

# 南京市 2013 年初中毕业生学业考试

## 数 学

注意事项：

1. 本试卷共 6 页。全卷满分 120 分。考试时间为 120 分钟。考生答题全部答在答题卡上，答在本试卷上无效。
2. 请认真核对监考教师在答题卡上所黏贴条形码的姓名、考试证号是否与本人相符，再将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在答题卡及本试卷上。
3. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应的答案标号涂黑。如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔写在答题卡上的指定位置，在其他位置答题一律无效。
4. 作图必须用 2B 铅笔作答，并请加黑加粗，描写清楚。

一、选择题 (本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 计算  $12 - 7 \times (-4) + 8 \div (-2)$  的结果是

- (A) -24 (B) -20 (C) 6 (D) 36

答案：D

解析：原式 =  $12 + 28 - 4 = 36$ ，选 D。

2. 计算  $a^3 \cdot ( )^2$  的结果是

- (A)  $a$  (B)  $a^5$  (C)  $a^6$  (D)  $a^9$

答案：A

解析：原式 =  $a^3 \cdot \frac{1}{a^2} = a$ ，选 A。

3. 设边长为 3 的正方形的对角线长为  $a$ ，下列关于  $a$  的四种说法：①  $a$  是无理数；②  $a$  可以用数轴上的一个点来表示；③  $3 < a < 4$ ；④  $a$  是 18 的算术平方根。其中，所有正确说法的序号是

- (A) ①④ (B) ②③ (C) ①②④ (D) ①③④

答案：C

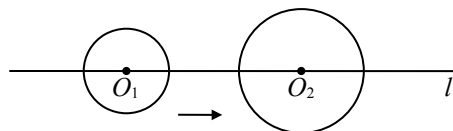
解析：由勾股定理，得： $a = 3\sqrt{2} \approx 4.2$ ，所以，③错误，其它都正确。

4. 如图，圆  $O_1$ 、圆  $O_2$  的圆心  $O_1$ 、 $O_2$  在直线  $l$  上，圆  $O_1$  的半径为 2 cm，圆  $O_2$  的半径为 3 cm， $O_1O_2 = 8$  cm。圆  $O_1$  以 1 cm/s 的速度沿直线  $l$  向右运动，7s 后停止运动，在此过程中，圆  $O_1$  与圆  $O_2$  没有出现的位置关系是

- (A) 外切 (B) 相交 (C) 内切 (D) 内含

答案：D

解析：7s 后两圆刚好内切，所以，外切、相交、内切都有，没有内含，选 D。



5. 在同一直线坐标系中，若正比例函数  $y = k_1x$  的图像与反比例函数  $y = \frac{k_2}{x}$  的图像没有公共点，则

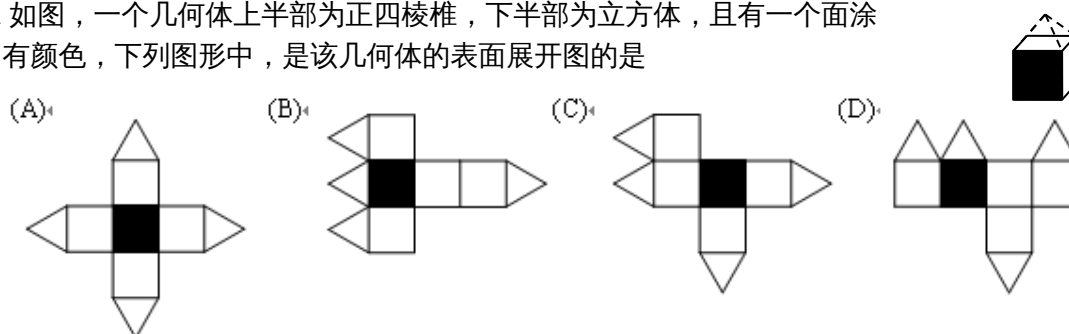
- (A)  $k_1 + k_2 < 0$  (B)  $k_1 + k_2 > 0$  (C)  $k_1k_2 < 0$  (D)  $k_1k_2 > 0$

答案：C

解析：当  $k_1 > 0$ ， $k_2 < 0$  时，正比例函数经过一、三象限，反比例函数在二、四象限，没有交点；

当  $k_1 < 0$ ,  $k_2 > 0$  时, 正比函数经过二、四象限, 反比函数在一、三象限, 没有交点; 所以, 选 C。

6. 如图, 一个几何体上半部为正四棱锥, 下半部为立方体, 且有一个面涂有颜色, 下列图形中, 是该几何体的表面展开图的是



答案: B

解析: 涂有颜色的面在侧面, 而 A、C 还原后, 有颜色的面在底面, 故错; D 还原不回去, 故错, 选 B。

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

7. -3 的相反数是\_\_\_; -3 的倒数是\_\_\_。

答案: 3; -

解析: 负数的相反数为正数, 绝对值相等, 一个数的倒数是将原数分子与分母对换位置。

8. 计算 - 的结果是\_\_\_。

答案:

