

# 福建省三明市 2013 年中考数学试卷

一、选择题（共 10 题，每题 4 分，满分 40 分，每题只有一个正确选项，请在答题卡的相应位置填涂）

1. (4 分) (2013•三明)  $-6$  的绝对值是 ( )

- A.  $-6$                       B.  $-\frac{1}{6}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $6$

考 绝对值 .

点 :

分 根据绝对值的定义求解 .

析 :

解 解:  $|-6|=6$  .

答: 故选 D .

点 本题考查了绝对值的定义: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的

评: 相反数; 0 的绝对值是 0 .

2. (4 分) (2013•三明) 三明市地处福建省中西部, 面积为 22900 平方千米, 将 22900 用科学记数法表示为 ( )

- A.  $229 \times 10^2$                       B.  $22.9 \times 10^3$                       C.  $2.29 \times 10^4$                       D.  $0.229 \times 10^5$

考 科学记数法—表示较大的数 .

点 :

分 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时,

析: 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数 .



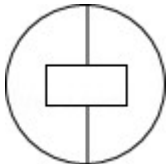

解 解: 将 22900 用科学记数法表示为  $2.29 \times 10^4$  .

答: 故选 C .

点 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a|$

评:  $< 10$ ,  $n$  为整数, 表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值 .

3. (4 分) (2013•三明) 下列图形中, 不是轴对称图形的是 ( )

- A.                       B.                       C.                       D. 

考 轴对称图形 .

点 :

分 根据轴对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解 .

析 :

解 解: A、不是轴对称图形, 故本选项正确;

答: B、是轴对称图形, 故本选项错误;

C、是轴对称图形，故本选项错误；

D、是轴对称图形，故本选项错误．

故选 A．

**点** 本题考查了轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠  
**评**：后可重合．

4．（4分）（2013•三明）计算 $\frac{a}{a-5} - \frac{5}{a-5}$ 的结果是（　　）

A．1

B．-1

C．0

D．a-5

**考** 分式的加减法．

**点**：

**专** 计算题．

**题**：

**分** 原式利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果．

**析**：

**解** 答：解：原式 $=\frac{a-5}{a-5}$

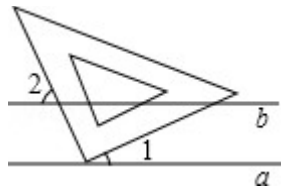
=1．

故选 A

**点** 此题考查了分式的加减法，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分

**评**：母．

5．（4分）（2013•三明）如图，直线 $a \parallel b$ ，三角板的直角顶点在直线 $a$ 上，已知 $\angle 1=25^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（　　）



A． $25^\circ$

B． $55^\circ$

C． $65^\circ$

D． $155^\circ$

**考** 平行线的性质．

**点**：

**分** 先根据平角等于 $180^\circ$ 求出 $\angle 3$ ，再利用两直线平行，同位角相等解答．

**析**：

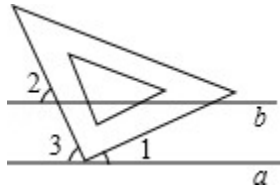
**解** 答：解： $\because \angle 1=25^\circ$ ，

$\therefore \angle 3=180^\circ - 90^\circ - 25^\circ=65^\circ$ ，

$\because a \parallel b$ ，

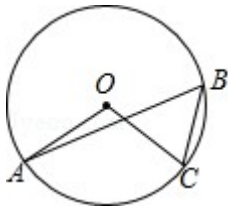
$\therefore \angle 2=\angle 3=65^\circ$ ．

故选 C．



**点评：** 本题考查了两直线平行，同位角相等的性质，熟记性质是解题的关键．

6. (4分) (2013•三明) 如图，A、B、C 是  $\odot O$  上的三点， $\angle AOC=100^\circ$ ，则  $\angle ABC$  的度数为 ( )



- A .  $30^\circ$                       B .  $45^\circ$                       C .  $50^\circ$                       D .  $60^\circ$

**考点：** 圆周角定理．

**分析：**

**解：** 根据同弧所对圆心角是圆周角 2 倍可求， $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 50^\circ$ ．

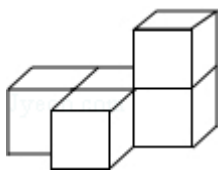
**解：**  $\because \angle AOC = 100^\circ$ ，

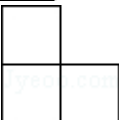
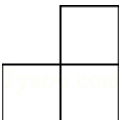
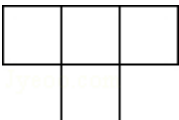

**答：**  $\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 50^\circ$ ．

故选 C．

**点评：** 此题主要考查圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

7. (4分) (2013•三明) 如图是由五个完全相同的小正方体组成的几何体，这个几何体的主视图是 ( )



- A .                       B .                       C .                       D . 

**考点：** 简单组合体的三视图．

**分析：**

**解：** 找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中．

**解：**

**解：** 从正面看易得第一层有 3 个正方形，第二层最右边有一个正方形．

答： 故选D .

点 本题考查了三视图的知识，属于基础题，注意主视图是从物体的正面看得到的视图 .

