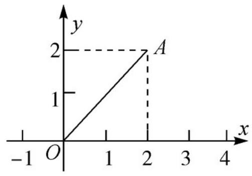
考点跟踪训练44　分类讨论型问题

一、选择题

1．如图，点 A 的坐标是(2,2)，若点 P 在 x 轴上，且△APO 是等腰三角形，则点 P 的坐标不可能是(　　)



A．(4,0)　　　　　B．(1,0)

C．(－2，0)　　　D．(2,0)

答案　B

解析　当 P 点坐标为(4,0)时，点 A 在 OP 的中垂线上，$OA＝PA$；当 P 点坐标为(－2，0)时，$OP＝OA＝2$；当 P 点坐标为(2,0)时，$OP＝AP＝2$，所以 P 点坐标不可能为(1,0)．

2．若函数 $y＝$则当函数值 $y＝8$ 时，自变量 x 的值是(　　)

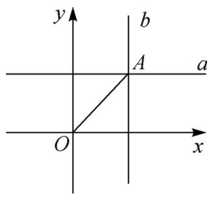
A．±　　　　　B．4

C．±或 4　　　　D．4 或－

答案　D

解析　当 $x\le 2$ 时，$x^2＋2＝8$，$x＝\pm$(舍去)；当 $x>2$ 时，$2x＝8$，$x＝4$.综上，$x＝－$或 $x＝4$.

3．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，分别平行 x、y 轴的两直线 a、b 相交于点 $A(3,4)$，连接 OA，若在直线 a 上存在点 P，使△AOP 是等腰三角形，那么所有满足条件的点 P 的坐标是(　　)



A．(8,4)

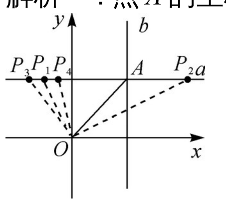
B．(8,4)或(－3,4)

C．(8,4)或(－3,4)或(－2,4)

D．(8,4)或(－3,4)或(－2,4)或

答案　D

解析　∵点 A 的坐标为(3,4)，



∴$OA＝＝5$.

当 $AP＝AO$ 时，

可知 $P_1(－2,4)$，$P_2(8,4)$，

当 $OP＝OA$ 时，可知 $P_3(－3,4)$，

当 $PO＝PA$ 时，设 $PO＝PA＝m$.

有 $(m－3)^2＋4^2＝m^2$，$m＝$ ，

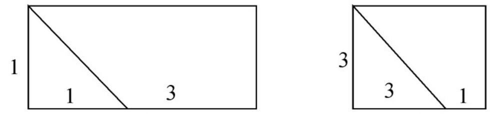
∴$m－3＝$ ，P_4，故选 D.

4．矩形一个内角的平分线分矩形一边长为 1 cm 和 3 cm 两部分，则这个矩形的面积为多少 cm^2？(　　)

A．4　B．12　C．4 或 12　D．6 或 8

答案　C

解析　如图①，$S_{矩形}=1\times(1+3)=4$；如图②，$S_{矩形}=3\times(3+1)=12$，故选C.



①　　②

5．若正比例函数 $y=2kx$ 与反比例函数 $y=(k\neq0)$的图象交于点 $A(m,1)$，则 k 的值是(　　)

A．－或 B．－或

C. D.

答案　B

解析　$A(m,1)$代入 $y=$ 中，得 $m=k$，代入 $y=2kx$ 中，得 $2k^2=1$，$k^2=$ ，所以 $k=\pm$.

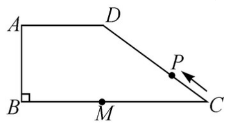
二、填空题

6．一个等腰三角形的一个外角等于 110°，则这个三角形的三个角应该为______________.

答案　70°，70°，40°或 55°，55°，70°

解析　当等腰三角形的底角的外角等于 110°时，其底角为 70°，顶角为 180°－70°×2＝40°；当等腰三角形的顶角的外角等于 110°时，其顶角为 70°，底角为＝55°.

