2014年四川省自贡市中考数学试卷

一、选择题：（共10小题，每小题4分，共40分）

1．（4分）（2014年四川自贡）比﹣1大1的数是（　　）

A． 2　B． 1　C． 0　D． ﹣2．

考点：　有理数的加法．

分析：　根据有理数的加法，可得答案．

解答：　解：（﹣1）+1=0，

比﹣1大1的数，0，

故选：C．

点评：　本题考查了有理数的加法，互为相反数的和为0．

2．（4分）（2014年四川自贡）（x^4）^{2}等于（　　）

A． x^6　B． x^8　C． x^{16}　D． $2x^4$

考点：　幂的乘方与积的乘方．

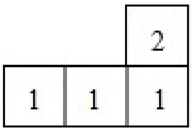
分析：　根据幂的乘方等于底数不变指数相乘，可得答案．

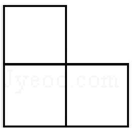
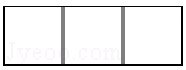
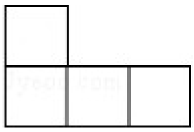
解答：　解：原式$=x^{4\times2}=x^8$，

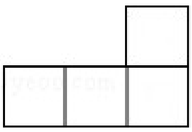
故选：B．

点评：　本题考查了幂的乘方，底数不变指数相乘是解题关键．

3．（4分）（2014年四川自贡）如图，是由几个小立方体所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示在该位置上的立方体的个数，这个几何体的正视图是（　　）



A．　B．　C．

D．

考点：　由三视图判断几何体；简单组合体的三视图．

分析：　由俯视图，想象出几何体的特征形状，然后按照三视图的要求，得出该几何体的正视图和侧视图．

解答：　解：由俯视图可知，小正方体的只有2排，前排右侧1叠3块；

后排从做至右木块个数1，1，2；

故选D．

点评：　本题是基础题，考查空间想象能力，绘图能力，常考题型．

4．（4分）（2014年四川自贡）拒绝"餐桌浪费"刻不容缓，据统计全国每年浪费食物总量约为50000000000千克，这个数据用科学记数法表示为（　　）

A．5×10^{10}　B．0.5×10^{11}　C．5×10^{11}　D．0.5×10^{10}

考点：　科学记数法—表示较大的数．

分析：　科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数．

解答：　解：将50000000000用科学记数法表示为：5×10^{10}．

故选：A．

点评：　此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

5．（4分）（2014年四川自贡）一元二次方程$x^2-4x+5=0$的根的情况是（　　）

A．有两个不相等的实数根　B．有两个相等的实数根

C．只有一个实数根　D．没有实数根

考点：　根的判别式．

分析：　把a=1，b=－4，c=5代入$\triangle=b^2-4ac$进行计算，根据计算结果判断方程根的情况．

解答：　解：∵a=1，b=－4，c=5，

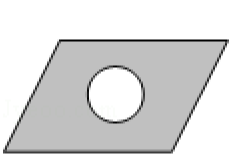
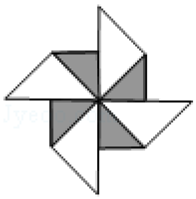
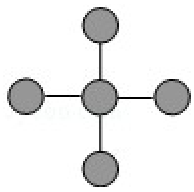
$\therefore\triangle=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times5=-4<0$，

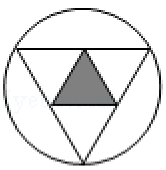
所以原方程没有实数根．

故选：D．

点评：　本题考查了一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（a≠0，a，b，c为常数）的根的判别式$\triangle=b^2-4ac$．当$\triangle>0$，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$，方程没有实数根．

6．（4分）（2014年四川自贡）下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A． B． C．

D．

考点：　中心对称图形；轴对称图形．

专题：　常规题型．

分析：　根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．
解答：　解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；
B、不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；
C、既是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；
D、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意．
故选C．
点评：　本题考查了中心对称及轴对称的知识，解题时掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合．

7．（4分）（2014年四川自贡）一组数据，6、4、a、3、2的平均数是5，这组数据的方差为（　　）

A．8　B．5　C．$2\sqrt{2}$　D．3．

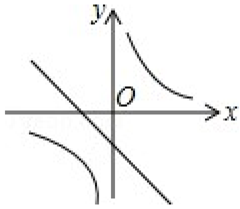
考点：　方差；算术平均数．
分析：　根据平均数的计算公式先求出a的值，再根据方差公式 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$，代数计算即可．
解答：　解：∵6、4、a、3、2的平均数是5，
∴（6+4+a+3+2）÷5=5，
解得：a=10，
则这组数据的方差 $S^2=\frac{1}{5}[(6-5)^2+(4-5)^2+(10-5)^2+(3-5)^2+(2-5)^2]=8$；
故选A．
点评：　本题考查了方差，一般地设n个数据，x_1，x_2，…x_n的平均数为$\overline{x}$，则方差 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$．

