

2012年常德市初中毕业学业考试

数学试题卷解析

准考证号 _____ 姓名 _____

考生注意：

- 1.请考生在试题卷首填写好准考证号及姓名
- 2.请将答案填写在答题卡上，填写在试题卷上无效
- 3.本学科试题卷共4页，七道大题，满分120分，考试时量120分钟。
- 4.考生可带科学计算机参加考试

一、填空题(本大题8个小题，每小题3分，满分24分)

1、若向东走5米记作+5米，则向西走5米应记作_____米。

知识点考察：有理数的认识；正数与负数，具有相反意义的量。

分析：规定向东记为正，则向西记为负。

答案：-5

点评：具有相反意义的一对量在日常生活中很常见，若一个记为“+”，则另一个记为“-”。

2、我国南海海域的面积约为3500000km²，该面积用科学计数法应表示为_____km²。

知识点考察：科学计数法。

分析：掌握科学计数的方法。 $a \times 10^n (0 < a \leq 1)$

答案：3.5×10⁶

点评：掌握科学计数的定义与方法，科学计数分两种情况：①非常大的数，②很小的数，要准确的确定a和n的值。

3、分解因式： $m^2 - n^2 =$ _____。

知识点考察：因式分解。

分析：平方差公式分解因式。

答案： $(m+n)(m-n)$

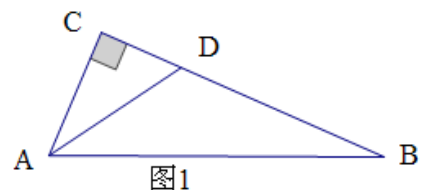
点评：因式分解是把一个多项式分解为几个整式积的形式。要注意运用“一提、二套、三分组”的方法。

4、如图1，在Rt△ABC中，∠C=90°，AD是∠BAC的平分线，DC=2，则D到AB边的距离是_____。

知识点考察：①点到直线的距离，②角平分线性质定理，③垂直的定义。

分析：准确理解垂直的定义，判断AC与BC的位置关系，然后自D向AB作垂线，并运用角平分线性质定理。

答案：2



点评：自 D 向 AB 作垂线是做好该题关键的一步。

5、函数 $y = \sqrt{x-4}$ 中自变量 x 的取值范围是_____。

知识点考察：①二次根式的定义，②一元一次不等式的解法。

分析：根据二次根式被开方式是非负数列不等式，再解不等式。

答案： $x \geq 4$

点评：准确理解二次根式的定义。

6、已知甲、乙两种棉花的纤维长度的平均数相等，若甲种棉花的纤维长度的方差 $S^2_{甲}=1.3275$ ，乙种棉花的纤维长度的方差 $S^2_{乙}=1.8775$ ，则甲、乙两种棉花质量较好的是_____。

知识点考察：方差的运用。

分析：在产品的比较过程中方差大的波动大，性能不稳定，产品质量差等等。

答案：甲

点评：准确理解方差的含义，根据方差的值的比较作出相应的结论。

7、若梯形的上底长是 10 厘米，下底长是 30 厘米，则它的中位线长为_____厘米。

知识点考察：梯形的中位线定理。

分析：梯形的中位线的长度等于上下两底和的一半。

答案：20

点评：梯形的中位线定理的简单运用。

8、规定用符号 $[m]$ 表示一个实数 m 的整数部分，例如： $[\frac{2}{3}]=0$ ， $[3.14]=3$ 。按此规定

$[\sqrt{10}+1]$ 的值为_____。

知识点考察：①数的结构，②算术平方根

分析：先确定 $\sqrt{10}$ 的近似值，然后确定 $\sqrt{10}+1$

的整数部分。

答案：4

点评：此题除考察知识点外，还考察了学生的阅读理解能力。是课改后的一种很常见的题型，解此类题要注意阅读理解和模仿。

二、选择题(本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分)

9、若 a 与 5 互为倒数，则 a= ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

知识点考察：倒数的定义，互为倒数的两个数之间的关系。

分析：根据 $5a=1$ 去求 a

答案：A

点评：概念、定义的简单运用。

10、图 2 所给的三视图表示的几何体是 ()