7．如图所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle ABC=90°$，$AD=AB=6$，$BC=14$，点 M 是线段 BC 上一定点，且 $MC=8$.动点 P 从 C 点出发沿 $C\to D\to A\to B$ 的路线运动，运动到点 B 停止．在点 P 的运动过程中，使△PMC 为等腰三角形的点 P 有________个．



答案　4

解析　当 MC 为底边时，MC 的中垂线交 CD 于一点 P，该点能满足 $PM=PC$；当 MC 为腰时，分别以 C、M 为圆心，MC 长为半径画圆，⊙C 与 CD 交于一点 P，⊙M 与 AB、AD 各有一个交点，因此，满足条件的点 P 有 4 个．

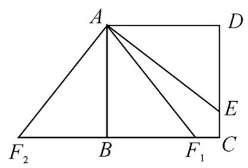
8．在△ABC 中 ，$AB=AC=12$ cm，$BC=6$ cm，D 为 BC 的中点，动点 P 从 B 点出发，以每秒 1 cm 的速度沿 $B\to A\to C$ 的方向运动，设运动的时间为 t 秒，过 D、P 两点的直线将△ABC 的周长分成两个部分，使其中一部分是另一部分的 2 倍，那么 t 的值为________．

答案　11 或 13

解析　当 $0<t\leq12$ 时，点 P 在 AB 上，$2(t+3)=12+3+(12-t)$，$t=11$；当 $12<t<24$ 时，点 P 在 AC 上，$2[3+(24-t)]=3+12+t$，解得 $t=13$.

9．(2010·上海)已知正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 DC 上，$DE=2$，$EC=1$，如图所示．把线段 AE 绕点 A 旋转，使点 E 落在直线 BC 上的点 F 处，则 F、C 两点的距离为_______．

答案　1 或 5



解析　题目里只说“旋转”，并没有说顺时针还是逆时针，而且说的是“直线 BC 上的点”，所以有两种情况如图所示：

旋转得到 F_1 点，则 $F_1C=1$；

旋转得到 F_2 点，则 $F_2B=DE=2$，$F_2C=F_2B+BC=5$.

10．如图，点 A、B 在直线 MN 上， $AB=11$ cm，⊙A、⊙B 的半径均为 1 cm，⊙A 以每秒 2 cm 的速度自左向右运动，与此同时，⊙B 的半径也不断增大，其半径 r(cm)与时间 t(秒)之间的关系式为 $r=1+t(t\geq0)$，当点 A 出发后________秒两圆相切．

答案　3或或11或13

解析　两圆相切可分为如下四种情况：

①当两圆第一次外切，由题意，

可得 $11-2t=1+1+t$，$t=3$；

②当两圆第一次内切，由题意，

可得 $11-2t=1+t-1$，$t=$ ；

③当两圆第二次内切，由题意，

可得 $2t-11=1+t-1$，$t=11$；

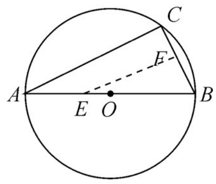
④当两圆第二次外切，由题意，

可得 $2t-11=1+t+1$，$t=13$.

所以，点 A 出发后3秒或秒或11秒或13秒两圆相切．

三、解答题

11．(2010·柳州)如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $BC=2$ cm，F 是弦 BC 的中点，$\angle ABC=60°$.若动点 E 以2 cm/s的速度从 A 点出发沿着 $A\to B\to A$ 方向运动，设运动时间为 t(s)$(0\leq t<3)$，连接 EF，当 t 值为多少时，△BEF 是直角三角形．



解　∵AB 是⊙O 的直径，

$\angle ABC=60°$，

∴$\angle C=90°$，$AB=2BC=4$.

当 $\angle BFE=90°$ 时，

∵F 是 BC 中点，

∴$BF=\times 2=1$.

