delta > 0$ ，即  $(-2)^2 - 4 \times 1 \times k > 0$ ，然后解不等式即可 .

解答： 解：  $\because$  关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x + k = 0$  ( $k$  为常数) 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta > 0, \text{ 即 } (-2)^2 - 4 \times 1 \times k > 0,$$

解得  $k < 1$  ,

$\therefore k$  的取值范围为  $k < 1$  .

故答案为：  $k < 1$  .

点评： 本题考查了一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ,  $a, b, c$  为常数) 的根的判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$  . 当  $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当  $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当  $\Delta < 0$ ，方程没有实数根 .

12 . (4分) (2014年上海市) 已知传送带与水平面所成斜坡的坡度  $i = 1 : 2.4$ ，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为 26 米 .

考点：解直角三角形的应用-坡度坡角问题．

专题：应用题．

分析：首先根据题意画出图形，根据坡度的定义，由勾股定理即可求得答案．

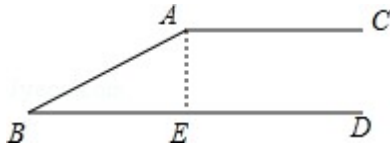
解答：解：如图，由题意得：斜坡 AB 的坡度： $i=1:2.4$ ， $AE=10$  米， $AE \perp BD$ ，

$$\therefore i = \frac{AE}{BE} = \frac{1}{2.4},$$

$$\therefore BE = 24 \text{ 米},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中}, AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = 26 \text{ (米)}.$$

故答案为：26．



点评：此题考查了坡度坡角问题．此题比较简单，注意掌握数形结合思想的应用，注意理解坡度的定义．

13．（4分）（2014年上海市）如果从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，那么恰好抽到初三（1）班的概率是  $\frac{1}{3}$ ．

考点：概率公式．

分析：由从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，直接利用概率公式求解即可求得答案．

解答：解： $\because$ 从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，

$$\therefore \text{恰好抽到初三（1）班的概率是：} \frac{1}{3}.$$

故答案为： $\frac{1}{3}$ ．

点评：此题考查了概率公式的应用．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

14．（4分）（2014年上海市）已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$ （ $k$  是常数， $k \neq 0$ ），在其图象所在的

每一个象限内， $y$  的值随着  $x$  的值的增大而增大，那么这个反比例函数的解析式是  $y = -\frac{2}{x}$

（只需写一个）．

考点：反比例函数的性质．

专题：开放型．

分析：首先根据反比例函数的性质可得  $k < 0$ ，再写一个符合条件的数即可．

解答：解： $\because$ 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  是常数， $k \neq 0$ )，在其图象所在的每一个象限内， $y$  的值随着  $x$  的值的增大而增大，

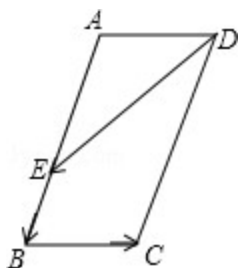
$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore y = -\frac{2}{x},$$

故答案为： $y = -\frac{2}{x}$ 。

点评：此题主要考查了反比例函数的性质，关键是掌握对于反比例函数  $y = \frac{k}{x}$ ，当  $k > 0$  时，在每一个象限内，函数值  $y$  随自变量  $x$  的增大而减小；当  $k < 0$  时，在每一个象限内，函数值  $y$  随自变量  $x$  增大而增大。

15. (4分) (2014年上海市) 如图，已知在平行四边形  $ABCD$  中，点  $E$  在边  $AB$  上，且  $AB = 3EB$ 。设  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么  $\overrightarrow{DE} = -\frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b}$  (结果用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示)。



考点：\*平面向量。

分析：由点  $E$  在边  $AB$  上，且  $AB = 3EB$ 。设  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ，可求得  $\overrightarrow{AE}$ ，又由在平行四边形  $ABCD$  中， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，求得  $\overrightarrow{AD}$ ，再利用三角形法则求解即可求得答案。