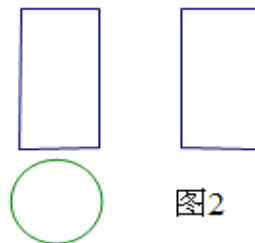


图2

- A. 长方体 B. 圆柱 C. 圆锥 D. 圆台

知识点考察：简单几何体的三视图。

分析：根据三视图准确判断出几何体。

答案：B

点评：在平时的学习中要对圆柱、圆锥、圆台、正三棱锥、正三棱柱、球等几何体的三视图要加以练习和识别。

- 11、下列运算中，结果正确的是 ()

A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ B. $a^{10} \div a^2 = a^5$ C. $a^2 + a^3 = a^5$

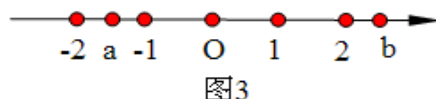


图3

- D. $4a - a = 3a$

知识点考察：①同底数幂的乘法、除法，②同类项的定义，③整式的加减。

分析：在运用公式的过程中要注意公式中字母的取值范围，答案B中的 $a \neq 0$ 。

答案：D

点评：对每一个选择支在法则和定义的框架中都要认真推敲，否则就会落入陷阱。

- 12、实数 a, b 在数轴上的位置如图 3 所示，

下列各式正确的是 ()

A. $a + b > 0$ B. $ab > 0$

C. $|a| + b < 0$ D. $a - b > 0$

知识点考察：①数轴，②绝对值，③有理数的运算，④有理数的大小比较。

分析：通过观察 a 离开原点的单位长度小于 b 离开原点的单位长度。

答案：A

点评：此题还考察了学生的观察能力，根据 a, b 所在的位置去判断 a, b 的正负，然后根据它们离开原点的单位长度进行比较，并按指定的运算去估计值的正负。

- 13、若两圆的半径分别为 2 和 4，且圆心距为 7，则两圆的位置关系为 ()

- A. 外切 B. 内切 C. 外离 D. 相交

知识点考察：圆与圆的位置关系。

分析：通过数量的比较去判断两圆的位置关系 ($d > r_1 + r_2$)

答案：C

点评：圆与圆的位置关系的几种情况要非常清楚，此题是通过数量的比较去判断两圆的位置关系。

- 14、对于函数 $y = \frac{6}{x}$ ，下列说法错误的是 ()

- A. 它的图像分布在一、三象限 B. 它的图像既是轴对称图形又是中心对称图形

- C. 当 $x > 0$ 时， y 的值随 x 的增大而增大 D. 当 $x < 0$ 时， y 的值随 x 的增大而减小

知识点考察：反比例函数的性质。

分析：画出 $y = \frac{6}{x}$ 的图像，然后观察 y 随 x 的变化。

答案：c

点评：①要看清题目的要求（下列说法错误的是）②要熟悉反比例函数的性质。

③要建立数形结合思想。

15、若一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有实数解，

则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq -1$ B. $m \leq 1$ C. $m \leq 4$ D. $m \leq \frac{1}{2}$

知识点考察：①一元二次方程判别式的运用。②一元一次不等式的解法。

分析：一元二次方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有实数解，则 $\Delta \geq 0$ ，然后再解不等式。

答案：B

点评：此题是一元二次方程判别式的逆用（即根据方程根的情况去列不等式解方程中字母的取值范围）。

16、若图 4-1 中的线段长为 1，将此线段三等分，并以中间的一段为边作等边三角形，然后去掉这一段，得到图 4-2，再将图 4-2 中的每一段作类似变形，得到图 4-3，按上述方法继续下去得到图 4-4，则图 4-4 中的折线的总长度为 ()