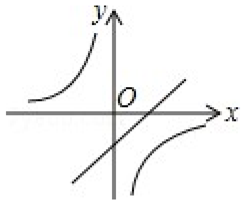
8．（4分）（2014年四川自贡）一个扇形的半径为8cm，弧长为$\frac{16}{3}\pi$cm，则扇形的圆心角为（　　）

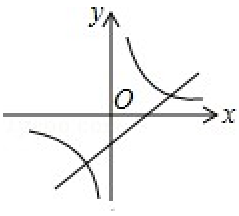
A．60°　B．120°　C．150°　D．180°

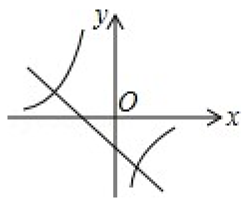
考点：　弧长的计算．
分析：　首先设扇形圆心角为x°，根据弧长公式可得：$\frac{n\cdot\pi\cdot 8}{180}=\frac{16}{3}\pi$，再解方程即可．
解答：　解：设扇形圆心角为x°，根据弧长公式可得：$\frac{n\cdot\pi\cdot 8}{180}=\frac{16}{3}\pi$，
解得：n=120，
故选：B．
点评：　此题主要考查了弧长计算，关键是掌握弧长计算公式：$l=\frac{n\pi r}{180}$．

9．（4分）（2014年四川自贡）关于x的函数y=k（x+1）和$y=\frac{k}{x}$（k≠0）在同一坐标系中的图象大致是（　　）

A．

B．

C．

D．

考点：　反比例函数的图象；一次函数的图象．

分析：　根据反比例函数的比例系数可得经过的象限，一次函数的比例系数和常数项可得一次函数图象经过的象限．

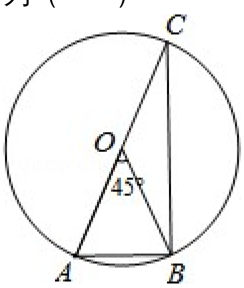
解答：　解：若k＞0时，反比例函数图象经过一三象限；一次函数图象经过一二三象限，所给各选项没有此种图形；

若k＜0时，反比例函数经过二四象限；一次函数经过二三四象限，D答案符合；

故选D．

点评：　考查反比例函数和一次函数图象的性质；若反比例函数的比例系数大于0，图象过一三象限；若小于0则过二四象限；若一次函数的比例系数大于0，常数项大于0，图象过一二三象限；若一次函数的比例系数小于0，常数项小于0，图象过二三四象限．

10．（4分）（2014年四川自贡）如图，在半径为1的⊙O中，∠AOB=45°，则sinC的值为（　　）



A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　B．$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$　C．$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$　D．$\frac{\sqrt{2}}{4}$

考点：　圆周角定理；勾股定理；锐角三角函数的定义．

专题：　压轴题．

分析：　首先过点A作AD⊥OB于点D，由在Rt△AOD中，∠AOB=45°，可求得AD与OD的长，继而可得BD的长，然后由勾股定理求得AB的长，继而可求得sinC的值．

解答：　解：过点A作AD⊥OB于点D，

∵在Rt△AOD中，∠AOB=45°，

∴$OD=AD=OA\cdot\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}\times1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴$BD=OB-OD=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

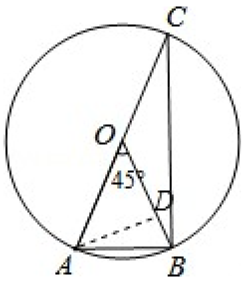
∴$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{2-\sqrt{2}}$，

∵AC是⊙O的直径，

∴∠ABC=90°，AC=2，

∴$\sin C=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$．

故选B．



点评：　此题考查了圆周角定理、三角函数以及勾股定理．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用．

二．填空题：（共5小题，每小题4分，共20分）

11．（4分）（2014年四川自贡）分解因式：$x^2y-y=$__y（x+1）（x－1）__．

考点：　提公因式法与公式法的综合运用．

分析：　观察原式x^2y-y，找到公因式y后，提出公因式后发现x^2-1符合平方差公式，利用平方差公式继续分解可得．

解答：　解：x^2y-y，

$=y(x^2-1)$，

$=y(x+1)(x-1)$．

点评：　本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

12．（4分）（2014年四川自贡）不等式组$\begin{cases}-2x+3\geqslant0\\x-1>0\end{cases}$的解集是__$1<x\leq\frac{3}{2}$__．

考点：　解一元一次不等式组．

分析：　分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可．

解答：　解：$\begin{cases}-2x+3\geqslant0①\\x-1>0②\end{cases}$，由①得，$x\leq\frac{3}{2}$，由②得，$x>1$，