8 . (4分) (2013•三明) 为了解某小区家庭垃圾袋的使用情况，小亮随机调查了该小区10户家庭一周的使用数量，结果如下(单位：个)：

7, 9, 11, 8, 7, 14, 10, 8, 9, 7 . 关于这组数据，下列结论错误的是 ( )

A . 极差是7                  B . 众数是8                  C . 中位数是8.5                  D . 平均数是9

考 极差；加权平均数；中位数；众数 .

点：

分 根据极差、众数、中位数及平均数的定义，依次计算各选项即可作出判断 .

析：

解 解：A、极差=14 - 7=7，结论正确，故本选项错误；

答： B、众数为7，结论错误，故本选项正确；

C、中位数为8.5，结论正确，故本选项错误；

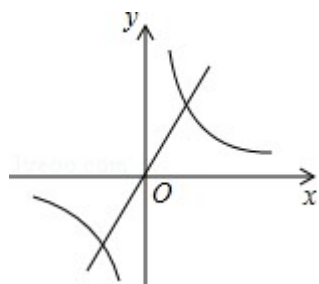
D、平均数是8，结论正确，故本选项错误；

故选B .

点 本题考查了极差、平均数、中位数及众数的知识，属于基础题，掌握各部分的定义

评： 及计算方法是解题关键 .

9 . (4分) (2013•三明) 如图，已知直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的一个交点坐标为(3, 4)，则它们的另一个交点坐标是 ( )



A . (-3, 4)                  B . (-4, -3)                  C . (-3, -4)                  D . (4, 3)

考 反比例函数图象的对称性 .

点：

分 反比例函数的图象是中心对称图形，则与经过原点的直线的两个交点一定关于原点对称 .

析：

解 解：因为直线 $y=mx$ 过原点，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的两个分支关于原点对称，

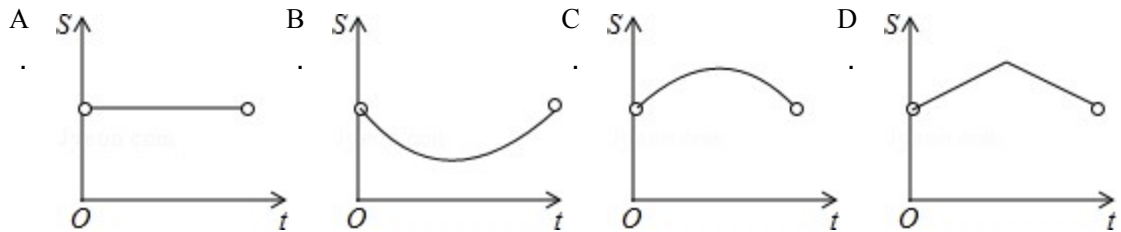
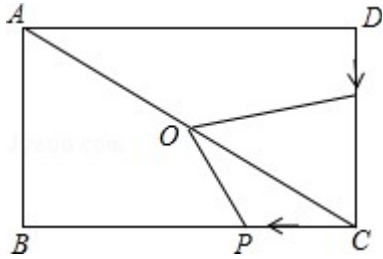
答： 所以其交点坐标关于原点对称，一个交点坐标为(3, 4)，另一个交点的坐标为(-3, -4) .

故选：C .

点 此题考查了函数交点的对称性，通过数形结合和中心对称的定义很容易解决 .

评：

10. (4分) (2013•三明) 如图，在矩形 ABCD 中，O 是对角线 AC 的中点，动点 P 从点 C 出发，沿 DC 方向匀速运动到终点 C. 已知 P, Q 两点同时出发，并同时到达终点，连接 OP, OQ. 设运动时间为 t，四边形 OPCQ 的面积为 S，那么下列图象能大致刻画 S 与 t 之间的关系的是 ( )



考点：动点问题的函数图象.

分析：

作  $OE \perp BC$  于 E 点， $OF \perp CD$  于 F 点设  $BC=a$ ， $AB=b$ ，点 P 的速度为  $x$ ，点 F 的速度为  $y$ ，则  $CP=xt$ ， $DQ=yt$ ， $CQ=b-yt$ ，根据矩形和中位线的性质得到  $OE=\frac{1}{2}b$ ， $OF=\frac{1}{2}a$ ，

根据 P, Q 两点同时出发，并同时到达终点，则  $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}$ ，即  $ay=bx$ ，然后利用

$S=S_{\triangle OCQ}+S_{\triangle OCP}=\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot (b-yt) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}b \cdot xt$ ，再整理得到  $S=\frac{1}{4}ab$  ( $0 < t < \frac{a}{x}$ )，根据此

解析式可判断函数图象线段 (端点除外)。

解：作  $OE \perp BC$  于 E 点， $OF \perp CD$  于 F 点，如图，设  $BC=a$ ， $AB=b$ ，点 P 的速度为  $x$ ，点 F 的速度为  $y$ ，