- A. 2 B. $\frac{16}{27}$
C. $\frac{16}{9}$ D. $\frac{64}{27}$

知识点考察：①等边三角形的性质，②幂的运算性质，③轴对称图形。

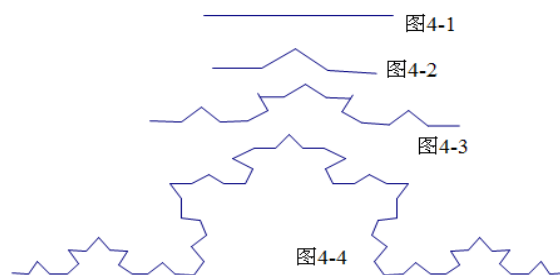
能力考察：①观察能力，②逻辑思维能力，③运算能力。

分析：①通过对图 1-4 的观察，可发现图 1-4 都是轴对称图形。②从图形 2 可知每一

条短线段的长为 $\frac{1}{3}$ ，③从图形 3 可知每一条短线段的长为 $\frac{1}{9}$ ，从而可以得出

每一条短线段的长与图形序号之间的关系为 $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ ，④再看线段的条数，根据

轴对称只看左边，图形 2 是两条，图形 3 是 8 条，图形 4 是 32 条，可以得出第 n 个图形线段的条数与序号 n 的关系为 2^{2n-2} ，所以综合起来折线的总长度



由 $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \times 2^{2n-2}$ ，当 $n=4$ 时，折线的总长度为 $\frac{64}{27}$ 。

答案：D

点评：此题是寻找规律之类的题型，在中考中很常见，虽然有一定的难度，但只要认真观察、仔细思考，就会发现规律，达到解题的目的。

三、(本大题 2 个小题，每小题 5 分，满分 10 分)

17、计算：
$$|-1| + (3 - \pi)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \tan 45^\circ$$

知识点考察：①绝对值，②零次幂、负整指数幂，③特殊角的三角函数值。

能力考察：特殊运算的运算能力，实数的运算法则。

分析：根据相应的定义和公式计算每一个指定的运算，再按实数的运算法则进行计算。

解：原式 = $1 + 1 - 2 + 1$
= 1

点评：初中数学的一些概念要熟练掌握，运算要准确。如： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

18、解方程组：
$$\begin{cases} x + y = 5 & \text{①} \\ 2x - y = 1 & \text{②} \end{cases}$$

知识点考察：二元一次方程组的解法。

能力考察：①观察能力，②运算能力。

分析：通过观察，直接采用加减消元的方法消去 y

解：①+② 得： $3x=6$③

$\therefore x=2$

将 $x=2$ 代人①

$\therefore y=3$

\therefore 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

点评：解方程的思想就是消元，二元一次方程组消元的方法有“代人消元”、“加减消元”。

四、(本大题 2 个小题，每小题 6 分，满分 12 分)

19、化简：
$$\left(x + \frac{x}{x^2 - 1}\right) \div \left(2 + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right)$$

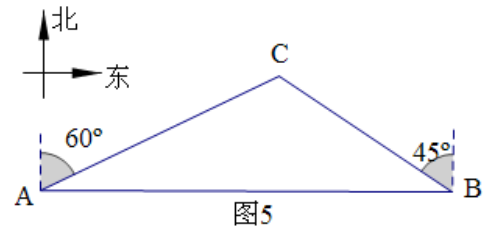
$$P_{甲} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, \quad P_{乙} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

知识点考察：①分式的通分，②分式的约分，③除法变乘法的法则，④同类项的合并，
⑤平方差公式。

能力考察：分式、整式的运算能力。

分析：先对两个括号里的分式进行通分运算，再把除法变乘法进行约分运算。

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= \frac{x^3 - x + x}{x^2 - 1} \div \frac{2x^2 - 2 + x + 1 - x + 1}{x^2 - 1} \\ &= \frac{x^3}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{2x^2} \\ &= \frac{x}{2} \end{aligned}$$



点评：注意运算顺序，注意运算的准确，只要每一步都到位了，此题也就完成了。

20、在一个不透明的口袋中装有 3 个带号码的球，球号分别为 2，3，4，这些球除号码不同外其它均相同。甲、乙、两同学玩摸球游戏，游戏规则如下：

先由甲同学从中随机摸出一球，记下球号，并放回搅匀，再甲乙同学从中随机摸出一球，记下球号。将甲同学摸出的球号作为一个两位数的十位上的数，乙同学的作为个位上的数。若该两位数能被 4 整除，则甲胜，否则乙胜。