故此不等式组的解集为：$1<x\leq\frac{3}{2}$．

故答案为：$1<x\leq\frac{3}{2}$．

点评：　本题考查的是解一元一次不等式组，熟知"同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到"的原则是解答此题的关键．

13．（4分）（2014年四川自贡）一个多边形的内角和比外角和的3倍多180°，则它的边数是 9 ．

考点：　多边形内角与外角．

分析：　多边形的内角和比外角和的3倍多180°，而多边形的外角和是360°，则内角和是1360度．n边形的内角和可以表示成（n﹣2）•180°，设这个多边形的边数是n，就得到方程，从而求出边数．

解答：　解：根据题意，得

（n﹣2）•180=1360，

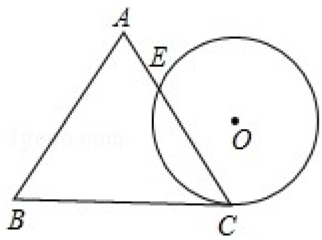
解得：n=9．

则这个多边形的边数是9．

故答案为：9．

点评：　考查了多边形内角与外角，此题只要结合多边形的内角和公式寻求等量关系，构建方程即可求解．

14．（4分）（2014年四川自贡）一个边长为4cm的等边三角形ABC与⊙O等高，如图放置，⊙O与BC相切于点C，⊙O与AC相交于点E，则CE的长为 3 cm．



考点：　切线的性质；垂径定理；圆周角定理；弦切角定理．

分析：　连接OC，并过点O作OF⊥CE于F，根据等边三角形的性质，等边三角形的高等于底边高的$\frac{\sqrt{3}}{2}$倍．题目中一个边长为4cm的等边三角形ABC与⊙O等高，说明⊙O的半径为$\sqrt{3}$，即OC=$\sqrt{3}$，

又∠ACB=60°，故有∠OCF=30°，在Rt△OFC中，可得出FC的长，利用垂径定理即可得出CE的长．

解答：　解：连接OC，并过点O作OF⊥CE于F，

且△ABC为等边三角形，边长为4，

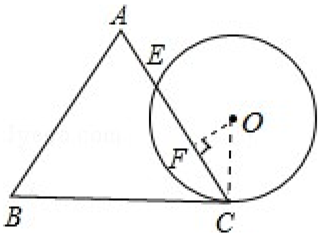
故高为$2\sqrt{3}$，即OC=$\sqrt{3}$，

又∠ACB=60°，故有∠OCF=30°，

在Rt△OFC中，可得FC=$\frac{3}{2}$，

即 CE=3．

故答案为：3．



点评： 本题主要考查了切线的性质和等边三角形的性质和解直角三角形的有关知识．题目不是太难，属于基础性题目．

15．（4分）（2014年四川自贡）一次函数 $y=kx+b$，当 $1\le x\le 4$ 时，$3\le y\le 6$，则$\frac{b}{k}$的值是<u>　2或﹣7　</u>．

考点： 一次函数的性质．

分析： 由于 k 的符号不能确定，故应分 $k>0$ 和 $k<0$ 两种进行解答．

解答： 解：当 $k>0$ 时，此函数是增函数，

∵当 $1\le x\le 4$ 时，$3\le y\le 6$，

∴当 $x=1$ 时，$y=3$；当 $x=4$ 时，$y=6$，

∴$\begin{cases}k+b=3\\4k+b=6\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=1\\b=2\end{cases}$，

∴$\frac{b}{k}=2$；

当 $k<0$ 时，此函数是减函数，

∵当 $1\le x\le 4$ 时，$3\le y\le 6$，

∴当 $x=1$ 时，$y=6$；当 $x=4$ 时，$y=3$，

∴$\begin{cases}k+b=6\\4k+b=3\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-1\\b=7\end{cases}$，

∴$\frac{b}{k}=-7$．

故答案为：2或﹣7．

点评： 本题考查的是一次函数的性质，在解答此题时要注意分类讨论，不要漏解．

三．解答题：（共2小题，每小题8分，共16分）

16．（8分）（2014年四川自贡）解方程：$3x(x-2)=2(2-x)$

考点： 解一元二次方程-因式分解法．

分析： 先移项，然后提取公因式 $(x-2)$，对等式的左边进行因式分解．

解答： 解：由原方程，得

$(3x+2)(x-2)=0$，

所以 $3x+2=0$ 或 $x-2=0$，

解得 $x_1=-\frac{2}{3}$，$x_2=2$．

点评： 本题考查了解一元二次方程－－因式分解法．因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法，这种方法简便易用，是解一元二次方程最常用的方法．

17．（8分）（2014年四川自贡）计算：$(3.14-\pi)^{0}+(-\frac{1}{2})^{-2}+|1-\sqrt{8}|-4\cos45°$．

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值．

专题： 计算题．

分析： 原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用负指数幂法则计算，第三项利用绝对值的代数意义化简，最后一项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果．