则  $CP=xt$ ， $DQ=yt$ ，所以  $CQ=b-yt$ ，

$\because O$  是对角线  $AC$  的中点，

$\therefore OE=\frac{1}{2}b$ ， $OF=\frac{1}{2}a$ ，

$\because P, Q$  两点同时出发，并同时到达终点，

$\therefore \frac{a}{x}=\frac{b}{y}$ ，即  $ay=bx$ ，

$\therefore S=S_{\triangle OCQ}+S_{\triangle OCP}$

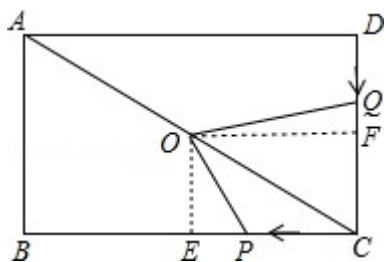
$=\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot (b-yt) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}b \cdot xt$

$$= \frac{1}{4}ab - \frac{1}{4}ayt + \frac{1}{4}bxt$$

$$= \frac{1}{4}ab \quad (0 < t < \frac{a}{x}) ,$$

∴ S 与 t 的函数图象为常函数，且自变量的范围为  $0 < t < \frac{a}{x}$  。

故选 A 。



**点** 本题考查了动点问题的函数图象：先根据几何性质得到与动点有关的两变量之间的  
**评：** 函数关系，然后利用函数解析式和函数性质画出其函数图象，注意自变量的取值范围。

## 二、填空题（共 6 题，每题 4 分，满分 24 分．请将答案填在答题卡的相应位置）

11. (4 分) (2013·三明) 分解因式： $x^2+6x+9= \underline{(x+3)^2}$  。

**考** 因式分解-运用公式法。

**点：**

**分** 直接用完全平方公式分解即可。

**析：**

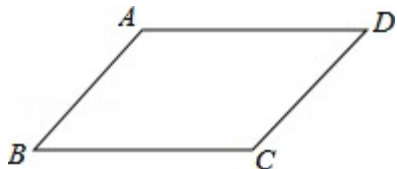
**解** 解： $x^2+6x+9= (x+3)^2$  。

**答：**

**点** 本题考查了公式法分解因式，熟记完全平方公式法结构特点是解题的关键。

**评：**

12. (4 分) (2013·三明) 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ，请你添加一个条件，使得四边形 ABCD 成为平行四边形，你添加的条件是 答案不唯一，如： $AB=CD$  或  $AD \parallel BC$  或  $\angle A = \angle C$  或  $\angle B = \angle D$  或  $\angle A + \angle B = 180^\circ$  或  $\angle C + \angle D = 180^\circ$  等 。



**考** 平行四边形的判定。

**点：**

**专** 开放型。

**题：**

**分** 已知  $AB \parallel CD$ ，可根据有一组边平行且相等的四边形是平行四边形来判定，也可根据

析： 两组分别平行的四边形是平行四边形来判定．

解： ∵在四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ，

答： ∴可添加的条件是： $AB=DC$ ，

∴四边形 ABCD 是平行四边形（一组对边平行且相等的四边形是平行四边形）

故答案为： $AB=CD$  或  $AD \parallel BC$  或  $\angle A = \angle C$  或  $\angle B = \angle D$  或  $\angle A + \angle B = 180^\circ$  或

$\angle C + \angle D = 180^\circ$  等．

点 此题主要考查学生对平行四边形的判定方法的理解能力，常用的平行四边形的判定

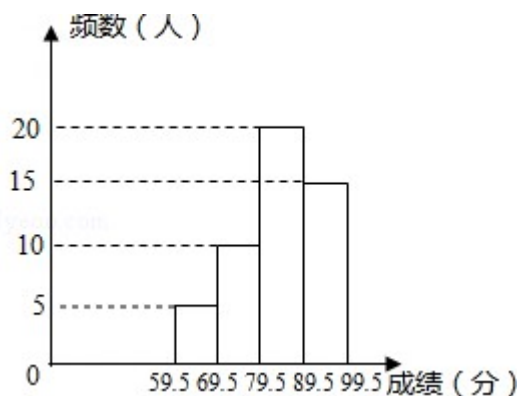
评： 方法有：（1）两组对边分别平行的四边形是平行四边形．（2）两组对边分别相等

的四边形是平行四边形．（3）一组对边平行且相等的四边形是平行四边形．（4）

两组对角分别相等的四边形是平行四边形．（5）对角线互相平分的四边形是平行四

边形．

13．（4分）（2013•三明）八年级（1）班全体学生参加了学校举办的安全知识竞赛，如图是该班学生竞赛成绩的频数分布直方图（满分为100分，成绩均为整数），若将成绩不低于90分的评为优秀，则该班这次成绩达到优秀的人数占全班人数的百分比是30%．



考 频数（率）分布直方图．

点：

分 首先求得总人数，确定优秀的人数，即可求得百分比．

析：

解：总人数是： $5+10+20+15=50$ （人），优秀的人数是：15人，

答： 则该班这次成绩达到优秀的人数占全班人数的百分比是： $\frac{15}{50} \times 100\% = 30\%$ ．

故答案是：30%．

点 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力．利用统计图获取

评： 信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题．

14．（4分）（2013•三明）观察下列各数，它们是按一定规律排列的，则第n个数是    

$$\frac{2^n - 1}{2^n} .$$

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \frac{31}{32}, \dots$$

考点：规律型：数字的变化类．

专题：规律型．

分析：观察不难发现，分母为2的指数次幂，分子比分母小1，根据此规律解答即可．

解：∵ $2=2^1$ ， $4=2^2$ ， $8=2^3$ ， $16=2^4$ ， $32=2^5$ ，…

∴第n个数的分母是 $2^n$ ，

又∵分子都比相应的分母小1，

∴第n个数的分子为 $2^n - 1$ ，

∴第n个数是 $\frac{2^n - 1}{2^n}$ ．

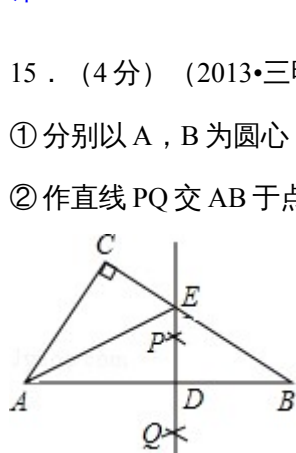
故答案为： $\frac{2^n - 1}{2^n}$ ．

点评：本题是对数字变化规律的考查，熟练掌握2的指数次幂是解题的关键．

15．（4分）（2013•三明）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle CAB=60^\circ$ ，按以下步骤作图：