问：这个游戏公平吗？请说明理由。

知识点考察：①列举法求概率，②概率的比较，③数的整除性质。

能力考察：①逻辑思维能力，②绘图能力。

分析：先画出树状分析图求概率，再确定每一个两位数，然后判断能否被 4 整除。

解：树状分析图如右图：

因为甲的概率 \neq 乙的概率，所以游戏不公平。

点评：判断游戏是否公平，关键是对概率进行比较。

五、(本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分)

21、如图 5，一天，我国一渔政船航行到 A 处时，发现正东方向的我领海区域 B 处有一可疑渔船，正在以 12 海里/小时的速度向西北方向航行，我渔政船立即沿北偏东 60° 方向航行，1.5 小时后，在我领海区域的 C 处截获可疑渔船。问我渔政船的航行路程是多少海里？(结果保留根号)

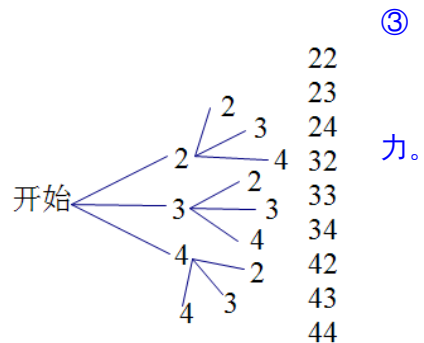
知识点考察：①解直角三角形，②点到直线的距离，
两角互

余的关系④方向角，⑤特殊角的三角函数值。

能力考察：①作垂线，②逻辑思维能力，③运算能

分析：自 C 点作 AB 的垂线，垂足为 D，构建 Rt $\triangle ACD$ ，

Rt $\triangle BCD$ ，再解这两个 Rt \triangle 。



解：自 C 点作 AB 的垂线，垂足为 D，∴南北方

向 ⊥ AB，∴∠CAD=30°，∠CBD=45°

在等腰 Rt△BCD 中，BC=12×1.5=18，∴CD=18sin45°=9√2，

在 Rt△ACD 中，CD=AC×sin30°，∴AC=18√2 (海里)

答：我渔政船的航行路程是 18√2 海里。

点评：解决问题的关键在于将斜三角形转化为两个直角三角形，而转化的关键在于自 C 点作 AB 的垂线。

22、某工厂生产 A、B 两种产品共 50 件，其生产成本与利润如下表：

	A 种产品	B 种产品
成本 (万元/件)	0.6	0.9
利润 (万元/件)	0.2	0.4

若该工厂计划投入资金不超过 40 万元，且希望获利超过 16 万元，问工厂有哪几种生产方案？哪种生产方案获利润最大？最大利润是多少？

知识点考察：①二元一次不等式组的应用，②二次函数的性质。

能力考察：①数学建模，②逻辑思维能力，③运算能力。

分析：根据题目的已知条件建立不等式组的数学模型和一次函数的数学模型。

解：设生产 A 种产品 x 件，则 B 种产品为 50-x 件，

$$\text{根据题意有：} \begin{cases} 0.6x + 0.9(50 - x) \leq 40 \\ 0.2x + 0.4(50 - x) > 16 \end{cases}$$

不等式组的解集为： $\frac{50}{3} \leq x < 20$ ，而 x 为整数，∴x=17 或 18 或 19。

生产方案如下：①甲 17 件，乙 33 件；②甲 18 件，乙 32 件；

③甲 19 件，乙 31 件。

设利润为 W，则 $W = -0.2x + 20$ ，

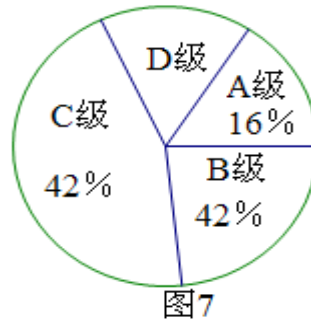
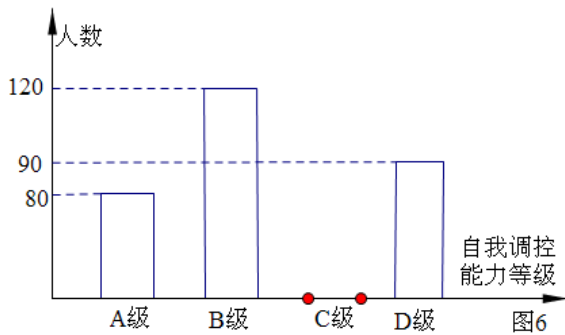
∵-0.2 < 0，∴W 随 x 的增大而减小，∴当 x=17 时， $W_{\text{最大}} = -0.2 \times 17 + 20 = 16.6$