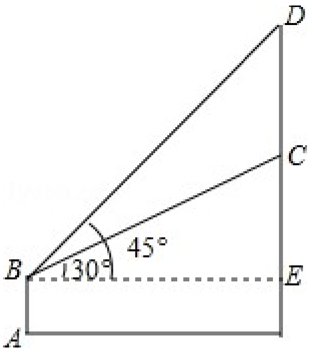
解答： 解：原式$=1+4+2\sqrt{2}-1-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

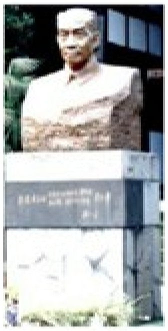
$=4$．

点评： 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

四．解答题：（共2小题，每小题8分，共16分）

18．（8分）（2014年四川自贡）如图，某学校新建了一座吴玉章雕塑，小林站在距离雕塑2.7米的A处自B点看雕塑头顶D的仰角为45°，看雕塑底部C的仰角为30°，求塑像CD的高度．（最后结果精确到0.1米，参考数据：$\sqrt{3}\approx1.7$）





考点： 解直角三角形的应用-仰角俯角问题．

分析： 首先分析图形：根据题意构造两个直角三角形△DEB、△CEB，再利用其公共边BE求得DE、CE，再根据CD=DE－CE计算即可求出答案．

解答： 解：在Rt△DEB中，DE=BE•tan45°=2.7米，

在Rt△CEB中，CE=BE•tan30°=$0.9\sqrt{3}$米，

则CD=DE－CE=$2.7-0.9\sqrt{3}\approx1.2$米．

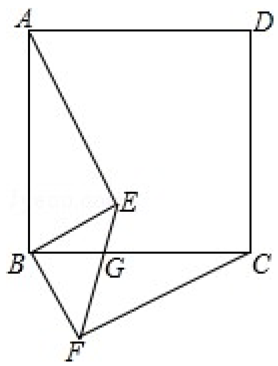
故塑像CD的高度大约为1.2米．

点评： 本题考查解直角三角形的知识．要先将实际问题抽象成数学模型．分别在两个不同的三角形中，借助三角函数的知识，研究角和边的关系．

19．（8分）（2014年四川自贡）如图，四边形ABCD是正方形，BE⊥BF，BE=BF，EF与BC交于点G．

（1）求证：AE=CF；

（2）若∠ABE=55°，求∠EGC的大小．



考点： 全等三角形的判定与性质；等腰直角三角形；正方形的性质．

分析： （1）利用△AEB≌△CFB来求证AE=CF．

（2）利用角的关系求出∠BEF和∠EBG，∠EGC=∠EBG+∠BEF求得结果．

解答： 证明：（1）∵四边形ABCD是正方形，

∴∠ABC=90°，AB=AC，

∵BE⊥BF，

∴∠FBE=90°，

∵∠ABE+∠EBA=90°，∠CBF+∠EBA=90°，

∴∠ABE=∠CBF，

在△AEB和△CFB中，

$$\begin{cases}AB=BC\\ \angle ABE=\angle CBF\\ BE=BF\end{cases}$$

∴△AEB≌△CFB（SAS），

∴AE=CF．

（2）∵BE⊥BF，

∴∠FBE=90°，

又∵BE=BF，

∴∠BEF=∠EFB=45°，

∵四边形ABCD是正方形，

∴∠ABC=90°，

又∵∠ABE=55°，

∴∠EBG=90°﹣55°=35°，

∴∠EGC=∠EBG+∠BEF=45°+35°=80°．

点评： 本题主要考查了正方形，三角形全等判定和性质及等腰三角形，解题的关键是求得△AEB≌△CFB，找出相等的线段．

五．解答题：（共2小题，每小题10分，共20分）

20．（10分）（2014年四川自贡）为了提高学生书写汉字的能力，增强保护汉字的意识，我市举办了首届“汉字听写大赛”，经选拔后有50名学生参加决赛，这50名学生同时听写50个汉字，若每正确听写出一个汉字得1分，根据测试成绩绘制出部分频数分布表和部分频数分布直方图如图表：

组别　　　　成绩x分　　　频数（人数）

第 1 组	$25 \le x < 30$	4
第 2 组	$30 \le x < 35$	8
第 3 组	$35 \le x < 40$	16
第 4 组	$40 \le x < 45$	a
第 5 组	$45 \le x < 50$	10