①分别以A，B为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径做弧，两弧相交于点P和Q．

②作直线PQ交AB于点D，交BC于点E，连接AE．若 $CE=4$ ，则 $AE=$  8 ．



考点：作图—复杂作图；线段垂直平分线的性质；含30度角的直角三角形．

分析：根据垂直平分线的作法得出PQ是AB的垂直平分线，进而得出

$\angle EAB = \angle CAE = 30^\circ$ ，即可得出AE的长．

解：由题意可得出：PQ是AB的垂直平分线，

∴ $AE = BE$ ，

∵在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle CAB = 60^\circ$ ，

∴ $\angle CBA = 30^\circ$ ，

∴ $\angle EAB = \angle CAE = 30^\circ$ ，

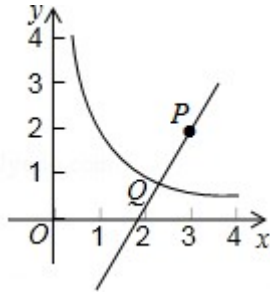
∴ $CE = \frac{1}{2}AE = 4$ ，

∴ $AE = 8$ ．

故答案为：8 .

**点** 此题主要考查了垂直平分线的性质以及直角三角形中， $30^\circ$ 所对直角边等于斜边的一  
**评**：半，根据已知得出 $\angle EAB = \angle CAE = 30^\circ$ 是解题关键 .

16 . (4分) (2013•三明) 如图，已知一次函数  $y=kx+b$  的图象经过点  $P(3, 2)$ ，与反比例函数  $y=\frac{2}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象交于点  $Q(m, n)$  . 当一次函数  $y$  的值随  $x$  值的增大而增大时， $m$  的取值范围是  $1 < m < 3$  .



**考** 反比例函数与一次函数的交点问题 .

**点**：

**专** 数形结合 .

**题**：

**分** 过点  $P$  分别作  $y$  轴与  $x$  轴的垂线，分别交反比例函数图象于  $A$  点和  $B$  点，先确定  $A$   
**析**：点与  $B$  点坐标，由于一次函数  $y$  的值随  $x$  值的增大而增大，则一次函数图象必过第一、三象限，所以  $Q$  点只能在  $A$  点与  $B$  点之间，于是可确定  $m$  的取值范围是  $1 < m < 3$  .

**解**：过点  $P$  分别作  $y$  轴与  $x$  轴的垂线，分别交反比例函数图象于  $A$  点和  $B$  点，如  
**答**：图，

把  $y=2$  代入  $y=\frac{2}{x}$  得  $x=1$ ；把  $x=3$  代入  $y=\frac{2}{x}$  得  $y=\frac{2}{3}$ ，

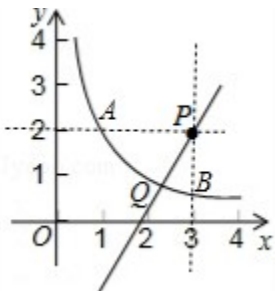
所以  $A$  点坐标为  $(1, 2)$ ， $B$  点坐标为  $(3, \frac{2}{3})$ ，

因为一次函数  $y$  的值随  $x$  值的增大而增大，

所以  $Q$  点只能在  $A$  点与  $B$  点之间，

所以  $m$  的取值范围是  $1 < m < 3$  .

故答案为  $1 < m < 3$  .



**点** 本题考查两反比例函数图象与一次函数的交点问题：反比例函数与一次函数的图象  
**评**：的交点坐标满足两函数的解析式 . 也考查了一次函数的性质 .

三、解答题 (共 7 题, 满分 86 分. 请将解答过程写在答题卡的相应位置)

17. (14 分) (2013·三明) (1) 计算:  $(-2)^2 + \sqrt{9} - 2\sin 30^\circ$ ;

(2) 先化简, 再求值:  $(a+2)(a-2) + 4(a+1) - 4a$ , 其中  $a = \sqrt{2} - 1$ .

**考点:** 整式的混合运算—化简求值; 实数的运算; 特殊角的三角函数值

**分析:**

(1) 原式第一项表示两个 -2 的乘积, 第二项利用平方根的定义化简, 最后一项利用特殊角的三角函数值化简, 计算即可得到结果;

(2) 原式第一项利用平方差公式化简, 第二项利用单项式乘多项式法则计算, 去括号合并得到最简结果, 将 a 的值代入计算即可求出值.