点评：根据题目中的“不超过”和“超过”建立不等式组的数学模型是解决问题的关键。

六、(本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分)

23、某市把中学生学习情绪的自我控制能力分为四个等级，即 A 级：自我控制能力很强；B 级：自我控制能力较好；C 级：自我控制能力一般；D 级：自我控制能力较差。通过对该市农村中学的初中学生学习情绪的自我控制能力的随机抽样调查，得到下面两幅不完整

的统计图，请根据图中的信息解决下面的问题。



(1)
在这

次随机抽样调查中，共抽查了多少名学生？

(2) 求自我控制能力为C级的学生人数；

(3) 求扇形统计图中D级所占的圆心角的度数；

(4) 请你估计该市农村中学60000名初中学生中，学习情绪自我控制能力达B级及以上等级的人数是多少？

知识点考察：①条形统计图，②扇形统计图，③比例分配，④用样本去估计总体。

能力考察：对统计图的观察、思考和处理能力。

分析：把两个统计图结合起来观察、思考和分析。

解：(1) 抽查学生人数 = $\frac{80}{0.16} = 500$ (人)

(2) 自我控制能力为C级的学生人数 = $500 \times 0.42 = 210$ (人)

(3) 扇形统计图中D级所占的圆心角的度数 = $360^\circ \times 0.16 = 57.6^\circ$

(4) 学习情绪自我控制能力达B级及以上等级的人数 = $60000 \times 0.58 = 34800$ (人)

点评：不完整的两个统计图对已知条件具有互补性。

24、如图8，已知 $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，在BC上取一点O，以O为圆心OB为半径作圆，

①且 $\odot O$ 过A点，过A作 $AD \parallel BC$ 交 $\odot O$ 于D，

求证：(1) AC是 $\odot O$ 的切线；

(2) 四边形BOAD是菱形。

知识点考察：①圆的切线的判定，②等腰三角形的性质，

③等边三角形的性质，④三角形内角和，

⑤平行线的性质，⑥垂直的定义，

⑦菱形的判定。

能力考察：①观察能力，②逻辑推理能力，③书写表达能力。

分析：求证AC是 $\odot O$ 的切线，则证 $OA \perp AC$ ，很显然要运用圆的切线的判定定理。

要证四边形BOAD是菱形，先证BOAD为平行四边形，再证一组邻边相等。

证明：(1) $\because AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，

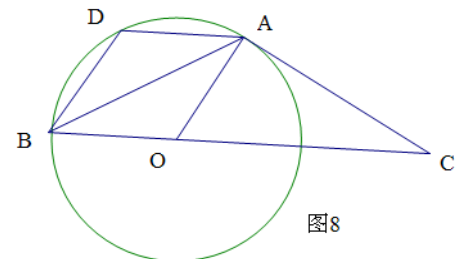


图8

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 30^\circ$$

而 $OB = OA$, $\therefore \angle BAO = \angle ABC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle CAO = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

$\therefore OA \perp AC$, 而 OA 为 $\odot O$ 的半径,

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线。

(2) 连 OD , $\therefore AD \parallel BC$

$$\therefore \angle DAB = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAO = 60^\circ$$

而 $OA = OD$, $\therefore \triangle OAD$ 为等边三角形,

$$\therefore OB = OA = AD,$$

又 $\therefore AD \parallel BC$, $\therefore ADBO$ 为平行四边形,

且 $OA = OB$

\therefore 四边形 $BOAD$ 是菱形。

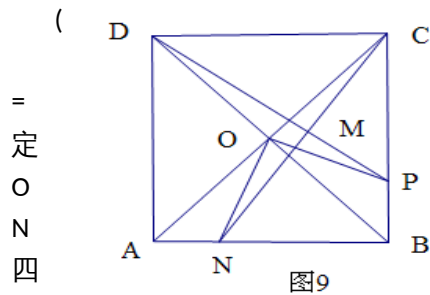
点评：这是一个平面几何的综合题，主要集中在圆的切线的判定定理的运用，特殊四边形的判定这两个方面，必须搜集、整理题目的已知条件形成清晰的思路，还要注意推理的严谨性和完整性。