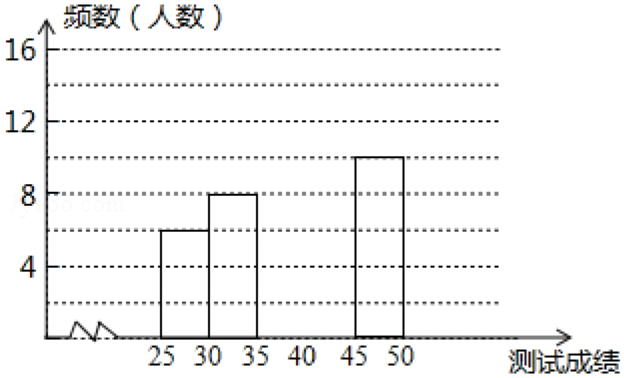
请结合图表完成下列各题：

（1）求表中 a 的值；

（2）请把频数分布直方图补充完整；

（3）若测试成绩不低于 40 分为优秀，则本次测试的优秀率是多少？

（4）第 5 组 10 名同学中，有 4 名男同学，现将这 10 名同学平均分成两组进行对抗练习，且 4 名男同学每组分两人，求小宇与小强两名男同学能分在同一组的概率．



考点： 频数（率）分布直方图；频数（率）分布表；列表法与树状图法．

分析： （1）用总人数减去第 1、2、3、5 组的人数，即可求出 a 的值；

（2）根据（1）得出的 a 的值，补全统计图；

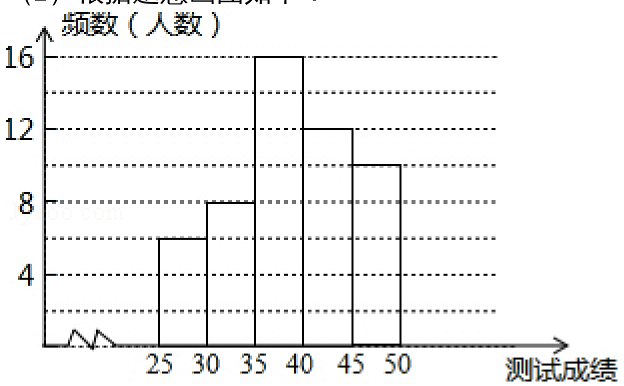
（3）用成绩不低于 40 分的频数乘以总数，即可得出本次测试的优秀率；

（4）用 A 表示小宇 B 表示小强，C、D 表示其他两名同学，画出树状图，再根据概率公式列式计算即可．

解答： 解：（1）表中 a 的值是：

a=50－4－8－16－10=12；

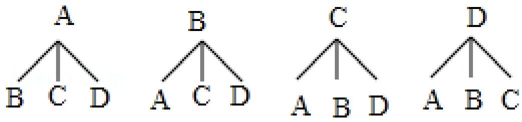
（2）根据题意画图如下：



（3）本次测试的优秀率是$\frac{12+10}{50}$=0.44；

答：本次测试的优秀率是 0.44；

（4）用 A 表示小宇 B 表示小强，C、D 表示其他两名同学，根据题意画树状图如下：



共有 12 种情况，小宇与小强两名男同学分在同一组的情况有 2 种，

则小宇与小强两名男同学分在同一组的概率是$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$．

点评：　本题考查了频数分布直方图和概率，利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题，概率=所求情况数与总情况数之比．

21．（10 分）（2014 年四川自贡）学校新到一批理、化、生实验器材需要整理，若实验管理员李老师一人单独整理需要 40 分钟完成，现在李老师与工人王师傅共同整理 20 分钟后，李老师因事外出，王师傅再单独整理了 20 分钟才完成任务．

（1）王师傅单独整理这批实验器材需要多少分钟？

（2）学校要求王师傅的工作时间不能超过 30 分钟，要完成整理这批器材，李老师至少要工作多少分钟？

考点：　分式方程的应用；一元一次不等式的应用．

专题：　应用题．

分析：　（1）设王师傅单独整理这批实验器材需要 x 分钟，则王师傅的工作效率为$\frac{1}{x}$，根据李老师与工人王师傅共同整理 20 分钟的工作量+王师傅再单独整理了 20 分钟的工作量=1，可得方程，解出即可；

（2）根据王师傅的工作时间不能超过 30 分钟，列出不等式求解．

解答：　解：（1）设王师傅单独整理这批实验器材需要 x 分钟，则王师傅的工作效率为$\frac{1}{x}$，

由题意，得：$20\left(\frac{1}{40}+\frac{1}{x}\right)+20\times\frac{1}{x}=1$，

解得：x=80，

经检验得：x=80 是原方程的根．

答：王师傅单独整理这批实验器材需要 80 分钟．

（2）设李老师要工作 y 分钟，

由题意，得：$\left(1-\frac{y}{40}\right)\div\frac{1}{80}\leq30$，

解得：y≥25．

答：李老师至少要工作 25 分钟．

点评：　本题考查了分式方程的应用及一元一次不等式的应用，解答本题的关键是仔细审题，找到不等关系及等量关系．

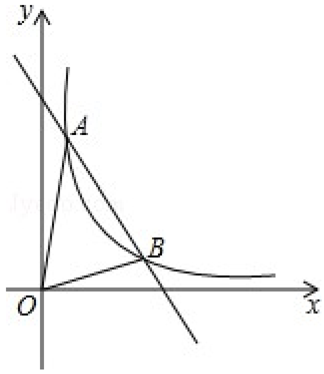
六．解答题：（本题满分 12 分）

22．（12 分）（2014 年四川自贡）如图，一次函数 y=kx+b 与反比例函数$y=\frac{6}{x}$（$x>0$）的图象交于 A（m，6），B（3，n）两点．