**解答:**

解: (1) 原式  $= 4 + 3 - 2 \times \frac{1}{2} = 4 + 3 - 1 = 6$ ;

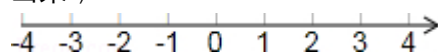
(2) 原式  $= a^2 - 4 + 4a + 4 - 4a = a^2$ ,

当  $a = \sqrt{2} - 1$  时, 原式  $= (\sqrt{2} - 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$ .

**点评:** 此题考查了整式的混合运算—化简求值, 以及实数的运算, 涉及的知识有: 完全平方公式, 平方差公式, 单项式乘多项式, 去括号法则, 以及合并同类项法则, 熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

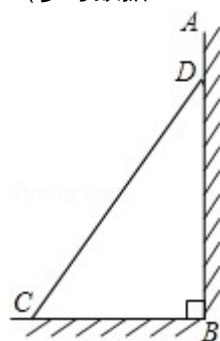
18. (16 分) (2013·三明) (1) 解不等式组  $\begin{cases} x - 3 \leq 0 \\ 5(x - 1) + 6 > 4x \end{cases}$  并把解集在数轴上表示

出来;



(2) 如图, 已知墙高 AB 为 6.5 米, 将一长为 6 米的梯子 CD 斜靠在墙面, 梯子与地面所成的角  $\angle BCD = 55^\circ$ , 此时梯子的顶端与墙顶的距离 AD 为多少米? (结果精确到 0.1 米)

(参考数据:  $\sin 55^\circ \approx 0.82$ ,  $\cos 55^\circ \approx 0.57$ ,  $\tan 55^\circ \approx 1.43$ )



**考点:** 解直角三角形的应用-坡度坡角问题; 在数轴上表示不等式的解集; 解一元一次不等

**式组**

**分析:** (1) 先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 然后利用数轴表示

**不等式组的解集即可;**

(2) 在  $Rt\triangle BCD$  中, 根据  $\angle BCD = 55^\circ$ ,  $CD = 6$  米, 解直角三角形求出 BD 的长度, 继而可求得  $AD = AB - BD$  的长度.

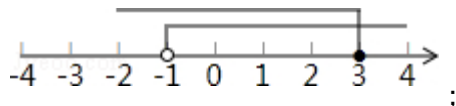
解： (1) 
$$\begin{cases} x - 3 \leq 0 & \text{①} \\ 5(x - 1) + 6 > 4x & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x \leq 3$ ，

解不等式②得： $x > -1$ ，

则不等式的解集为： $-1 < x \leq 3$ ，

不等式组的解集在数轴上表示为：



(2) 在  $Rt\triangle BCD$  中，

$\because \angle DBC = 90^\circ$ ， $\angle BCD = 55^\circ$ ， $CD = 6$  米，

$\therefore BD = CD \times \sin \angle BCD = 6 \times \sin 55^\circ \approx 6 \times 0.82 = 4.92$  (米)，

$\therefore AD = AB - BD \approx 6.5 - 4.92 = 1.58 \approx 1.6$  (米)。

答：梯子的顶端与墙顶的距离  $AD$  为 1.6 米。

**点** (1) 本题考查了解一元一次不等式组的知识，解答本题的关键是掌握一元一次不等式组的解法：先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，然后利用数轴表示不等式组的解集即可；

(2) 本题考查了解直角三角形的应用的知识，解答本题的关键是根据已知条件构造直角三角形并利用解直角三角形的知识求解，难度适中。

19. (10分) (2013·三明) 三张卡片的正面分别写有数字 2, 5, 5, 卡片除数字外完全相同，将它们洗匀后，背面朝上放置在桌面上。

(1) 从中任意抽取一张卡片，该卡片上数字是 5 的概率为  $\frac{2}{3}$ ；

(2) 学校将组织部分学生参加夏令营活动，九年级 (1) 班只有一个名额，小刚和小芳都想去，于是利用上述三张卡片做游戏决定谁去，游戏规则是：从中任意抽取一张卡片，记下数字放回，洗匀后再任意抽取一张，将抽取的两张卡片上的数字相加，若和等于 7，小刚去；若和等于 10，小芳去；若是其他数，游戏重新开始。你认为游戏对双方公平吗？请用画树状图或列表的方法说明理由。

**考** 游戏公平性；概率公式；列表法与树状图法。

**点**：

**分** (1) 根据三张卡片的正面分别写有数字 2, 5, 5, 再根据概率公式即可求出答案；

**析** (2) 根据题意列出图表，再根据概率公式求出和为 7 和和为 10 的概率，即可得出游戏的公平性。

**解** 解：(1)  $\because$  三张卡片的正面分别写有数字 2, 5, 5, 卡片除数字外完全相同，

**答**  $\therefore$  从中任意抽取一张卡片，该卡片上数字是 5 的概率为： $\frac{2}{3}$ ；

故答案为： $\frac{2}{3}$ ；

(2) 根据题意列表如下：

	2	5	5
2	(2, 2) (4)	(2, 5) (7)	(2, 5) (7)
5	(5, 2) (7)	(5, 5) (10)	(5, 5) (10)
5	(5, 2) (7)	(5, 5) (10)	(5, 5) (10)

∴共有 9 种可能的结果，其中数字和为 7 的共有 4 种，数字和为 10 的共有 4 种，

$$\therefore P(\text{数字和为 } 7) = \frac{4}{9}, P(\text{数字和为 } 10) = \frac{4}{9},$$

$$\therefore P(\text{数字和为 } 7) = P(\text{数字和为 } 10),$$

∴游戏对双方公平。

**点评：** 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率。列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件。游戏双方获胜的概率相同，游戏就公平，否则游戏不公平。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