解答：解： $\because AB = 3EB$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\vec{a},$$

$\because$  平行四边形  $ABCD$  中， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，

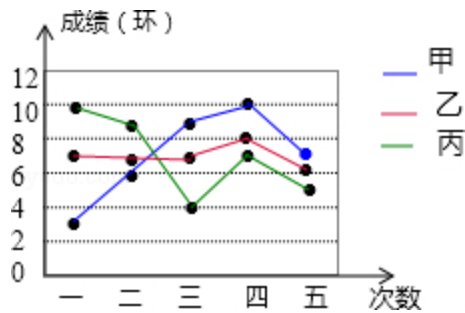
$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b}.$$

故答案为： $\frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b}$ 。

点评：此题考查了平面向量的知识。此题难度不大，注意掌握三角形法则与平行四边形法则的应用，注意掌握数形结合思想的应用。

16. (4分) (2014年上海市) 甲、乙、丙三人进行飞镖比赛，已知他们每人五次投得的成绩如图，那么三人中成绩最稳定的是乙。



考点： 方差；折线统计图 . .

分析： 根据方差的意义数据波动越小，数据越稳定即可得出答案 .

解答： 解：根据图形可得：乙的成绩波动最小，数据最稳定，  
则三人中成绩最稳定的是乙；

故答案为：乙 .

点评： 本题考查了方差的意义 . 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定 .

17 . (4分) (2014年上海市) 一组数：2, 1, 3, x, 7, y, 23, …, 满足“从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是  $2a - b$ ”，例如这组数中的第三个数“3”是由“ $2 \times 2 - 1$ ”得到的，那么这组数中 y 表示的数为 -9 .

考点： 规律型：数字的变化类 . .

分析： 根据“从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是  $2a - b$ ”，首先建立方程  $2 \times 3 - x = 7$ ，求得 x，进一步利用此规定求得 y 即可 .

解答： 解：∵从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是  $2a - b$

$$\therefore 2 \times 3 - x = 7$$

$$\therefore x = -1$$

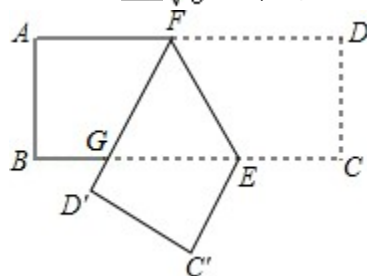
$$\text{则 } 7 \times 2 - y = 23$$

$$\text{解得 } y = -9 .$$

故答案为：-9 .

点评： 此题考查数字的变化规律，注意利用定义新运算方法列方程解决问题 .

18 . (4分) (2014年上海市) 如图，已知在矩形 ABCD 中，点 E 在边 BC 上， $BE = 2CE$ ，将矩形沿着过点 E 的直线翻折后，点 C、D 分别落在边 BC 下方的点 C'、D' 处，且点 C'、D'、B 在同一条直线上，折痕与边 AD 交于点 F，D'F 与 BE 交于点 G . 设  $AB = t$ ，那么  $\triangle EFG$  的周长为  $2\sqrt{3}t$  (用含 t 的代数式表示) .



考点：翻折变换（折叠问题）．

分析：根据翻折的性质可得  $CE=C'E$ ，再根据直角三角形  $30^\circ$  角所对的直角边等于斜边的一半判断出  $\angle EBC'=30^\circ$ ，然后求出  $\angle BGD'=60^\circ$ ，根据对顶角相等可得  $\angle FGE=\angle BGD'=60^\circ$ ，根据两直线平行，内错角相等可得  $\angle AFG=\angle FGE$ ，再求出  $\angle EFG=60^\circ$ ，然后判断出  $\triangle EFG$  是等边三角形，根据等边三角形的性质表示出  $EF$ ，即可得解．