七、(本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分)

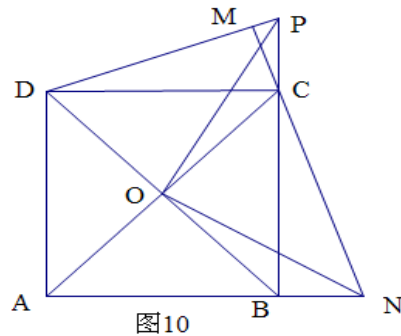
25、已知四边形 $ABCD$ 是正方形， O 为正方形对角线的交点，一动点 P 从 B 开始，沿射线 BC 运到，连结 DP ，作 $CN \perp DP$ 于点 M ，且交直线 AB 于点 N ，连结 OP ， ON 。(当 P 在线段 BC 上时，如图 9；当 P 在 BC 的延长线上时，如图 10)

(1) 请从图 9，图 10 中任选一图证明下面结论：

① $BN = CP$ ； ② $OP = ON$ ，且 $OP \perp ON$



2) 设 $AB = 4$, $BP = x$, 试确定以 O 、 P 、 B 、 N 为顶点的四边形的面积 y 与 x 的



=
定
O
N
四
积
函数关系。

知识点考察：①正方形的性质，②三角形外角和定理，③全等三角形的判定，

④两线垂直的判定，⑤多边形的面积的分解，⑥函数解析式的确定，

⑦分段函数，⑧点到直线的距离。

能力考察：①观察能力，②逻辑思维与推理能力，③书写表达能力，④综合运用知识的能力，⑤分类讨论的能力。

分析：对于图9，证明线段相等，一般情况下找全等。根据BN，CP的分布情况，可以观察 $\triangle CNB$ 和 $\triangle DPC$ ，然后证明两三角形全等。也可以观察 $\triangle CAN$ 和 $\triangle DBP$ ，证明 $AN=BP$ ，从而有 $BN=CP$ 。至于以O、P、B、N为顶点的四边形的面积，则要把四边形分解为两个三角形去解决问题。

对于图10来说图型要稍微复杂一点，先证 $\triangle PDB \cong \triangle NCA$ ，得 $DP=CN$

再证 $\triangle PDO \cong \triangle NCO$ ，则有 $OP=ON$ ，

证明：对于图9，（1）① $\because ABCD$ 为正方形，

$\therefore \angle DCP=90^\circ$ ， $\triangle DCP$ 为 $Rt\triangle$ ，

同理： $\triangle CBN$ 为 $Rt\triangle$ ，

而 $CM \perp DP \therefore \angle PCM = \angle CDP$

在 $Rt\triangle DCP$ 与 $Rt\triangle CBN$ 中：

$\angle DCP = \angle CBN = 90^\circ$

$\angle CDP = \angle PCN$

$CD = BC$

$\therefore Rt\triangle DCP \cong Rt\triangle CBN$

$\therefore CP = BN$

②而 $\angle OCP = \angle OBN = 45^\circ$

$OC = OB$

$\therefore \triangle COP \cong \triangle BON \therefore ON = OP \quad \angle COP = \angle BON$