解析: 原式 =  $\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

9. 使式子  $1 + \frac{1}{x}$  有意义的  $x$  的取值范围是\_\_\_。

答案:  $x \neq 1$

解析: 当  $x = 1$  时, 分母为 0 没有意义, 故  $x \neq 1$

10. 第二届亚洲青年运动会将于 2013 年 8 月 16 日至 24 日在南京举办, 在此期间约有 13000 名青少年志愿者提供服务, 将 13000 用科学记数法表示为\_\_\_。

答案:  $1.3 \times 10^4$

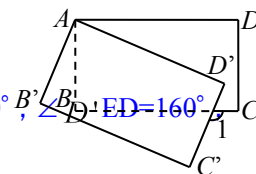
解析: 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.

$13000 = 1.3 \times 10^4$

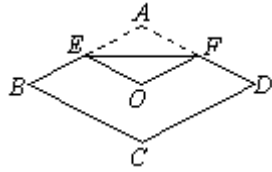
11. 如图, 将矩形  $ABCD$  绕点  $A$  顺时针旋转到矩形  $A'B'C'D'$  的位置, 旋转角为  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ). 若  $\angle 1 = 110^\circ$ , 则  $\angle \alpha =$ \_\_\_。

答案: 20

解析:  $\angle B'AB = \angle D'AD = \alpha$ , 延长  $CD'$  交  $CD$  于  $E$ , 则  $\angle C'EC = 20^\circ$ ,  $\angle B'D'E = 160^\circ$ , 由四边形的内角和为  $360^\circ$ , 可得  $\angle \alpha = 20^\circ$



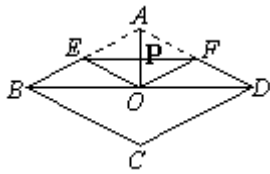
12. 如图, 将菱形纸片  $ABCD$  折迭, 使点  $A$  恰好落在菱形的对称中心  $O$  处, 折痕为  $EF$ . 若菱形  $ABCD$  的边长为 2 cm,  $\angle A = 120^\circ$ , 则  $EF =$ \_\_\_ cm。



答案：

解析：点 A 恰好落在菱形的对称中心 O 处，如图，P 为 AO 中点，所以 E 为 A 顶点，AE =

1， $\angle EAO = 60^\circ$ ， $EP = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，所以，EF =



13.  $\triangle OAB$  是以正多边形相邻的两个顶点 A、B 与它的中心 O 为顶点的三角形。若  $\triangle OAB$  的一个内角为  $70^\circ$ ，则该正多边形的边数为\_\_\_\_\_。

答案：9

解析：若  $\angle OAB = \angle OBA = 70^\circ$ ，则  $\angle BOA = 40^\circ$ ，边数为： $\frac{360}{40} = 9$ ；

若  $\angle BOA = 70^\circ$ ，则边数为： $\frac{360}{70}$  不可能，因此，边数为 9。

14. 已知如图所示的图形的面积为 24，根据图中的条件，可列出方程：\_\_\_\_\_。

答案：本题答案不唯一，如  $(x+1)^2 = 25$ ；

解析：把缺口补回去，得到一个面积 25 的正方形，边长为  $x+1$ 。

15. 如图，在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，AC 与 BD 相交于点 P。已知  $A(2, 3)$ ， $B(1, 1)$ ， $D(4, 3)$ ，则点 P 的坐标为 (\_\_\_\_, \_\_\_\_)。

答案：3；

解析：如图，由对称性可知 P 的横坐标为 3，

$\frac{PE}{DF} = \frac{BE}{BF}$ ，即  $\frac{PE}{2} = \frac{2}{3}$ ，所以， $PE = \frac{4}{3}$ ， $\frac{4}{3} + 1 =$