解答：解：由翻折的性质得， $CE=C'E$ ，

$$\therefore BE=2CE，$$

$$\therefore BE=2C'E，$$

$$\text{又} \because \angle C'=\angle C=90^\circ，$$

$$\therefore \angle EBC'=30^\circ，$$

$$\therefore \angle FD'C'=\angle D=90^\circ，$$

$$\therefore \angle BGD'=60^\circ，$$

$$\therefore \angle FGE=\angle BGD'=60^\circ，$$

$$\therefore AD \parallel BC，$$

$$\therefore \angle AFG=\angle FGE=60^\circ，$$

$$\therefore \angle EFG=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle AFG)=\frac{1}{2}(180^\circ-60^\circ)=60^\circ，$$

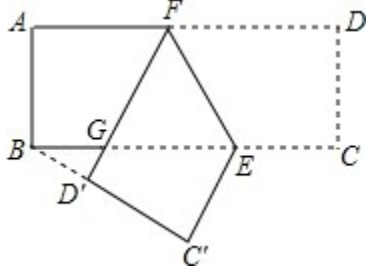
$\therefore \triangle EFG$  是等边三角形，

$$\therefore AB=t，$$

$$\therefore EF=t+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}t，$$

$$\therefore \triangle EFG \text{ 的周长} = 3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3}t = 2\sqrt{3}t．$$

故答案为： $2\sqrt{3}t$ ．



点评：本题考查了翻折变换的性质，直角三角形  $30^\circ$  角所对的直角边等于斜边的一半，等边三角形的判定与性质，熟记性质并判断出  $\triangle EFG$  是等边三角形是解题的关键．

### 三、解答题（本题共 7 题，满分 78 分）

19．（10 分）（2014 年上海市）计算： $\sqrt{12}-\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{8^3}+2-\sqrt{3}$ ．

考点：实数的运算；分数指数幂．

分析：本题涉及绝对值、二次根式化简两个考点．针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

解答：解：原式= $2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}-8\frac{1}{3}+2-\sqrt{3}$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3} - 8\frac{1}{3}.$$

点评： 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算．

20. (10分) (2014年上海市) 解方程：
$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}.$$

考点： 解分式方程．

专题： 计算题．

分析： 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到x的值，经检验即可得到分式方程的解．

解答： 解：去分母得： $(x+1)^2 - 2 = x - 1$ ，

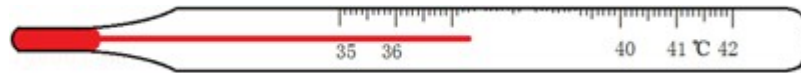
整理得： $x^2 + x = 0$ ，即  $x(x+1) = 0$ ，

解得： $x=0$  或  $x=-1$ ，

经检验  $x=-1$  是增根，分式方程的解为  $x=0$ ．

点评： 此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定要注意要验根．

21. (10分) (2014年上海市) 已知水银体温计的读数  $y$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) 与水银柱的长度  $x$  (cm) 之间是一次函数关系．现有一支水银体温计，其部分刻度线不清晰(如图)，表中记录的是该体温计部分清晰刻度线及其对应水银柱的长度．



水银柱的长度 $x$ (cm)	4.2	...	8.2	9.8
体温计的读数 $y$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	35.0	...	40.0	42.0

(1) 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式 (不需要写出函数的定义域)；

(2) 用该体温计测体温时，水银柱的长度为 6.2cm，求此时体温计的读数．

考点： 一次函数的应用．

分析： (1) 设  $y$  关于  $x$  的函数关系式为  $y=kx+b$ ，由统计表的数据建立方程组求出其解即可；

(2) 当  $x=6.2$  时，代入 (1) 的解析式就可以求出  $y$  的值．

解答： 解：(1) 设  $y$  关于  $x$  的函数关系式为  $y=kx+b$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 35=4.2k+b \\ 40=8.2k+b \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k=\frac{5}{4} \\ b=29.75 \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{5}{4}x + 29.75.$$

