

2012年天河区初中毕业班综合练习一（数学）参考答案

说明：

- 1、本解答给出了一种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，各题组可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。
- 2、对于计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后续部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后续部分的解答有较严重的错误，就不再给分。
- 3、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	A	A	C	D	D	C	C	A	D

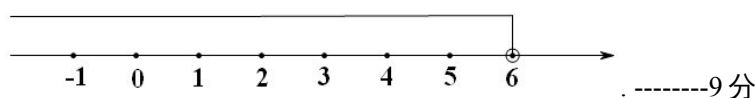
二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

题号	11	12	13	14	15	16
答案	假	3	$(1+x)(1-x)$	8	$(4, 1)$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$

三、解答题（本题有 9 个小题，共 102 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

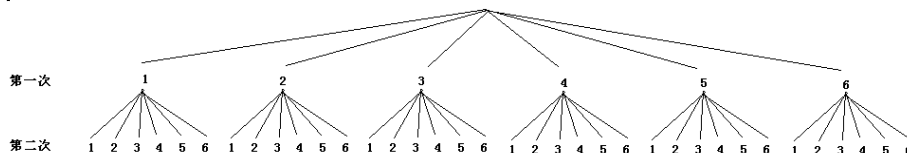
17.（本题满分 9 分）

解： $2x+2 > 3x-4$ -----2分
 $-x > -6$ -----4分
 解得 $x < 6$ -----6分



18.（本题满分 9 分）

解：



	第二次	1	2	3	4	5	6
第一次		1	2	3	4	5	6
1		2	3	4	5	6	7
2		3	4	5	6	7	8
3		4	5	6	7	8	9
4		5	6	7	8	9	10
5		6	7	8	9	1	11
6		7	8	9	1	1	12
					0	1	

∴共有 36 种等可能的情况-----5 分

∴ $P(\text{和小于 } 5) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ -----9 分（2 分+2 分）

（注明：该步骤中只写 $P = \frac{1}{6}$ ，不扣分）

19. (本题满分 10 分)

解：原式 = $\frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x} - \frac{1}{x-1}$ -----2 分

= $\frac{x-3}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1}$ -----4 分

= $\frac{x-3}{x(x-1)} - \frac{x}{x(x-1)}$ -----6 分

= $-\frac{3}{x(x-1)}$ -----8 分

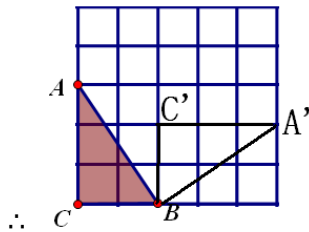
当 $x=2$ 时，原式 = $-\frac{3}{2 \times (2-1)} = -\frac{3}{2}$ -----10 分

注： $\because -2 < x \leq 2$ 且 x 为整数， $\therefore x = -1, 0, 1, 2$

$\because x(x-1)(x+1) \neq 0$ ， $\therefore x \neq 0$ 且 $x \neq \pm 1$ ， $\therefore x = 2$

20. (本题满分 10 分)

解： (1)



$\therefore \triangle A'BC'$ 为所求 -----4 分

(2) \because 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ -----3 分

$\because \angle ABA' = 90^\circ$

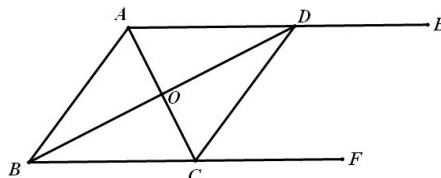
$\therefore l_{AA'} = \frac{90 \times \pi \times \sqrt{13}}{180} = \frac{\sqrt{13}\pi}{2}$ -----6 分 (2 分+1 分)

21. (本题满分 12 分)

证明：(1) $\because AE \parallel BF$ ，

$\therefore \angle DAO = \angle BCO$ -----2 分

\because 在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle COB$ 中



$$\begin{cases} \angle DAO = \angle BCO \\ \angle AOD = \angle COD \\ AD = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB$ (AAS) -----5分

(2) $\because AE \parallel BF$

$\therefore AD \parallel BC$

$\therefore AD = BC$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 -----2分

$\therefore AC$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAC$ -----4分

$\therefore \angle DAO = \angle BCO$

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$

$\therefore AB = BC$ -----6分

$\therefore \square ABCD$ 是菱形 -----7分

22. (本题满分 12 分)

解：(1) 解法一：设每根跳绳 a 元，依题意得

$$2 \times 5 + 8a = 34 \text{ -----2分}$$

解得 $a = 3$

\therefore 每根跳绳 3 元。 -----3分

解法二： $\frac{34 - 2 \times 5}{8} = 3$ (元) -----3分 (2分+1分)

(2) 解法一：

每个毽子 x 件，每根跳绳 y 件，根据题意，得 -----1分

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ 2x + 3y = 80 - 34 - 33 + 3. \end{cases} \text{ -----4分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 5, \\ y = 2. \end{cases} \text{ -----6分}$$