故 P 的坐标为 (3, )。

16. 计算  $(1 - \frac{1}{x})(x + \frac{1}{6}) - (1 - x - \frac{1}{6})x =$

答案：

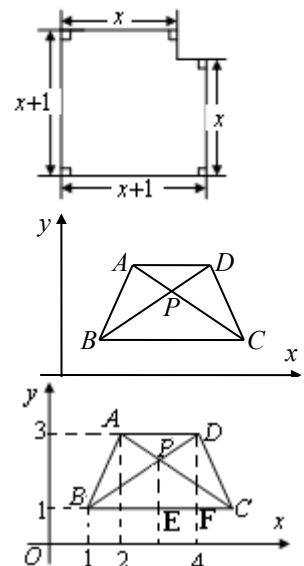
解析：设  $x = \frac{1}{6}$ ，则原式 =  $(1 - \frac{1}{6})(\frac{1}{6} + \frac{1}{6}) - (1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{6}) \cdot \frac{1}{6} =$

$\frac{1}{6}$

三、解答题 (本大题共 11 小题，共 88 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) 化简  $(-)^{\div}$ 。

解析：解： $(-)^{\div} = . = . = .$ 。



18. (6分) 解方程  $x-2=1$ 。

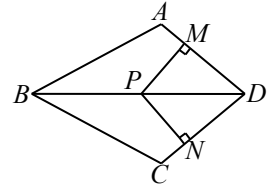
**解析：**方程两边同乘  $x-2$ ，得  $2x=x-2+1$ 。解这个方程，得  $x=-1$ 。

检验： $x=-1$  时， $x-2 \neq 0$ ， $x=-1$  是原方程的解。 (6分)

19. (8分) 如图，在四边形  $ABCD$  中， $AB=BC$ ，对角线  $BD$  平分  $\angle ABC$ ， $P$  是  $BD$  上一点，过点  $P$  作  $PM \perp AD$ ， $PN \perp CD$ ，垂足分别为  $M$ 、 $N$ 。

(1) 求证： $\angle ADB = \angle CDB$ ；

(2) 若  $\angle ADC = 90^\circ$ ，求证：四边形  $MPND$  是正方形。



**解析：**

证明：(1)  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ， $\therefore \angle ABD = \angle CBD$ 。又  $\because BA = BC$ ， $BD = BD$ ，  
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$ 。  $\therefore \angle ADB = \angle CDB$ 。 (4分)

(2)  $\because PM \perp AD$ ， $PN \perp CD$ ， $\therefore \angle PMD = \angle PND = 90^\circ$ 。

又  $\because \angle ADC = 90^\circ$ ， $\therefore$  四边形  $MPND$  是矩形。

$\because \angle ADB = \angle CDB$ ， $PM \perp AD$ ， $PN \perp CD$ ， $\therefore PM = PN$ 。

$\therefore$  四边形  $MPND$  是正方形。 (8分)

20. (8分)

(1) 一只不透明的袋子中装有颜色分别为红、黄、蓝、白的球各一个，这些球除颜色外都相同。求下列事件的概率：

① 搅匀后从中任意摸出 1 个球，恰好是红球；

② 搅匀后从中任意摸出 1 个球，记录下颜色后放回袋子中并搅匀，再从中任意摸出 1 个球，两次都是红球；

(2) 某次考试有 6 道选择题，每道题所给出的 4 个选项中，恰有一项是正确的，如果小明从每道题的 4 个选项中随机地选择 1 个，那么他 6 道选择题全部选择正确的概率是

(A)  $(\frac{1}{4})^6$  (B)  $(\frac{1}{4})^6$  (C)  $1 - (\frac{1}{4})^6$  (D)  $1 - (\frac{1}{4})^6$

**解析：** (1) 解：① 搅匀后从中任意摸出 1 个球，所有可能出现的结果有：红、黄、蓝、白，共有 4 种，它们出现的可能性相同。所有的结果中，满足“恰好是红球”(记为事件  $A$ ) 的结果只有 1 种，所以  $P(A) = \frac{1}{4}$ 。

② 搅匀后从中任意摸出 1 个球，记录下颜色后放回袋子中并搅匀，再从中任意摸出 1 个球，所有可能出现的结果有：(红，红)、(红，黄)、(红，蓝)、(红，白)、

(黄，红)、(黄，黄)、(黄，蓝)、(黄，白)、(蓝，红)、(蓝，黄)、(蓝，蓝)、(蓝，白)、(白，红)、(白，黄)、(白，蓝)、(白，白)，共有 16 种，它们出现的可能性相同。

所有的结果中，满足“两次都是红球”(记为事件  $B$ ) 的结果只有 1 种，所以  $P(B) = \frac{1}{16}$ 。 (6分)

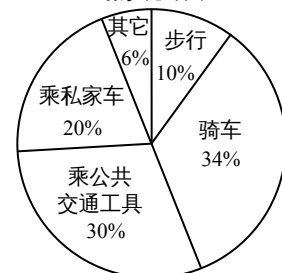
(2) B (8分)