（1）求一次函数的解析式；

（2）根据图象直接写出$kx+b-\frac{6}{x}<0$的 x 的取值范围；

（3）求△AOB 的面积．



考点： 反比例函数与一次函数的交点问题．

专题： 计算题．

分析： （1）先根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 6m=6，3n=6，解得 m=1，n=2，这样得到 A 点坐标为（1，6），B 点坐标为（3，2），然后利用待定系数求一次函数的解析式；

（2）观察函数图象得到在第一象限内，当 0＜x＜1 或 x＞3 时，反比例函数图象都在一次函数图象上方；

（3）先确定一次函数图象与坐标轴的交点坐标，然后利用 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle COD}-S_{\triangle COA}-S_{\triangle BOD}$ 进行计算．

解答： 解：（1）分别把 A（m，6），B（3，n）代入$y=\frac{6}{x}$（$x>0$）得 6m=6，3n=6，

解得 m=1，n=2，

所以 A 点坐标为（1，6），B 点坐标为（3，2），

分别把 A（1，6），B（3，2）代入 y=kx+b 得$\begin{cases}k+b=6\\3k+b=2\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=-2\\b=8\end{cases}$，

所以一次函数解析式为 y=﹣2x+8；

（2）当 0＜x＜1 或 x＞3 时，$kx+b-\frac{6}{x}<0$；

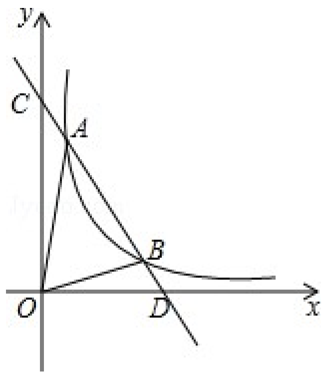
（3）如图，当 x=0 时，y=﹣2x+8=8，则 C 点坐标为（0，8），

当 y=0 时，﹣2x+8=0，解得 x=4，则 D 点坐标为（4，0），

所以 $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle COD}-S_{\triangle COA}-S_{\triangle BOD}$

$=\frac{1}{2}\times4\times8-\frac{1}{2}\times8\times1-\frac{1}{2}\times4\times2$

=8．

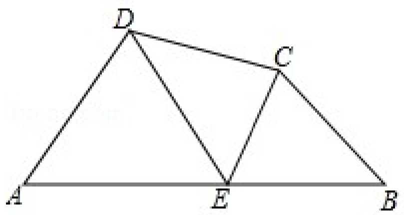


点评：　本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式．也考查了待定系数法求函数解析式以及观察函数图象的能力．

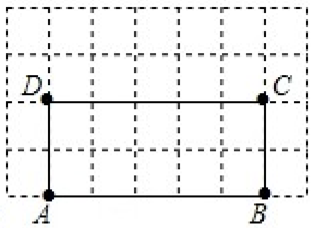
七．解答题：（本题满分 12 分）

23．（12 分）（2014 年四川自贡）阅读理解：

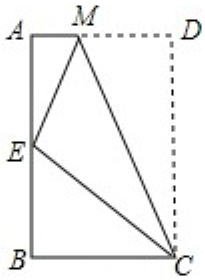
如图①，在四边形 ABCD 的边 AB 上任取一点 E（点 E 不与 A、B 重合），分别连接 ED、EC，可以把四边形 ABCD 分成三个三角形，如果其中有两个三角形相似，我们就把 E 叫做四边形 ABCD 的边 AB 上的"相似点"；如果这三个三角形都相似，我们就把 E 叫做四边形 ABCD 的边 AB 上的"强相似点"．解决问题：



图①



图②



图③

（1）如图①，∠A=∠B=∠DEC=45°，试判断点 E 是否是四边形 ABCD 的边 AB 上的相似点，并说明理由；

（2）如图②，在矩形 ABCD 中，A、B、C、D 四点均在正方形网格（网格中每个小正方形的边长为 1）的格点（即每个小正方形的顶点）上，试在图②中画出矩形 ABCD 的边 AB 上的强相似点；

（3）如图③，将矩形 ABCD 沿 CM 折叠，使点 D 落在 AB 边上的点 E 处，若点 E 恰好是四边形 ABCM 的边 AB 上的一个强相似点，试探究 AB 与 BC 的数量关系．