答：第二次买了 2 个毽子和 5 根跳绳。 -----7分

解法二：设每个毽子 x 件，则跳绳 $(7 - x)$ 件。 -----1分

依题意得： $2x + 3(7 - x) = 80 - 34 - 33 + 3$ ，解得： $x = 5$ -----5分 (2分+2分)

$$7 - x = 7 - 5 = 2 \text{ -----6分}$$

答：略。 -----7分

(3) 解法一：应找回的钱款为 $80 - 2 \times 10 - 3 \times 10 = 30 \neq 33$ ，故不能找回 33 元。 -----2分

解法二：设买 m 个 2 元的毽子，则买 $(20 - m)$ 根 3 元的跳绳。

依题意得： $5m + 8(40 - m) = 80 - 34 - 33$ ，解得： $m = 47$ -----1分

但 $20 - m = 20 - 47 = -27$ 不合题意，舍去。故不能找回 33 元。 -----2分

解法三：买 10 个 2 元的毽子和 10 根 3 元的跳绳的价钱总数应为偶数而不是奇数，故不能找回 33 元。 -----2分

23. (本题满分 12 分)

解：(1) 把 $B(2, 1)$ 代入 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 中，可得 $m = 2$ 。 -----1分

设直线 l 的解析式是 $y = kx + b$ ，

把 $A(1, 0)$ ， $B(2, 1)$ 代入 $y = kx + b$ 中，得 $\begin{cases} 0 = k + b, \\ 1 = 2k + b. \end{cases}$ -----3分

解得 $\begin{cases} k = 1, \\ b = -1. \end{cases}$ \therefore 直线 l 的解析式是 $y = x - 1$ 。 -----5分

(2) 由 $P(p, p - 1)$ ，可知点 P 在直线 l 上，且得

$M(\frac{2}{p-1}, p-1)$ ， $N(-\frac{2}{p-1}, p-1)$ ， -----2分

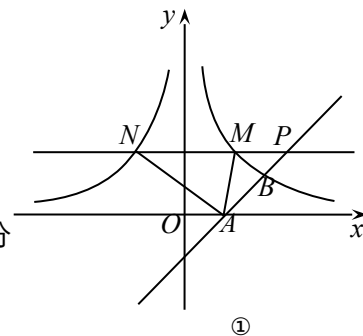
$\therefore MN = \frac{4}{p-1}$ $\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{p-1} \cdot (p-1) = 2$ 。 -----4分

① $p - 1 = 1$ ，即 $p = 2$ 时， P 与 B 重合， $\triangle APM$ 不存在。 -----5分

② 当 $p > 2$ 时 (如图①)，

$$S_{\triangle APM} = \frac{1}{2} (p - \frac{2}{p-1})(p-1) = \frac{1}{2} (p^2 - p - 2).$$

由 $S_{\triangle AMN} = 4S_{\triangle APM}$ ，得 $4 \cdot \frac{1}{2} (p^2 - p - 2) = 2$ 。 -----6分



解得 $p_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ (不合题意，舍去)， $p_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$ 。 -----7分

24. (本题满分 14 分)

(1) 解：(第 1 小问共 6 分，若有其他方法，请酌情给分)

$$\therefore AB \parallel CD$$

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$ -----1分

又 $\because AB, BC, CD$ 分别与 $\odot O$ 相切于点 E, F, G

$\therefore BO, CO$ 分别平分 $\angle ABC, \angle BCD$ -----2分

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ$ -----3分

又 \because 在 $Rt\triangle OBC$ 中, $\angle BOC = 90^\circ, OB = 6, OC = 8$

$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 10$ -----4分

$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot OF = \frac{1}{2} BO \cdot CO$ -----5分

即: $10 \times OF = 6 \times 8$

$\therefore OF = 4.8$ -----6分

(2) (第 2 小问共 4 分)

证法一: 连接 OE, OG -----1分

$\because BO$ 分别平分 $\angle ABC$

$\therefore \angle EBO = \angle FBO$

又 $\because AB, BC$ 分别与 $\odot O$ 相切于点 E, F

$\therefore \angle BEO = \angle BFO = 90^\circ$

$\therefore \angle BOE = \angle BOF$ -----2分

同理: $\angle COG = \angle COF$

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ$ -----3分

$\therefore \angle EOG = \angle EOB + \angle BOF + \angle COF + \angle COG = 180^\circ$ -----4分

$\therefore E, O, G$ 三点共线

证法二: 连接 OE, OG -----1分

$\because AB, BC, CD$ 分别与 $\odot O$ 相切于点 E, F, G

$\therefore \angle BFO = \angle BEO = \angle OGC = 90^\circ$

\therefore 在四边形 $OEBF$ 中, $\angle EBF + \angle EOF = 180^\circ$ -----2分

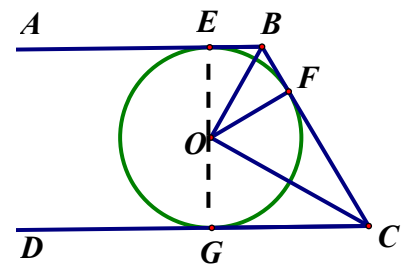
同理: $\angle GCF + \angle GOF = 180^\circ$