21. (9分) 某校有 2000 名学生，为了解全校学生的上学方式，该校数学兴趣小组在全校随机抽取了 150 名学生进行抽样调查。整体样本数据，得到下列图表：

某校 150 名学生上学方式  
频数分布表

方式	划记	频数	步行	正正正正	15	骑车	正正正正正正	34
			乘公共交通工具	正正正正正正正正	51	乘私家车	正正正正正正	30
			其它	正正	9	合计		150

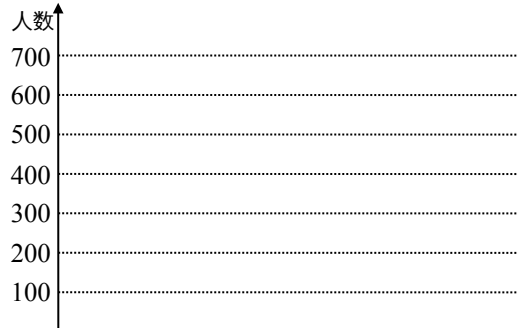
某校 150 名学生上学方式  
扇形统计图



(1) 理解画线语句的含义，回答问题：如果 150 名学生全部在同一个年级抽取，这样的抽样是否合理？请说明理由：

(2) 根据抽样调查的结果，将估计出的全校 2000 名学生上学方式的情况绘制成条形统计图；

某校 2000 名学生上学方式条形统计图

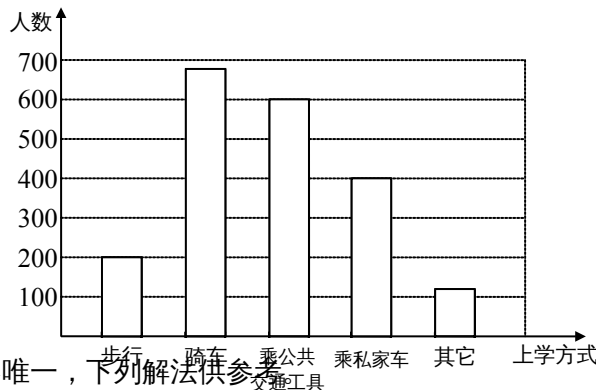


(3) 该校数学兴趣小组结合调查获取的信息向学校提出了一些建议。如：骑车上学的学生数约占全校的 34%，建议学校合理安排自行车停车场地。请你结合上述统计的全过程，再提出一条合理化建议：\_\_\_\_\_。

**解析：**解：(1) 不合理。因为如果 150 名学生全部在同一个年级抽取，那么全校每个学生被抽到

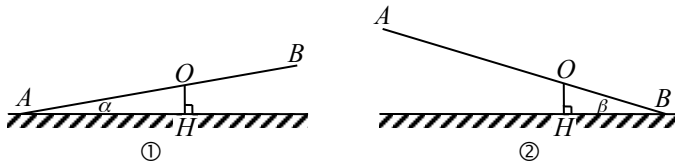
的机会不相等，样本不具有代表性。(2 分)

某校 2000 名学生上学方式条形统计图



(3) 本题答案不唯一，下列解法供参考。  
乘私家车上学的学生约 400 人，建议学校与交通部门协商安排停车区域。(9 分)

22. (8 分) 已知不等臂跷跷板  $AB$  长 4m。如图①，当  $AB$  的一端碰到地面时， $AB$  与地面的夹角为  $\alpha$ ；如图②，当  $AB$  的另一端  $B$  碰到地面时， $AB$  与地面的夹角为  $\beta$ 。求跷跷板  $AB$  的支撑点  $O$  到地面的高度  $OH$ 。(用含  $\alpha$ 、 $\beta$  的式子表示)



**解析：**解：在  $\text{Rt}\triangle AHO$  中， $\sin\alpha = \frac{OH}{OA}$ ， $\therefore OA = \frac{OH}{\sin\alpha}$ 。在  $\text{Rt}\triangle BHO$  中， $\sin\beta = \frac{OH}{OB}$ ， $\therefore OB = \frac{OH}{\sin\beta}$ 。  
 $\because AB=4$ ， $\therefore OA+OB=4$ ，即  $\frac{OH}{\sin\alpha} + \frac{OH}{\sin\beta} = 4$ 。 $\therefore OH = \frac{4\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta}$  (m)。(8 分)

23. (8 分) 某商场促销方案规定：商场内所有商品案标价的 80% 出售，同时，当顾客在商场内消费满一定金额后，按下表获得相应的返还金额。

消费金额(元)	300~400	400~500	500~600	600~700	700~900	...
返还金额(元)	30	60	100	130	150	...