考点：　相似形综合题．

分析：　（1）要证明点 E 是四边形 ABCD 的 AB 边上的相似点，只要证明有一组三角形相似就行，很容易证明△ADE∽△BEC，所以问题得解．

（2）以 CD 为直径画弧，取该弧与 AB 的一个交点即为所求；

（3）因为点 E 是矩形 ABCD 的 AB 边上的一个强相似点，所以就有相似三角形出现，根据相似三角形的对应线段成比例，可以判断出 AE 和 BE 的数量关系，从而可求出解．

解答：　解：（1）∵∠A=∠B=∠DEC=45°，

∴∠AED+∠ADE=135°，∠AED+∠CEB=135°

∴∠ADE=∠CEB，

在△ADE 和△BCE 中，

$\begin{cases}\angle A=\angle B\\ \angle ADE=\angle BEC\end{cases}$，

∴△ADE∽△BCE，

∴点E是否是四边形ABCD的边AB上的相似点．

（2）如图所示：点E是四边形ABCD的边AB上的相似点，

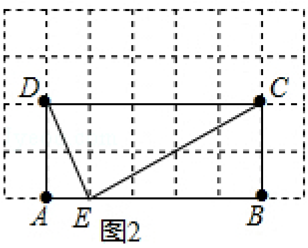


图2

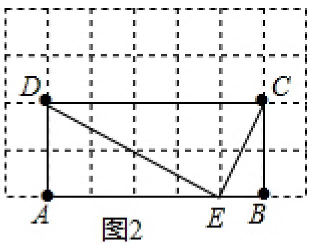


图2

（3）∵点E是四边形ABCM的边AB上的一个强相似点，

∴△AEM∽△BCE∽△ECM，

∴∠BCE=∠ECM=∠AEM．

由折叠可知：△ECM≌△DCM，

∴∠ECM=∠DCM，CE=CD，

∴$\angle BCE=\frac{1}{3}\angle BCD=30°$，

$BE=\frac{1}{2}CE=\frac{1}{2}AB$，

在Rt△BCE中，$\tan\angle BCE=\frac{BE}{BC}=\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$\frac{AB}{BC}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$．

点评：　本题是相似三角形综合题，主要考查了相似三角形的对应边成比例的性质，读懂题目信息，理解全相似点的定义，判断出∠CED=90°，从而确定作以CD为直径的圆是解题的关键．

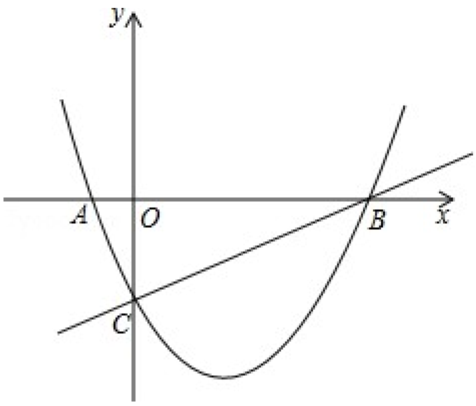
八．解答题：（本题满分14分）

24．（14分）（2014年四川自贡）如图，已知抛物线$y=ax^2-\frac{3}{2}x+c$与x轴相交于A、B两点，并与直线$y=\frac{1}{2}x-2$交于B、C两点，其中点C是直线$y=\frac{1}{2}x-2$与y轴的交点，连接AC．

（1）求抛物线的解析式；

（2）证明：△ABC为直角三角形；

（3）△ABC内部能否截出面积最大的矩形DEFG？（顶点D、E、F、G在△ABC各边上）若能，求出最大面积；若不能，请说明理由．



考点： 二次函数综合题．

分析： （1）由直线 $y=\frac{1}{2}x-2$ 交 x 轴、y 轴于 B、C 两点，则 B、C 坐标可求．进而代入抛物线 $y=ax^2-\frac{3}{2}x+c$，即得 a、c 的值，从而有抛物线解析式．

（2）求证三角形为直角三角形，我们通常考虑证明一角为 90°或勾股定理．本题中未提及特殊角度，而已经 A、B、C 坐标，即可知 AB、AC、BC，则显然可用勾股定理证明．

（3）在直角三角形中截出矩形，面积最大，我们易得两种情形，①一点为 C，AB、AC、BC 边上各有一点，② AB 边上有两点，AC、BC 边上各有一点．讨论时可设矩形一边长 x，利用三角形相似等性质表示另一边，进而描述面积函数．利用二次函数最值性质可求得最大面积．

解答： （1）解：∵直线 $y=\frac{1}{2}x-2$ 交 x 轴、y 轴于 B、C 两点，

∴B（4，0），C（0，－2），

∵$y=ax^2-\frac{3}{2}x+c$ 过 B、C 两点，

∴$\begin{cases}0=16a-6+c\\-2=c\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\c=-2\end{cases}$，