20. (10分) (2013•三明) 兴发服装店老板用 4500 元购进一批某款 T 恤衫，由于深受顾客喜爱，很快售完，老板又用 4950 元购进第二批该款式 T 恤衫，所购数量与第一批相同，但每件进价比第一批多了 9 元。

(1) 第一批该款式 T 恤衫每件进价是多少元？

(2) 老板以每件 120 元的价格销售该款式 T 恤衫，当第二批 T 恤衫售出  $\frac{4}{5}$  时，出现了滞销，

于是决定降价促销，若要使第二批的销售利润不低于 650 元，剩余的 T 恤衫每件售价至少要多少元？(利润=售价-进价)

**考点：** 分式方程的应用；一元一次不等式的应用。

**分析：**

(1) 设第一批 T 恤衫每件进价是 x 元，则第二批每件进价是 (x+9) 元，再根据等量关系：第二批进的件数=第一批进的件数可得方程；

(2) 设剩余的 T 恤衫每件售价 y 元，由利润=售价-进价，根据第二批的销售利润不低于 650 元，可列不等式求解。

**解：** (1) 设第一批 T 恤衫每件进价是 x 元，由题意，得

$$\frac{4500}{x} = \frac{4950}{x+9},$$

解得 x=90，

经检验 x=90 是分式方程的解，符合题意。

答：第一批 T 恤衫每件的进价是 90 元；

(2) 设剩余的 T 恤衫每件售价 y 元。

由 (1) 知，第二批购进  $\frac{4950}{99} = 50$  件。

由题意，得  $120 \times 50 \times \frac{4}{5} + y \times 50 \times \frac{1}{5} - 4950 \geq 650$ ，

解得  $y \geq 80$ 。

答：剩余的T恤衫每件售价至少要80元。

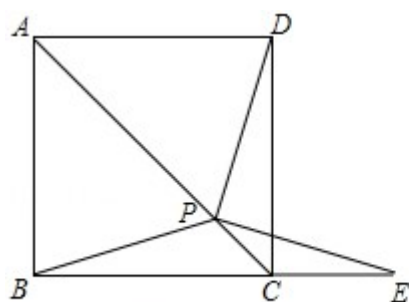
**点** 本题考查分式方程、一元一次不等式的应用，关键是根据数量作为等量关系列出方程，根据利润作为不等关系列出不等式求解。

21. (10分) (2013•三明) 如图①，在正方形ABCD中，P是对角线AC上的一点，点E在BC的延长线上，且PE=PB。

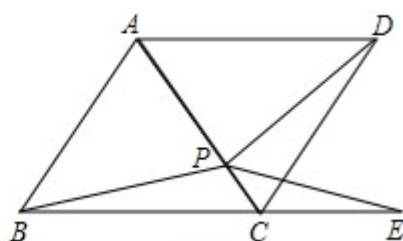
(1) 求证： $\triangle BCP \cong \triangle DCP$ ；

(2) 求证： $\angle DPE = \angle ABC$ ；

(3) 把正方形ABCD改为菱形，其它条件不变(如图②)，若 $\angle ABC = 58^\circ$ ，则 $\angle DPE =$  58 度。



图①



图②

**考** 正方形的性质；全等三角形的判定与性质；菱形的性质。

**点**：

**专** 证明题。

**题**：

**分** (1) 根据正方形的四条边都相等可得  $BC=DC$ ，对角线平分一组对角可得

**析**  $\angle BCP = \angle DCP$ ，然后利用“边角边”证明即可；

(2) 根据全等三角形对应角相等可得  $\angle CBP = \angle CDP$ ，根据等边对等角可得  $\angle CBP = \angle E$ ，然后求出  $\angle DPE = \angle DCE$ ，再根据两直线平行，同位角相等可得  $\angle DCE = \angle ABC$ ，从而得证；

(3) 根据(2)的结论解答。

**解** (1) 证明：在正方形ABCD中， $BC=DC$ ， $\angle BCP = \angle DCP = 45^\circ$ ，

**答**： $\therefore$ 在 $\triangle BCP$ 和 $\triangle DCP$ 中，

$$\begin{cases} BC=DC \\ \angle BCP=\angle DCP, \\ PC=PC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCP \cong \triangle DCP$  (SAS)；

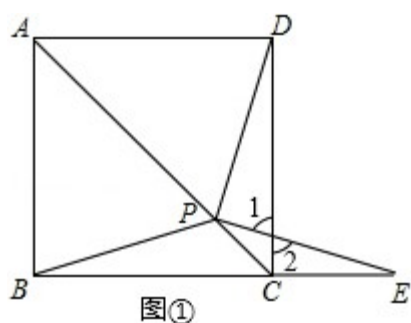
(2) 证明：由(1)知， $\triangle BCP \cong \triangle DCP$ ，

$\therefore \angle CBP = \angle CDP$ ，

$\therefore PE = PB$ ，

$\therefore \angle CBP = \angle E$  ,  
 $\therefore \angle DPE = \angle DCE$  ,  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (对顶角相等) ,  
 $\therefore 180^\circ - \angle 1 - \angle CDP = 180^\circ - \angle 2 - \angle E$  ,  
 即  $\angle DPE = \angle DCE$  ,  
 $\therefore AB \parallel CD$  ,  
 $\therefore \angle DCE = \angle ABC$  ,  
 $\therefore \angle DPE = \angle ABC$  ;