注：300~400表示消费金额大于300元且小于或等于400元，其他类同。

根据上述促销方案，顾客在该商场购物可以获得双重优惠。例如，若购买标价为400元的商品，则消费金额为320元，获得的优惠额为 $400 \times (1-80\%) + 30 = 110$ (元)。

(1) 购买一件标价为1000元的商品，顾客获得的优惠额是多少？

(2) 如果顾客购买标价不超过800元的商品，要使获得的优惠额不少于226元，那么该商品的标价至少为多少元？

**解析：**解：(1) 购买一件标价为1000元的商品，消费金额为800元，  
顾客获得的优惠额为 $1000 \times (1-80\%) + 150 = 350$ (元)。(2分)

(2) 设该商品的标价为 $x$ 元。

当 $80\%ax \leq 500$ ，即 $x \leq 625$ 时，顾客获得的优惠额不超过 $625 \times (1-80\%) + 60 = 185 < 226$ ；

当 $500 < 80\%ax \leq 600$ ，即 $625 < x \leq 750$ 时， $(1-80\%)x + 100 \geq 226$ 。解得 $x \geq 630$ 。

所以 $630 \leq x \leq 750$ 。

当 $600 < 80\%ax \leq 800 \times 80\%$ ，即 $750 < x \leq 800$ 时，

顾客获得的优惠额大于 $750 \times (1-80\%) + 130 = 280 > 226$ 。

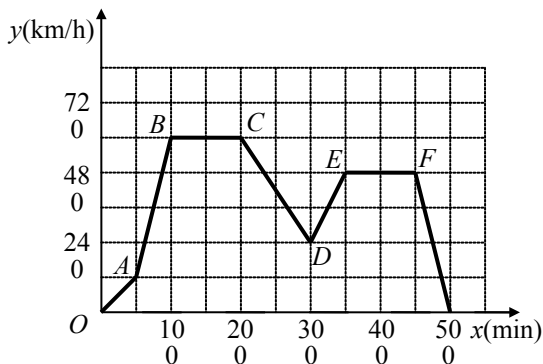
综上，顾客购买标价不超过800元的商品，要使获得的优惠额不少于226元，那么该商品的标价至少为630元。(8分)

24. (8分) 小丽驾车从甲地到乙地。设她出发第 $x$  min时的速度为 $y$  km/h，图中的折线表示她在整个驾车过程中 $y$ 与 $x$ 之间的函数关系。

(1) 小丽驾车的最高速度是\_\_\_km/h；

(2) 当 $20 \leq x \leq 30$ 时，求 $y$ 与 $x$ 之间的函数关系式，并求出小丽出发第22 min时的速度；

(3) 如果汽车每行驶100 km耗油10 L，那么小丽驾车从甲地到乙地共耗油多少升？



#### 方法指导

如果物体的运动速度随着时间均匀增加(或减少)，那么其在某个时间段内的平均速度为该时间段开始时刻的速度与结束时刻的速度的平均数。例如，由图像可知，第5 min到第10 min汽车的速度随着时间均匀增加，因此汽车在该时间段内的平均速度为 $\frac{12+60}{2} = 36$ (km/h)。该时间段行驶的路程为 $36 \times 5 = 180$ (km)。

**解析：**解：(1) 60；(1分)

(2) 当 $20 \leq x \leq 30$ 时，设 $y$ 与 $x$ 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ 。

根据题意，当 $x=20$ 时， $y=60$ ；当 $x=30$ 时， $y=24$ 。

所以，解得。所以， $y$ 与 $x$ 之间的函数关系式为 $y = -3.6x + 132$ 。  
当 $x = 22$ 时， $y = -3.6 \times 22 + 132 = 52.8$ 。

所以，小丽出发第22min时的速度为52.8km/h。(5分)

(3) 小丽驾车从甲地到乙地行驶的路程为

$$\begin{aligned} & \times + \times + 60 \times + \times + \times + 48 \times + \times \\ & = 33.5(\text{km}). \end{aligned}$$

所以，小丽驾车从甲地到乙地共耗油 $33.5 \times 3 = 100.5(\text{L})$  (8分)

25. (8分) 如图， $AD$ 是圆 $O$ 的切线，切点为 $A$ ， $AB$ 是圆 $O$ 的弦。过点 $B$ 作 $BC \parallel AD$ ，交圆 $O$ 于点 $C$ ，连接 $AC$ ，过点 $C$ 作 $CD \parallel AB$ ，交 $AD$ 于点 $D$ 。连接 $AO$ 并延长交 $BC$ 于点 $M$ ，交过点 $C$ 的直线于点 $P$ ，且 $\angle BCP = \angle ACD$ 。