又 $\because OC \perp OB$

$\therefore \angle COB = \angle COP + \angle POB = 90^\circ$

$= \angle BON + \angle POB = 90^\circ$

$\therefore ON \perp OP$

(2) $S_{\text{四边形} OPBN} = S_{\triangle ONB} + S_{\triangle OPB}$

$$= \frac{1}{2}(4-x) \times 2 + \frac{1}{2}x \cdot 2 = 4 \quad (0 < x \leq 4)$$

对于图10，（1）① $\because ABCD$ 为正方形，AC，BD为对角线，

$\therefore \angle DCP = 90^\circ$ ，

而 $CM \perp DP$ ， $\therefore \angle PCM = \angle PDC$

$\therefore \angle PDB = \angle ACN$

又 $\because \angle DPB = \angle ANC$

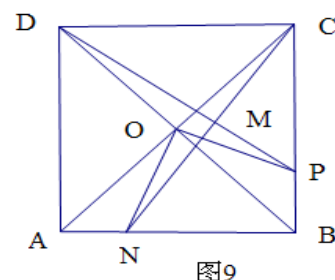


图9

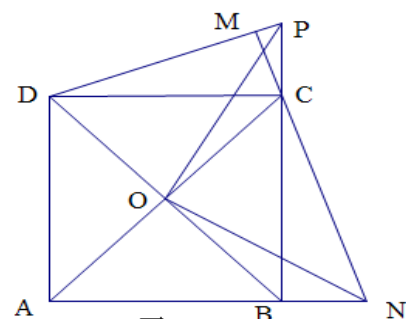


图10

$$BD=AC$$

$$\therefore \triangle PDB \cong \triangle NCA$$

$$\therefore PB=AN \quad DP=CN$$

$$\therefore CP=BN$$

② 而 $\angle PDB = \angle ACN$

且 $OD=OC$

$$\therefore \triangle PDO \cong \triangle NCO$$

$$\therefore OP=ON, \quad \angle DOP = \angle CON$$

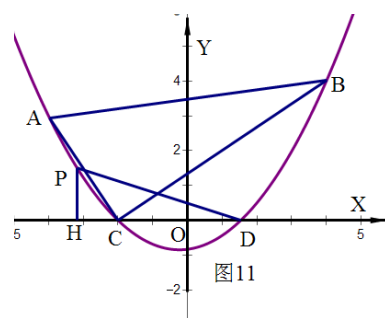
$$\therefore \angle DOC = 90^\circ, \quad \therefore \angle PON = \angle NOC + \angle POC = \angle DOP + \angle POC$$

$$= \angle DOC = 90^\circ, \quad \therefore OP \perp ON。$$

(2) $S_{\text{四边形OBNP}} = S_{\triangle OBP} + S_{\triangle PBN}$

$$= \frac{1}{2}x \cdot 2 + \frac{1}{2}x(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x \quad (x \geq 4)$$

点评：这是一个动态几何问题，综合性程度高，图形也比较复杂，但我们只要仔细观察、冷静思考、多读几遍题目就会找到解决问题的突破口，千万不能轻易放弃。



26、如图 11，已知二次函数 $y = \frac{1}{48}(x+2)(ax+b)$ 的图像过点 $A(-4, 3)$ ， $B(4, 4)$ 。

(1) 求二次函数的解析式；

(2) 求证： $\triangle ACB$ 是直角三角形；

(3) 若点 P 在第二象限，且是抛物线上的一动点，过点 P 作 PH 垂直 x 轴于点 H ，是否存在以 P 、 H 、 D 、为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

知识点考察：①二次函数解析式的确定，

②勾股定理及其逆定理的应用，

③相似三角形的性质，

④坐标系中点的坐标的特征，

⑤抛物线与 x 轴的交点，⑥一元二次方程的解法，

⑦垂直的定义。

⑧二元一次方程组的解法。

能力考察：①观察能力，②逻辑思维与推理能力，③书写表达能力，

④综合运用知识的能力，⑤分类讨论的能力。⑥动点的探求能力

⑦准确的计算能力。

分析：①求二次函数的解析式，也就是要求 $y = \frac{1}{48}(x+2)(ax+b)$ 中 a 、 b 的值，

只要把 $A(-4, 3)$ ， $B(4, 4)$ 代人即可。

② 求证 $\triangle ACB$ 是直角三角形，只要求出 AC ， BC ， AB 的长度，然后用勾股定理及其逆定理去考察。

③ 是否存在以 P 、 H 、 D 、为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似？先要选择一点 P 然后自 P 点作垂线构成 $Rt\triangle PHD$ ，把两个三角形相似作条件，运用三角形相似的性质去构建关于 P 点横坐标的方程。

