

一元一次方程解的讨论

解含有字母系数的一元一次方程，最后都要化成 $ax = b$ 的形式，它的解有三种不同的情况：

1. 当 $a \neq 0$ 时，方程有唯一解；
2. 当 $a = 0, b = 0$ 时，方程有无数解；
3. 当 $a = 0, b \neq 0$ 时，方程无解。

下面举例予以分析说明。

例1. 解关于 x 的方程 $(a + 2)x = a - 3$

解：当 $a + 2 \neq 0$ ，即 $a \neq -2$ 时，方程有唯一解：
$$x = \frac{a - 3}{a + 2}$$

当 $a + 2 = 0$ ，即 $a = -2$ 时，原方程可化为： $0x = -5$ ，方程无解

总结：此方程为什么不存在无穷解呢？因为只有当方程可化为 $0x = 0$ 时，方程才能有无穷解，而当 $a + 2 = 0$ 时， $a - 3 \neq 0$ ； $a - 3 = 0$ 时， $a + 2 \neq 0$ ， a 不可能既等于 -2 又等于 3 。所以不存在无穷解。

例2. 解关于 x 的方程 $mx + n = nx + m$

解：原方程可化为 $(m - n)x = m - n$

当 $m - n \neq 0$ ，即 $m \neq n$ 时，方程有唯一解： $x = 1$

当 $m - n = 0$ ，即 $m = n$ 时，方程有无数解

总结：此方程没有无解的情况，因为方程可化为 $0x = 0$ ，而不会出现 $0x = b$ 的情形。