(1) 判断直线 $PC$ 与圆 $O$ 的位置关系，并说明理由：

(2) 若 $AB = 9$ ， $BC = 6$ ，求 $PC$ 的长。

**解析：** 解法一：(1) 直线 $PC$ 与圆 $O$ 相切。

如图①，连接 $CO$ 并延长，交圆 $O$ 于点 $N$ ，连接 $BN$ 。

$$\because AB \parallel CD, \therefore \angle BAC = \angle ACD.$$

$$\because \angle BAC = \angle BNC, \therefore \angle BNC = \angle ACD.$$

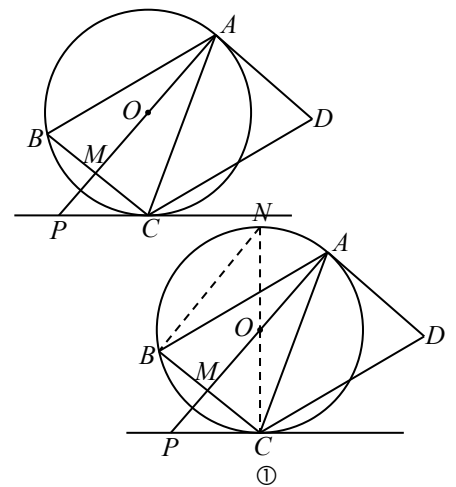
$$\because \angle BCP = \angle ACD, \therefore \angle BNC = \angle BCP.$$

$$\because CN \text{ 是圆 } O \text{ 的直径}, \therefore \angle CBN = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BNC + \angle BCN = 90^\circ, \therefore \angle BCP + \angle BCN = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle PCO = 90^\circ, \text{ 即 } PC \perp OC.$$

又点 $C$ 在圆 $O$ 上， $\therefore$ 直线 $PC$ 与圆 $O$ 相切。(4分)



(2)  $\because AD$ 是圆 $O$ 的切线， $\therefore AD \perp OA$ ，即 $\angle OAD = 90^\circ$ 。

$$\because BC \parallel AD, \therefore \angle OMC = 180^\circ - \angle OAD = 90^\circ, \text{ 即 } OM \perp BC.$$

$$\therefore MC = MB. \therefore AB = AC.$$

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中， $\angle AMC = 90^\circ$ ， $AC = AB = 9$ ， $MC = BC = 3$ ，  
由勾股定理，得 $AM = 6$ 。

设圆 $O$ 的半径为 $r$ 。

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle OMC \text{ 中}, \angle OMC = 90^\circ, OM = AM - AO = 6 - r, MC = 3, OC = r,$$

$$\text{由勾股定理, 得 } OM^2 + MC^2 = OC^2, \text{ 即 } (6-r)^2 + 3^2 = r^2. \text{ 解得 } r = \frac{15}{4}.$$

在 $\triangle OMC$ 和 $\triangle OCP$ 中，

$$\therefore \angle OMC = \angle OCP, \angle MOC = \angle COP,$$

$$\therefore \triangle OMC \sim \triangle OCP. \therefore \frac{OC}{OP} = \frac{OM}{OC}, \text{ 即 } OC^2 = OM \cdot OP.$$

$$\therefore PC = \frac{OC^2}{OM} = \frac{(\frac{15}{4})^2}{6 - \frac{15}{4}} = \frac{225}{11}. \text{ (8分)}$$

解法二：(1) 直线 $PC$ 与圆 $O$ 相切。如图②，连接 $OC$ 。

$$\because AD \text{ 是圆 } O \text{ 的切线}, \therefore AD \perp OA,$$

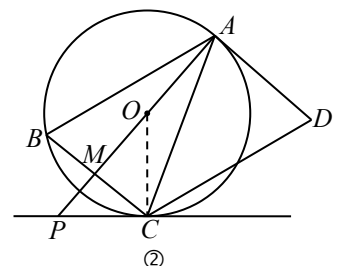
$$\text{即 } \angle OAD = 90^\circ.$$

$$\because BC \parallel AD, \therefore \angle OMC = 180^\circ - \angle OAD = 90^\circ,$$

$$\text{即 } OM \perp BC.$$

$$\therefore MC = MB. \therefore AB = AC. \therefore \angle MAB = \angle MAC.$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle MAC. \text{ 又 } \because \angle MOC = 2\angle MAC, \therefore \angle MOC = \angle BAC.$$