解：(1) 将 A(-4, 3), B(4, 4) 代入 $y = \frac{1}{48}(x+2)(ax+b)$ 中，整理得：

$$\begin{cases} 4a - b = 72 \\ 4a + b = 32 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = 13 \\ b = -20 \end{cases}$$

∴二次函数的解析式为： $y = \frac{1}{48}(x+2)(13x-20)$ ，

$$y = \frac{13}{48}x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{5}{6}$$

整理得：

$$(2) \text{ 由 } \frac{13}{48}x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{5}{6} = 0 \quad \text{整理} \quad 13x^2 + 6x - 40 = 0$$

$$\therefore x_1 = -2, x_2 = \frac{20}{13} \quad \therefore C(-2, 0) \quad D\left(\frac{20}{13}, 0\right)$$

$$\text{从而有：} AC^2 = 4+9 \quad BC^2 = 36+16 \quad AC^2 + BC^2 = 13+52 = 65$$

$$AB^2 = 64+1 = 65$$

∴ $AC^2 + BC^2 = AB^2$ 故 $\triangle ACB$ 是直角三角形

$$(3) \text{ 设 } p(x, \frac{13}{48}x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{5}{6}) \quad (x < 0)$$

$$PH = \frac{13}{48}x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{5}{6} \quad HD = \frac{20}{13} - x \quad AC = \sqrt{13} \quad BC = 2\sqrt{13}$$

$$\text{① 当 } \triangle PHD \sim \triangle ACB \text{ 时有：} \frac{PH}{AC} = \frac{HD}{BC}$$

$$\text{即：} \frac{\frac{13}{48}x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{5}{6}}{\sqrt{13}} = \frac{\frac{20}{13} - x}{2\sqrt{13}} \quad \text{整理} \quad \frac{13}{24}x^2 + \frac{5}{4}x - \frac{125}{39} = 0$$

$$\therefore x_1 = -\frac{50}{13} \quad x_2 = \frac{20}{13} \quad (\text{舍去}) \quad \text{此时, } y_1 = \frac{35}{13}$$

$$\therefore p_1\left(-\frac{50}{13}, \frac{35}{13}\right)$$

$$\text{② 当 } \triangle DHP \sim \triangle ACB \text{ 时有：} \frac{DH}{AC} = \frac{PH}{BC}$$

$$\text{即：} \frac{\frac{20}{13} - x}{\sqrt{13}} = \frac{\frac{13}{48}x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{5}{6}}{2\sqrt{13}} \quad \text{整理} \quad \frac{13}{48}x^2 + \frac{17}{8}x - \frac{305}{78} = 0$$

$$\therefore x_1 = -\frac{122}{13} \quad x_2 = \frac{20}{13} \quad (\text{舍去}) \quad \text{此时, } y_1 = \frac{284}{13}$$

$$\therefore p_2\left(-\frac{122}{13}, \frac{284}{13}\right)$$

综上所述，满足条件的点有两个即 $p_1\left(-\frac{50}{13}, \frac{35}{13}\right)$ $p_2\left(-\frac{122}{13}, \frac{284}{13}\right)$

点评：这是一个二次函数开放性的综合题，解决问题的思路容易建立，切入点也好找，但运算难度较大。出题的老师看准了我们的学生在学习中的问题，那就是每一个学生在计算时无论简单与复杂总是离不开计算器，所以遇到分数运算时没有信心进行运算，最后还是放弃了。因此在这里要提醒每一位学生在平时计算的练习中多用心算和笔算，才能提高自己的运算能力。

解析后记：2012年常德市初中毕业学业考试数学试题卷

特点：知识点覆盖面广，并注重基础知识和基本技能的考察，继续保持了开放性、探索

性，命题背景紧跟国际时事（21题）和对学生进行德育教育（23题），使学生在做此题的过程中了解学习情绪的自我调节和控制。同时还兼顾了代数与几何的平衡。

启迪：中考试卷具有导向作用，能使广大一线教师重视“双基”的教学，重视学生“能力”的培养。从而在引领初中教师认真学习、理解与领会新课程,重视课堂教学的合作、探究与民主,重视让学生更多地参与数学知识结论的探索过程与模式辨别方面有积极的作用。