$\therefore \angle EBF + \angle EOF + \angle GCF + \angle GOF = 360^\circ$

又 $\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle EBF + \angle GCF = 180^\circ$ -----3分

$\therefore \angle EOF + \angle GOF = 180^\circ$



即：E, O, G 三点共线-----4分

(3) (第 3 小问共 4 分，若有其他方法，请酌情给分)

等式 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2}$ 成立。理由如下：-----1分

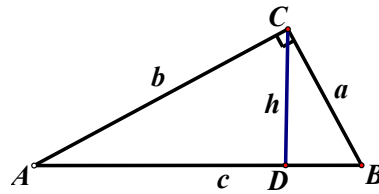
证法一： $\because \angle ACB = 90^\circ, CD \perp AB, \angle A$ 为公共角

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC} \quad \text{-----2分}$$

$$\therefore AC^2 = AD \cdot AB$$

$$\therefore b^2 = AD \cdot c$$



同理 $a^2 = BD \cdot c$

$$h^2 = AD \cdot BD \quad \text{-----3分}$$

$$\therefore \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{AD \cdot c} + \frac{1}{BD \cdot c} = \frac{1}{c} \cdot \frac{AD + BD}{AD \cdot BD} = \frac{1}{c} \cdot \frac{c}{h^2}$$

$$\therefore \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2} \quad \text{-----4分}$$

证法二： $\tan \angle CAB = \frac{a}{b} = \frac{h}{\sqrt{b^2 - h^2}}$ -----2分

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{h^2}{b^2 - h^2} \quad \text{-----3分}$$

$$\therefore a^2 b^2 = (a^2 + b^2) h^2 \quad \therefore \frac{a^2 b^2}{a^2 b^2 h^2} = \frac{(a^2 + b^2) h^2}{a^2 b^2 h^2}$$

$$\therefore \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2} \quad \text{-----4分}$$

证法三： $\angle ACB = 90^\circ, CD \perp AB$

$$\therefore \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} AB \cdot h \quad AB^2 = a^2 + b^2 \quad \text{-----2分}$$

$$\therefore ab = c \cdot h, \quad \therefore a^2b^2 = c^2 \cdot h^2$$

$$\therefore a^2b^2 = (a^2 + b^2)h^2 \text{-----3分}$$

$$\therefore \frac{a^2b^2}{a^2b^2h^2} = \frac{(a^2 + b^2)h^2}{a^2b^2h^2}$$

$$\therefore \frac{1}{h^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2}$$

$$\therefore \frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

$$\therefore \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{h^2} \text{-----4分}$$

25. (本题满分 14 分)

解：(1) 当 $m = 0$ 时， $y = x^2 - 6$ ，-----1分

令 $y = 0$ ，即 $x^2 - 6 = 0$ ，解得 $x = \pm\sqrt{6}$ ，

\therefore 当 $m = 0$ 时，该函数的零点为 $\sqrt{6}$ 和 $-\sqrt{6}$ 。-----2分

(2) 令 $y = 0$ ，即 $x^2 - 2mx - 2(m + 3) = 0$ ，

$$\Delta = (-2m)^2 - 4[-2(m+3)] = 4m^2 + 8m + 24 \text{-----1分}$$

$$\Delta = 4(m+1)^2 + 20$$

\therefore 无论 m 为何值， $4(m+1)^2 \geq 0$ ， $4(m+1)^2 + 20 > 0$ ，即 $\Delta > 0$ ，-----2分

\therefore 无论 m 为何值，方程 $x^2 - 2mx - 2(m + 3) = 0$ 总有两个不相等的实数根，

即该函数总有两个零点。-----3分

(3) 依题意有， $x_1 + x_2 = 2m$ ， $x_1x_2 = -2(m + 3)$ ，-----1分

由 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{4}$ 得 $\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = -\frac{1}{4}$ ，即 $\frac{2m}{-2(m+3)} = -\frac{1}{4}$ ，-----2分

解得 $m = 1$ 。-----3分

因此函数解析式为 $y = x^2 - 2x - 8$ ，

令 $y = 0$ ，解得 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 4$ ，

$\therefore A(-2, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，-----4分

作点 B 关于直线 $y = x - 10$ 的对称点 B' ，连结 AB' ，

则 AB' 与直线 $y = x - 10$ 的交点就是满足条件的 M 点.5 分

易求得直线 $y = x - 10$ 与 x 轴、 y 轴的交点分别为 $C(10, 0)$, $D(0, -10)$,6 分

连结 CB' , 则 $\angle BCD = 45^\circ$, $\therefore BC = CB' = 6$, $\angle B'CD = \angle BCD = 45^\circ$,
 $\therefore \angle BCB' = 90^\circ$. 即 $B'(10, -6)$7 分

设直线 AB' 的解析式为 $y = kx + b$, 则

$$\begin{cases} -2k + b = 0 \\ 10k + b = -6 \end{cases}, \text{解得 } k = -\frac{1}{2}, b = -1.$$

\therefore 直线 AB' 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - 1$,

即 AM 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - 1$9 分