$\because AB \parallel CD, \therefore \angle BAC = \angle ACD$ 。  $\therefore \angle MOC = \angle ACD$ 。 又  $\because \angle BCP = \angle ACD$ ,  
 $\therefore \angle MOC = \angle BCP$ 。  $\therefore \angle MOC + \angle OCM = 90^\circ, \therefore \angle BCP + \angle OCM = 90^\circ$ 。  
 $\therefore \angle PCO = 90^\circ$ , 即  $PC \perp OC$ 。 又  $\because$  点  $C$  在圆  $O$  上,  $\therefore$  直线  $PC$  与圆  $O$  相切。

(2) 在  $Rt\triangle AMC$  中,  $\angle AMC = 90^\circ, AC = AB = 9, MC = BC = 3$ ,  
 由勾股定理, 得  $AM = 6$ 。

设圆  $O$  的半径为  $r$ 。

在  $Rt\triangle OMC$  中,  $\angle OMC = 90^\circ, OM = AM - AO = 6 - r, MC = 3, OC = r$ ,  
 由勾股定理, 得  $OM^2 + MC^2 = OC^2$ , 即  $(6-r)^2 + 3^2 = r^2$ 。 解得  $r = 4.5$ 。

在  $\triangle OMC$  和  $\triangle OCP$  中,  $\because \angle OMC = \angle OCP, \angle MOC = \angle COP$ ,  
 $\therefore \triangle OMC \sim \triangle OCP, \therefore \frac{OC}{OP} = \frac{OM}{OC}$ , 即  $OC^2 = OM \cdot OP$ 。

$\therefore PC = 6$ 。(8分)

26. (9分) 已知二次函数  $y = a(x-m)^2 - a(x-m)$  ( $a, m$  为常数, 且  $a \neq 0$ )。

(1) 求证: 不论  $a$  与  $m$  为何值, 该函数的图像与  $x$  轴总有两个公共点;

(2) 设该函数的图像的顶点为  $C$ , 与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 与  $y$  轴交于点  $D$ 。

① 当  $\triangle ABC$  的面积等于 1 时, 求  $a$  的值;

② 当  $\triangle ABC$  的面积与  $\triangle ABD$  的面积相等时, 求  $m$  的值。

**解析:** (1) 证明:  $y = a(x-m)^2 - a(x-m) = ax^2 - (2am+a)x + am^2 + am$ 。

因为当  $a \neq 0$  时,  $[-(2am+a)]^2 - 4a(am^2+am) = a^2 > 0$ 。

所以, 方程  $ax^2 - (2am+a)x + am^2 + am = 0$  有两个不相等的实数根。

所以, 不论  $a$  与  $m$  为何值, 该函数的图像与  $x$  轴总有两个公共点。(3分)

(2) 解: ①  $y = a(x-m)^2 - a(x-m) = (x-m)^2 - (x-m)$ ,

所以, 点  $C$  的坐标为  $(m, -\frac{1}{4})$ 。

当  $y=0$  时,  $a(x-m)^2 - a(x-m) = 0$ 。 解得  $x_1 = m, x_2 = m+1$ 。 所以  $AB = 1$ 。

当  $\triangle ABC$  的面积等于 1 时,  $\frac{1}{2} \times 1 \times |-\frac{1}{4}| = 1$ 。

所以  $\frac{1}{8} = 1$ , 或  $\frac{1}{8} = -1$ 。

所以  $a = -8$ , 或  $a = 8$ 。

② 当  $x=0$  时,  $y = am^2 + am$ , 所以点  $D$  的坐标为  $(0, am^2 + am)$ 。

当  $\triangle ABC$  的面积与  $\triangle ABD$  的面积相等时,

$\frac{1}{2} \times 1 \times |-\frac{1}{4}| = \frac{1}{2} \times 1 \times |am^2 + am|$ 。

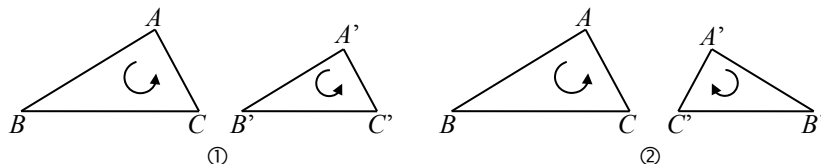
所以  $\frac{1}{8} = |am^2 + am|$ , 或  $\frac{1}{8} = -|am^2 + am|$ 。

所以  $m = -\frac{1}{2}$ , 或  $m = \frac{1}{2}$ , 或  $m = 0$ 。(9分)