$\therefore y$  关于  $x$  的函数关系式为： $y = \frac{5}{4}x + 29.75$ ；

(2) 当  $x=6.2$  时，

$$y = \frac{5}{4} \times 6.2 + 29.75 = 37.5 .$$

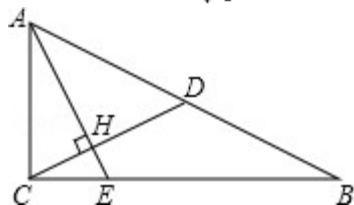
答：此时体温计的读数为  $37.5^{\circ}\text{C}$  .

点评： 本题考查了待定系数法求一次函数的解析式的运用，由解析式根据自变量的值求函数值的运用，解答时求出函数的解析式是关键 .

22 . (10分) (2014年上海市) 如图，已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^{\circ}$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线，过点  $A$  作  $AE \perp CD$ ， $AE$  分别与  $CD$ 、 $CB$  相交于点  $H$ 、 $E$ ， $AH=2CH$  .

(1) 求  $\sin B$  的值；

(2) 如果  $CD=\sqrt{5}$ ，求  $BE$  的值 .



考点： 解直角三角形；直角三角形斜边上的中线 .

分析： (1) 根据  $\angle ACB=90^{\circ}$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线，可得出  $CD=BD$ ，则  $\angle B=\angle BCD$ ，再由  $AE \perp CD$ ，可证明  $\angle B=\angle CAH$ ，由  $AH=2CH$ ，可得出  $CH:AC=1:\sqrt{5}$ ，即可得出  $\sin B$  的值；

(2) 根据  $\sin B$  的值，可得出  $AC:AB=1:\sqrt{5}$ ，再由  $AB=2\sqrt{5}$ ，得  $AC=2$ ，则  $CE=1$ ，从而得出  $BE$  .

解答： 解： (1)  $\because \angle ACB=90^{\circ}$ ， $CD$  是斜边  $AB$  上的中线，

$$\therefore CD=BD ,$$

$$\therefore \angle B=\angle BCD ,$$

$$\because AE \perp CD ,$$

$$\therefore \angle CAH+\angle ACH=90^{\circ} ,$$

$$\therefore \angle B=\angle CAH ,$$

$$\because AH=2CH ,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得 } AC=\sqrt{5}CH ,$$

$$\therefore CH:AC=1:\sqrt{5} ,$$

$$\therefore \sin B = \frac{\sqrt{5}}{5} ;$$

$$(2) \because \sin B = \frac{\sqrt{5}}{5} ,$$

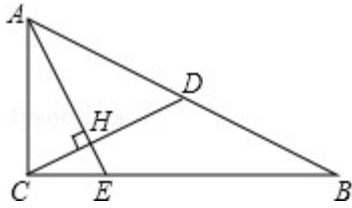
$$\therefore AC:AB=1:\sqrt{5} ,$$

$$\because CD=\sqrt{5} ,$$

$$\therefore AB=2\sqrt{5} ,$$

由勾股定理得  $AC=2$ ，则  $CE=1$ ，

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $AC^2+BC^2=AB^2$ ，  
 $\therefore BC=4$ ，  
 $\therefore BE=BC - CE=3$ 。

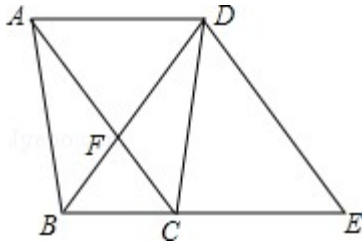


点评： 本题考查了解直角三角形，以及直角三角形斜边上的中线，注意性质的应用，难度不大。

23. (12分) (2014年上海市) 已知：如图，梯形  $ABCD$  中， $AD\parallel BC$ ， $AB=DC$ ，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $F$ ，点  $E$  是边  $BC$  延长线上一点，且  $\angle CDE=\angle ABD$ 。