在Rt△BEF 中，$\angle B=60°$，

∴$BE=2BF=2\times 1=2$，$AE=4-2=2$.

又∵$AE=2t$，∴$2t=2$，$t=1$.

当 $\angle BEF=90°$ 时，

在Rt△BEF 时，$BE=BF=$ ，

∴$AE=4-\ =3$，

∴$2t=3$，$t=1.75$.

同样，当 $t=1.75+\ =2.25$ 时，$\angle BEF=90°$.

综上，$t=1$ 或1.75或2.25.

12．(2011·南通)已知 $A(1,0)$，$B(0,-1)$，$C(-1,2)$，$D(2,-1)$，$E(4,2)$ 五个点，抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$，经过其中三个点．

(1)求证：C、E 两点不可能同时在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上；

(2)点 A 在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上吗？为什么？

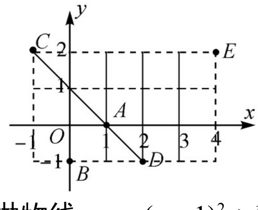
(3)求 a 和 k 的值．

解　(1)证明：将 C，E 两点的坐标代入 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$，得解得 $a=0$，

∴与条件 $a>0$ 不符，

∴C、E 两点不可能同时在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上．

(2)解法一：∵A、C、D 三点共线(如下图)，



∴A、C、D 三点也不可能同时在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上．

∴同时在抛物线上的三点有如下六种可能：

①A、B、C；

②A、B、E；

③A、B、D；

④A、D、E；

⑤B、C、D；

⑥B、D、E.

将①、②、③、④四种情况(都含A点)的三点坐标分别代入$y=a(x-1)^2+k(a>0)$，解得：①无解；②无解；③$a=-1$，与条件不符，舍去；④无解．

所以A点不可能在抛物线$y=a(x-1)^2+k(a>0)$上．

解法二：抛物线$y=a(x-1)^2+k(a>0)$的顶点为$(1，k)$，假设抛物线过$A(1,0)$，则点A必为抛物线$y=a(x-1)^2+k(a>0)$的顶点，由于抛物线的开口向上且必过五点A、B、C、D、E中的三点，所以必过x轴上方的另外两点C、E，这与(1)矛盾，所以A点不可能在抛物线$y=a(x-1)^2+k(a>0)$上．

(3)① 当抛物线经过(2)中⑤B、C、D三点时，则

解得

② 当抛物线经过(2)中⑥B、D、E三点时，同法可求：

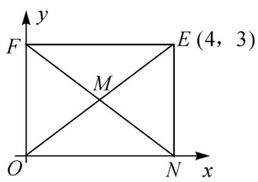
综上，a和k的值为或

13．(2011·贵阳)

【阅读】

在平面直角坐标系中，以任意两点$P(x_1，y_1)$、$Q(x_2，y_2)$为端点的线段中点坐标为(，)．

【运用】



(1)如图，矩形$ONEF$的对角线交于点M，ON、OF分别在x轴和y轴上，O为坐标原点，点E的坐标为(4,3)，则点M的坐标为__________；

(2)在直角坐标系中，有$A(-1,2)$，$B(3,1)$，$C(1,4)$三点，另有一点D与点A、B、C构成平行四边形的顶点，求点D的坐标．

解　(1)∵四边形$ONEF$是矩形，

∴点M是OE的中点．

∵$O(0,0)$，$E(4,3)$，

∴点M的坐标为(2，)．

(2)设点D的坐标为$(x，y)$．

若以AB为对角线，AC、BC为邻边构成平行四边形，则AB、CD的中点重合，

∴解得，

若以BC为对角线，AB、AC为邻边构成平行四边形，则AD、BC的中点重合，

∴解得，

若以AC为对角线，AB、BC为邻边构成平行四边形，则BD、AC的中点重合，

∴解得，

综上可知，点D的坐标为$(1，-1)$或$(5,3)$或$(-3,5)$．