27. (10分) 对于两个相似三角形, 如果沿周界按对应点顺序环绕的方向相同, 那么称这两个

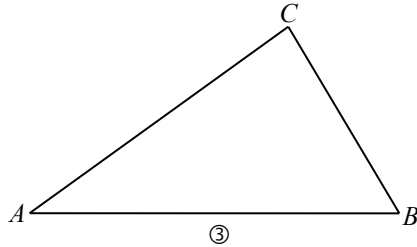
三角形互为顺相似; 如果沿周界按对应点顺序环绕的方向相反, 那么称这两个三角形互为

逆相似。例如, 如图①,  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$  且沿周界  $ABCA$  与  $A'B'C'A'$  环绕的方向相同, 因此  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  互为顺相似; 如图②,  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ , 且沿周界  $ABCA$  与  $A'B'C'A'$  环绕的方向相反, 因此  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  互为逆相似。



(1) 根据图 I、图 II 和图 III 满足的条件，可得下列三对相似三角形：①  $\triangle ADE$  与  $\triangle ABC$ ；  
 ②  $\triangle GHO$  与  $\triangle KFO$ ；③  $\triangle NQP$  与  $\triangle NMQ$ 。其中，互为顺相似的是\_\_\_；互为逆相似的是\_\_\_。(填写所有符合要求的序号)

(2) 如图③，在锐角  $\triangle ABC$  中， $\angle A < \angle B < \angle C$ ，点  $P$  在  $\triangle ABC$  的边上(不与点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  重合)。过点  $P$  画直线截  $\triangle ABC$ ，使截得的一个三角形与  $\triangle ABC$  互为逆相似。请根据点  $P$  的不同位置，探索过点  $P$  的截线的情形，画出图形并说明截线满足的条件，不必说明理由。



解析：

(1) ①②；③ (4分)

(2) 解：根据点  $P$  在  $\triangle ABC$  边上的位置分为以下三种情况。

第一种情况：如图①，点  $P$  在  $BC$ (不含点  $B$ 、 $C$ )上，过点  $P$  只能画出 2 条截线  $PQ_1$ 、 $PQ_2$ ，分别使  $\angle CPQ_1 = \angle A$ ， $\angle BPQ_2 = \angle A$ ，此时  $\triangle PQ_1C$ 、 $\triangle PBQ_2$  都与  $\triangle ABC$  互为逆相似。

第二种情况：如图②，点  $P$  在  $AC$ (不含点  $A$ 、 $C$ )上，过点  $B$  作  $\angle CBM = \angle A$ ， $BM$  交  $AC$  于点  $M$ 。

当点  $P$  在  $AM$ (不含点  $M$ )上时，过点  $P_1$  只能画出 1 条截线  $P_1Q$ ，使  $\angle AP_1Q = \angle ABC$ ，此时  $\triangle AP_1Q$  与  $\triangle ABC$  互为逆相似；

当点  $P$  在  $CM$  上时，过点  $P_2$  只能画出 2 条截线  $P_2Q_1$ 、 $P_2Q_2$ ，分别使  $\angle AP_2Q_1 = \angle ABC$ ， $\angle CP_2Q_2 = \angle ABC$ ，此时  $\triangle AP_2Q_1$ 、 $\triangle Q_2P_2C$  都与  $\triangle ABC$  互为逆相似。

第三种情况：如图③，点  $P$  在  $AB$ (不含点  $A$ 、 $B$ )上，过点  $C$  作  $\angle BCD = \angle A$ ， $\angle ACE = \angle B$ ， $CD$ 、 $CE$  分别交  $AC$  于点  $D$ 、 $E$ 。

当点  $P$  在  $AD$ (不含点  $D$ )上时，过点  $P$  只能画出 1 条截线  $P_1Q$ ，使  $\angle AP_1Q = \angle ABC$ ，此时  $\triangle AP_1Q$  与  $\triangle ABC$  互为逆相似；

当点  $P$  在  $DE$  上时，过点  $P_2$  只能画出 2 条截线  $P_2Q_1$ 、 $P_2Q_2$ ，分别使  $\angle AP_2Q_1 = \angle ACB$ ， $\angle BP_2Q_2 = \angle BCA$ ，此时  $\triangle AP_2Q_1$ 、 $\triangle Q_2BP_2$  都与  $\triangle ABC$  互为逆相似；

当点  $P$  在  $BE$ (不含点  $E$ )上时，过点  $P_3$  只能画出 1 条截线  $P_3Q'$ ，使  $\angle BP_3Q' = \angle BCA$ ，此时  $\triangle Q'BP_3$  与  $\triangle ABC$  互为逆相似。(10分)