(1) 求证：四边形  $ACED$  是平行四边形；

(2) 联结  $AE$ ，交  $BD$  于点  $G$ ，求证： $\frac{DG}{GB}=\frac{DF}{DB}$ 。



考点： 相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；平行四边形的判定。

分析： (1) 证  $\triangle BAD\cong\triangle CDA$ ，推出  $\angle ABD=\angle ACD=\angle CDE$ ，推出  $AC\parallel DE$  即可；

(2) 根据平行得出比例式，再根据比例式的性质进行变形，即可得出答案。

解答： 证明：(1)  $\because$  梯形  $ABCD$ ， $AD\parallel BC$ ， $AB=CD$ ，

$\therefore \angle BAD=\angle CDA$ ，

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle CDA$  中

$$\begin{cases} AD=AD \\ \angle BAD=\angle CDA \\ AB=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CDA$  (SAS)，

$\therefore \angle ABD=\angle ACD$ ，

$\because \angle CDE=\angle ABD$ ，

$\therefore \angle ACD=\angle CDE$ ，

$\therefore AC\parallel DE$ ，

$\because AD\parallel BC$ ，

$\therefore$  四边形  $ACED$  是平行四边形；

(2)  $\because AD\parallel BC$ ，

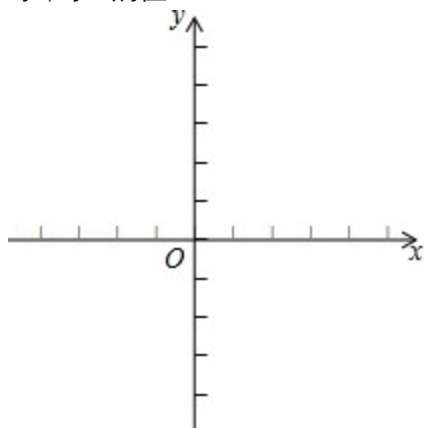
$$\therefore \frac{AF}{FE}=\frac{DF}{FG}, \frac{BC}{AD}=\frac{BF}{FG},$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{BC+AD}{AD} &= \frac{BF+DF}{DF}, \\ \because \text{平行四边形 ACED}, AD &= CE, \\ \therefore \frac{BC+CE}{AD} &= \frac{BF+DF}{DF}, \\ \therefore \frac{BE}{AD} &= \frac{BD}{DF}, \\ \therefore \frac{AP}{BE} &= \frac{BD}{DF}, \\ \therefore \frac{DG}{GB} &= \frac{BD}{DF}. \end{aligned}$$

点评： 本题考查了比例的性质，平行四边形的判定，平行线的判定的应用，主要考查学生运用定理进行推理的能力，题目比较好，难度适中。

24. (12分) (2014年上海市) 在平面直角坐标系中(如图)，已知抛物线  $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $A(-1, 0)$  和点  $B$ ，与  $y$  轴交于点  $C(0, -2)$ 。

- (1) 求该抛物线的表达式，并写出其对称轴；
- (2) 点  $E$  为该抛物线的对称轴与  $x$  轴的交点，点  $F$  在对称轴上，四边形  $ACEF$  为梯形，求点  $F$  的坐标；
- (3) 点  $D$  为该抛物线的顶点，设点  $P(t, 0)$ ，且  $t > 3$ ，如果  $\triangle BDP$  和  $\triangle CDP$  的面积相等，求  $t$  的值。



考点： 二次函数综合题。

分析： (1) 根据待定系数法可求抛物线的表达式，进一步得到对称轴；  
 (2) 分两种情况：当  $AC \parallel EF$  时；当  $AF \parallel CE$  时；两种情况讨论得到点  $F$  的坐标；  
 (3)  $\triangle BDP$  和  $\triangle CDP$  的面积相等，可得  $DP \parallel BC$ ，根据待定系数法得到直线  $BC$  的解析式，根据两条平行的直线  $k$  值相同可得直线  $DP$  的解析式，进一步即可得到  $t$  的值。