∴$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$．

（2）证明：如图 1，连接 AC，

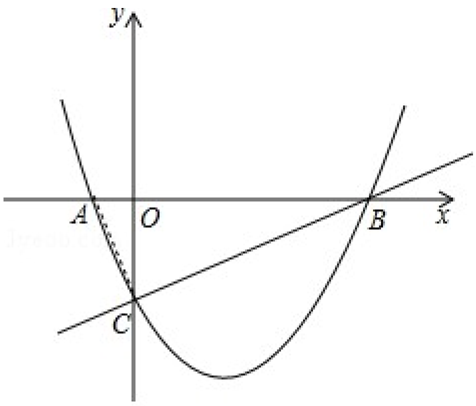


图 1

$\because y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$ 与 x 负半轴交于 A 点，

$\therefore A(-1,0)$，

在 Rt△AOC 中，

$\because AO=1$，$OC=2$，

$\therefore AC=\sqrt{5}$，

在 Rt△BOC 中，

$\because BO=4$，$OC=2$，

$\therefore BC=2\sqrt{5}$，

$\because AB=AO+BO=1+4=5$，

$\therefore AB^2=AC^2+BC^2$，

∴△ABC 为直角三角形．

（3）解：△ABC 内部可截出面积最大的矩形 DEFG，面积为$\frac{5}{2}$，理由如下：

① 一点为 C，AB、AC、BC 边上各有一点，如图 2，此时△AGF∽△ACB∽△FEB．

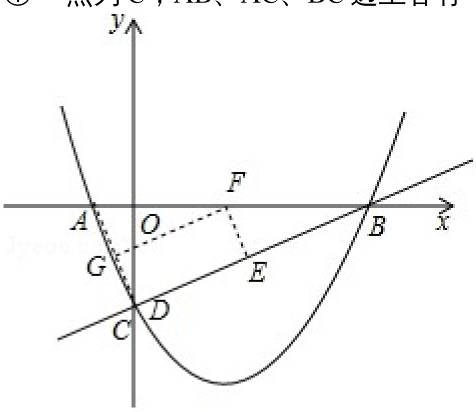


图 2

设 $GC=x$，$AG=\sqrt{5}-x$，

$\because \frac{AG}{AC}=\frac{GF}{CB}$，

$\therefore \frac{\sqrt{5}-x}{\sqrt{5}}=\frac{GF}{2\sqrt{5}}$，

$\therefore GF=2\sqrt{5}-2x$，

$\therefore S=GC\bullet GF=x\bullet(2\sqrt{5}-2x)=-2x^2+2\sqrt{5}x=-2[(x-\frac{\sqrt{5}}{2})^2-\frac{5}{4}]=-2(x-\frac{\sqrt{5}}{2})^2+\frac{5}{2}$，

即当 $x=\frac{\sqrt{5}}{2}$时，S 最大，为$\frac{5}{2}$．

②AB 边上有两点，AC、BC 边上各有一点，如图 3，此时△CDE∽△CAB∽△GAD，

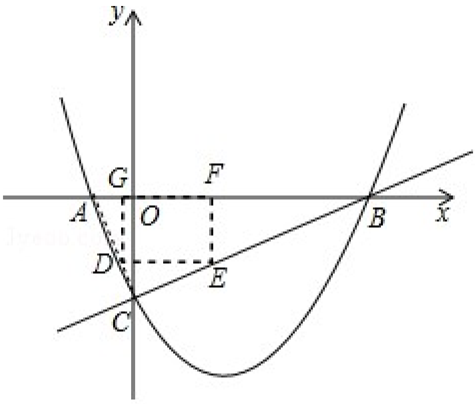


图 3

设 GD=x，

$\because \frac{AD}{AB}=\frac{GD}{CB}$，

$\therefore \frac{AD}{5}=\frac{x}{2\sqrt{5}}$，

$\therefore AD=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，

$\therefore CD=CA-AD=\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{2}x$，

$\because \frac{CD}{CA}=\frac{DE}{AB}$，

$\therefore \frac{\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{2}x}{\sqrt{5}}=\frac{DE}{5}$，

$\therefore DE=5-\frac{5}{2}x$，

$\therefore S=GD\bullet DE=x\bullet(5-\frac{5}{2}x)=-\frac{5}{2}x^2+5x=-\frac{5}{2}[(x-1)^2-1]=-\frac{5}{2}(x-1)^2+\frac{5}{2}$，

即 x=1 时，S 最大，为$\frac{5}{2}$．

综上所述，△ABC 内部可截出面积最大的矩形 DEFG，面积为$\frac{5}{2}$．

点评：　本题考查了二次函数图象的基本性质，最值问题及相似三角形性质等知识点，难度适中，适合学生巩固知识．