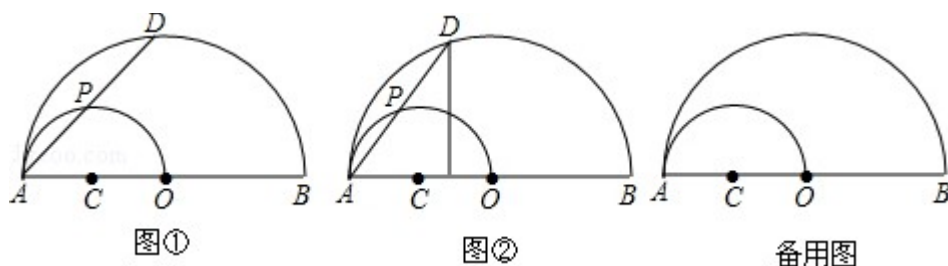
(3) 解：与 (2) 同理可得： $\angle DPE = \angle ABC$  ,  
 $\therefore \angle ABC = 58^\circ$  ,  
 $\therefore \angle DPE = 58^\circ$  .  
 故答案为：58 .



**点** 本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，菱形的性质，等边对等角的  
**评：** 性质，熟记正方形的性质确定出  $\angle BCP = \angle DCP$  是解题的关键 .

22 . (12分) (2013•三明) 如图①，AB是半圆O的直径，以OA为直径作半圆C，P是半圆C上的一个动点 (P与点A，O不重合)，AP的延长线交半圆O于点D，其中  $OA=4$  .

- (1) 判断线段AP与PD的大小关系，并说明理由；
- (2) 连接OD，当OD与半圆C相切时，求  $\widehat{AP}$  的长；
- (3) 过点D作  $DE \perp AB$ ，垂足为E (如图②)，设  $AP=x$ ， $OE=y$ ，求y与x之间的函数关系式，并写出x的取值范围 .



**考** 圆的综合题 .

**点：**

**分** (1)  $AP=PD$  .理由如下：如图①，连接OP .利用圆周角定理知  $OP \perp AD$  .然后由  
**析：** 等腰三角形“三合一”的性质证得  $AP=PD$  ;

(2) 由三角形中位线的定义证得 CP 是  $\triangle AOD$  的中位线, 则  $PC \parallel DO$ , 所以根据平行线的性质、切线的性质易求弧 AP 所对的圆心角  $\angle ACP=90^\circ$ ;

(3) 分类讨论: 点 E 落在线段 OA 和线段 OB 上, 这两种情况下的 y 与 x 的关系式. 这两种情况都是根据相似三角形 ( $\triangle APO \sim \triangle AED$ ) 的对应边成比例来求 y 与 x 之间的函数关系式的.

**解:** (1)  $AP=PD$ . 理由如下:

**答:** 如图①, 连接 OP.

$\because$  OA 是半圆 C 的直径,  
 $\therefore \angle APO=90^\circ$ , 即  $OP \perp AD$ .  
 又  $\because$  OA=OD,  
 $\therefore AP=PD$ ;

(2) 如图①, 连接 PC、OD.

$\because$  OD 是半圆 C 的切线,  
 $\therefore \angle AOD=90^\circ$ .

由 (1) 知,  $AP=PD$ .

又  $\because$  AC=OC,  
 $\therefore PC \parallel OD$ ,  
 $\therefore \angle ACP = \angle AOD = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \widehat{AP}$  的长  $= \frac{90\pi \times 2}{180} = \pi$ ;

(3) 分两种情况:

① 当点 E 落在 OA 上 (即  $0 < x \leq 2\sqrt{2}$  时), 如图②, 连接 OP, 则  $\angle APO = \angle AED$ .

又  $\because \angle A = \angle A$ ,

$\therefore \triangle APO \sim \triangle AED$ ,

$$\therefore \frac{AP}{AE} = \frac{AO}{AD}$$

$\because AP=x$ ,  $AO=4$ ,  $AD=2x$ ,  $AE=4-y$ ,

$$\therefore \frac{x}{4-y} = \frac{4}{2x}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 4 \quad (0 < x \leq 2\sqrt{2}) ;$$

② 当点 E 落在线段 OB 上 (即  $2\sqrt{2} < x < 4$ ) 时, 如图③, 连接 OP.

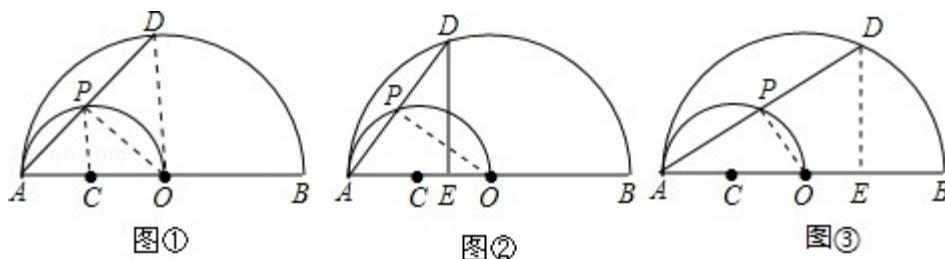
同①可得,  $\triangle APO \sim \triangle AED$ ,