解答： 解：(1)  $\because$  抛物线  $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$  经过点  $A(-1, 0)$ ，点  $C(0, -2)$ ，

$$\therefore \begin{cases} \frac{2}{3} - b + c = 0 \\ c = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -\frac{4}{3} \\ c = -2 \end{cases}$$

故抛物线的表达式为： $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 2 = \frac{2}{3}(x-1)^2 - \frac{8}{3}$ ，对称轴为直线  $x=1$ ；

(2) 由 (1) 可知，点  $E(1, 0)$ ， $A(-1, 0)$ ， $C(0, -2)$ ，

当  $AC \parallel EF$  时，直线  $AC$  的解析式为  $y = -2x - 2$ ，

$\therefore$  直线  $EF$  的解析式为  $y = -2x + 2$ ，

当  $x=1$  时， $y=0$ ，此时点  $F$  与点  $E$  重合；

当  $AF \parallel CE$  时，直线  $CE$  的解析式为  $y = 2x - 2$ ，

$\therefore$  直线  $AF$  的解析式为  $y = 2x + 2$ ，

当  $x=1$  时， $y=4$ ，此时点  $F$  的坐标为  $(1, 4)$ 。

综上所述，点  $P$  的坐标为  $(1, 4)$ ；

(3) 点  $B(3, 0)$ ，点  $D(1, -\frac{8}{3})$ ，

若  $\triangle BDP$  和  $\triangle CDP$  的面积相等，

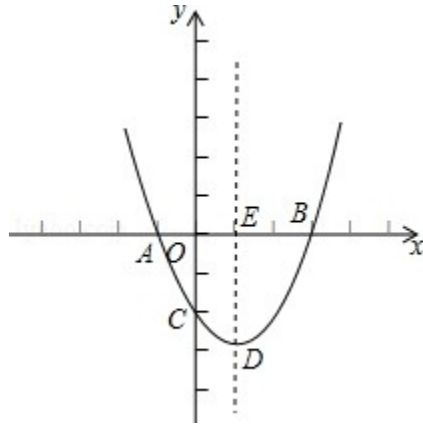
则  $DP \parallel BC$ ，

则直线  $BC$  的解析式为  $y = \frac{2}{3}x - 2$ ，

$\therefore$  直线  $DP$  的解析式为  $y = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$ ，

当  $y=0$  时， $x=5$ ，

$\therefore t=5$ 。



点评：考查了二次函数综合题，涉及的知识点有：待定系数法求抛物线的表达式，待定系数法求直线的解析式，两条平行的直线之间的关系，三角形面积，分类思想的运用，综合性较强，有一定的难度。

25. (14分) (2014年上海市) 如图1，已知在平行四边形  $ABCD$  中，

$AB=5$ ， $BC=8$ ， $\cos B = \frac{4}{5}$ ，点  $P$  是边  $BC$  上的动点，以  $CP$  为半径的圆  $C$  与边  $AD$  交于点

$E$ 、 $F$  (点  $F$  在点  $E$  的右侧)，射线  $CE$  与射线  $BA$  交于点  $G$ 。

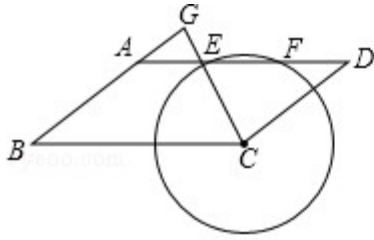


图1

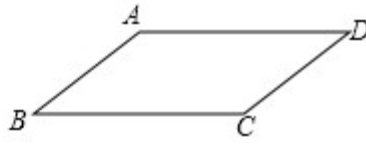


图2

- (1) 当圆 C 经过点 A 时，求 CP 的长；
- (2) 联结 AP，当  $AP \parallel CG$  时，求弦 EF 的长；
- (3) 当  $\triangle AGE$  是等腰三角形时，求圆 C 的半径长．