$$\therefore \frac{AP}{AE} = \frac{AO}{AD}$$

$\because AP=x$ ,  $AO=4$ ,  $AD=2x$ ,  $AE=4+y$ ,

$$\therefore \frac{x}{4+y} = \frac{4}{2x}$$

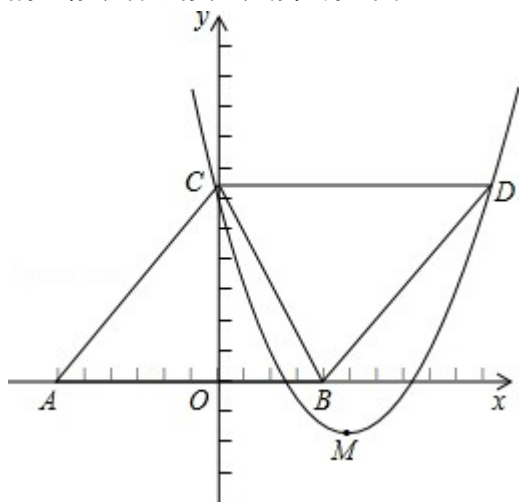
$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 + 4 \quad (2\sqrt{2} < x < 4) .$$



**点** 本题综合考查了圆周角定理、圆的切线的性质以及相似三角形的判定与性质。解答  
**评：** (3) 题时，要分类讨论，以防漏解。解答几何问题时，要数形结合，使抽象的问题变得形象化，降低题的难度与梯度。

23. (14分) (2013·三明) 如图， $\triangle ABC$  的顶点坐标分别为  $A(-6, 0)$ ， $B(4, 0)$ ， $C(0, 8)$ ，把  $\triangle ABC$  沿直线  $BC$  翻折，点  $A$  的对应点为  $D$ ，抛物线  $y=ax^2-10ax+c$  经过点  $C$ ，顶点  $M$  在直线  $BC$  上。

- (1) 证明四边形  $ABCD$  是菱形，并求点  $D$  的坐标；
- (2) 求抛物线的对称轴和函数表达式；
- (3) 在抛物线上是否存在点  $P$ ，使得  $\triangle PBD$  与  $\triangle PCD$  的面积相等？若存在，直接写出点  $P$  的坐标；若不存在，请说明理由。



**考** 二次函数综合题

**点：**

**分** (1) 根据两点之间的距离公式，勾股定理，翻折的性质可得  $AB=BD=CD=AC$ ，根据菱形的判定和性质可得点  $D$  的坐标；

**析：** (2) 根据对称轴公式可得抛物线的对称轴，设  $M$  的坐标为  $(5, n)$ ，直线  $BC$  的解析式为  $y=kx+b$ ，根据待定系数法可求  $M$  的坐标，再根据待定系数法求出抛物线的函数表达式；

(3) 分点  $P$  在  $CD$  的上面和点  $P$  在  $CD$  的下面两种情况，根据等底等高的三角形面积相等可求点  $P$  的坐标。

**解**

**答：**

(1) 证明： $\because A(-6, 0)$ ， $B(4, 0)$ ， $C(0, 8)$ ，

$$\therefore AB=6+4=10, AC=\sqrt{6^2+8^2}=10,$$

$\therefore AB=AC$  ,  
 由翻折可得,  $AB=BD$  ,  $AC=CD$  ,  
 $\therefore AB=BD=CD=AC$  ,  
 $\therefore$  四边形  $ABCD$  是菱形 ,  
 $\therefore CD \parallel AB$  ,  
 $\therefore C(0, 8)$  ,  
 $\therefore$  点  $D$  的坐标是  $(10, 8)$  ;

(2)  $\therefore y=ax^2-10ax+c$  ,  
 $\therefore$  对称轴为直线  $x=-\frac{-10a}{2a}=5$  .

设  $M$  的坐标为  $(5, n)$  , 直线  $BC$  的解析式为  $y=kx+b$  ,

$$\therefore \begin{cases} 0=4k+b \\ 8=b \end{cases} ,$$

解得  $\begin{cases} k=-2 \\ b=8 \end{cases}$  .

$\therefore y=-2x+8$  .  
 $\therefore$  点  $M$  在直线  $y=-2x+8$  上 ,  
 $\therefore n=-2 \times 5+8=-2$  .

又  $\therefore$  抛物线  $y=ax^2-10ax+c$  经过点  $C$  和  $M$  ,

$$\therefore \begin{cases} c=8 \\ 25a-50a+c=-2 \end{cases} ,$$

解得  $\begin{cases} a=\frac{2}{5} \\ c=8 \end{cases}$  .

$\therefore$  抛物线的函数表达式为  $y=\frac{2}{5}x^2-4x+8$  ;

(3) 存在 .

$\triangle PBD$  与  $\triangle PCD$  的面积相等, 点  $P$  的坐标为  $P_1(\frac{5}{4}, \frac{29}{8})$  ,  $P_2(-5, 38)$  .

点 考查了二次函数综合题, 涉及的知识点有: 两点之间的距离公式, 勾股定理, 翻折  
 评: 的性质, 菱形的判定和性质, 对称轴公式, 待定系数法的运用, 等底等高的三角形  
 面积相等, 分类思想的运用 .