考点：圆的综合题．

分析：（1）当点 A 在  $\odot C$  上时，点 E 和点 A 重合，过点 A 作  $AH \perp BC$  于 H，直接利用勾股定理求出 AC 进而得出答案；

（2）首先得出四边形 APCE 是菱形，进而得出 CM 的长，进而利用锐角三角函数关系得出 CP 以及 EF 的长；

（3）当  $\angle AEG = \angle B$  时，A、E、G 重合，只能  $\angle AGE = \angle AEG$ ，利用  $AD \parallel BC$ ，得出  $\triangle GAE \sim \triangle GBC$ ，进而求出即可．

解答：解：（1）如图 1，设  $\odot O$  的半径为 r，  
当点 A 在  $\odot C$  上时，点 E 和点 A 重合，过点 A 作  $AH \perp BC$  于 H，

$$\therefore BH = AB \cdot \cos B = 4,$$

$$\therefore AH = 3, CH = 4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = 5,$$

$$\therefore \text{此时 } CP = r = 5;$$

（2）如图 2，若  $AP \parallel CE$ ，APCE 为平行四边形，

$$\therefore CE = CP,$$

$\therefore$  四边形 APCE 是菱形，

连接 AC、EP，则  $AC \perp EP$ ，

$$\therefore AM = CM = \frac{5}{2},$$

由（1）知， $AB = AC$ ，则  $\angle ACB = \angle B$ ，

$$\therefore CP = CE = \frac{CM}{\cos \angle ACB} = \frac{25}{8},$$

$$\therefore EF = 2\sqrt{\left(\frac{25}{8}\right)^2 - 3^2} = \frac{7}{4};$$

（3）如图 3：过点 C 作  $CN \perp AD$  于点 N，

$$\therefore \cos B = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \angle B < 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCG < 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BGC > 45^\circ,$$

$\because \angle AEG = \angle BCG \geq \angle ACB = \angle B$  ,  
 $\therefore$  当  $\angle AEG = \angle B$  时, A、E、G 重合,  
 $\therefore$  只能  $\angle AGE = \angle AEG$  ,  
 $\therefore AD \parallel BC$  ,  
 $\therefore \triangle GAE \sim \triangle GBC$  ,  
 $\therefore \frac{AE}{CB} = \frac{AG}{BG}$  , 即  $\frac{AE}{8} = \frac{AE}{AE+5}$  ,  
 解得:  $AE=3$  ,  $EN=AN - AE=1$  ,  
 $\therefore CE = \sqrt{EN^2 - CN^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$  .

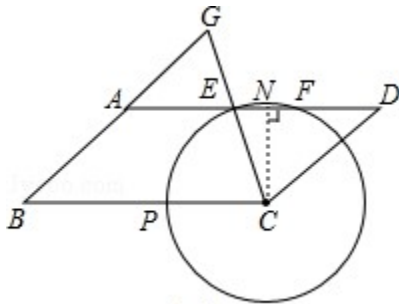


图3

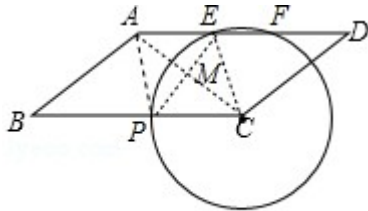


图2

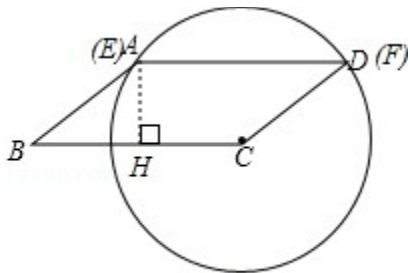


图1

点评: 此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及勾股定理以及锐角三角函数关系等知识, 利用分类讨论得出  $\triangle AGE$  是等腰三角形时只能  $\angle AGE = \angle AEG$  进而求出是解题关键.