2013年武汉市初中毕业生学业考试

数学试卷

第Ⅰ卷（选择题 共30分）

一、选择题（共12小题，每小题3分，共36分）

1．下列各数中，最大的是（　）

A．－3　B．0　C．1　　D．2

答案：D

解析：0大于负数，正数大于0，也大于负数，所以，2最大，选D。

2．式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（　）

A．$x<1$　B．$x\geq 1$　C．$x\leq -1$　D．$x<-1$

答案：B

解析：由二次根式的意义，知：x－1≥0，所以x≥1。

3．不等式组 $\begin{cases} x+2\geq 0 \\ x-1\leq 0 \end{cases}$ 的解集是（　）

A．$-2\leq x\leq 1$　B．$-2<x<1$　　C．$x\leq -1$　　D．$x\geq 2$

答案：A

解析：解（1）得：x≥-2,解（2）得x≤1，所以，$-2\leq x\leq 1$

4．袋子中装有4个黑球和2个白球，这些球的形状、大小、质地等完全相同，在看不到球的条件下，随机地从袋子中摸出三个球．下列事件是必然事件的是（　）

A．摸出的三个球中至少有一个球是黑球．

B．摸出的三个球中至少有一个球是白球．

C．摸出的三个球中至少有两个球是黑球．

D．摸出的三个球中至少有两个球是白球．

答案：A

解析：因为白球只有2个，所以，摸出三个球中，黑球至少有一个，选A。

5．若 x_1，x_2 是一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 的两个根，则 x_1x_2 的值是（　）

A．－2　　　B．－3　　C．2　　D．3

答案：B

解析：由韦达定理，知：$x_1x_2=\frac{c}{a}=-3$。

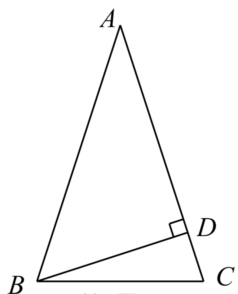
6．如图，△ABC中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，BD是AC边上的高，则$\angle DBC$的度数是（　）

A．18°　B．24°　C．30°　D．36°

答案：A

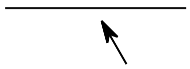
解析：因为AB＝AC，所以，∠C＝∠ABC＝$\frac{1}{2}$（180°－36°）＝72°，

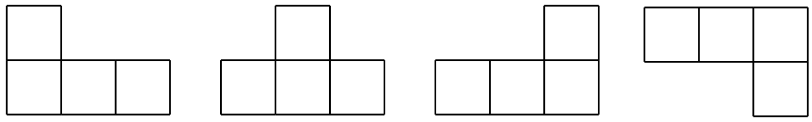
又BD为高，所以，∠DBC＝90°72°＝18°



第6题图

7．如图，是由 4 个相同小正方体组合而成的几何体，
它的左视图是（　）





A．　　B．　　C．　　D．

答案：C

解析：由箭头所示方向看过去，能看到下面三个小正方形，上面一个小正方形，所以选 C。

8．两条直线最多有 1 个交点，三条直线最多有 3 个交点，四条直线最多有 6 个交点，……，那么六条直线最多有（　）

A．21 个交点　B．18 个交点　C．15 个交点　D．10 个交点

答案：C

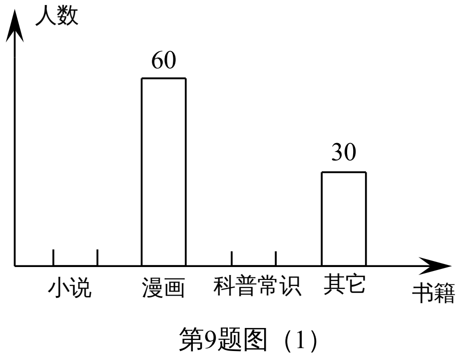
解析：两条直线的最多交点数为：$\frac{1}{2}\times1\times2=1$，

三条直线的最多交点数为：$\frac{1}{2}\times2\times3=3$，

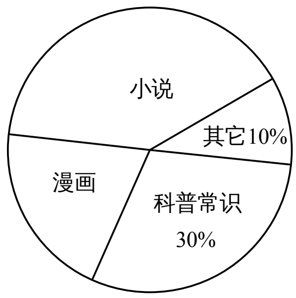
四条直线的最多交点数为：$\frac{1}{2}\times3\times4=6$，

所以，六条直线的最多交点数为：$\frac{1}{2}\times5\times6=15$，

9．为了解学生课外阅读的喜好，某校从八年级随机抽取部分学生进行问卷调查，调查要求每人只选取一种喜欢的书籍，如果没有喜欢的书籍，则作“其它”类统计。图（1）与图（2）是整理数据后绘制的两幅不完整的统计图。以下结论不正确的是（　）



第9题图（1）



第9题图（2）

A．由这两个统计图可知喜欢“科普常识”的学生有 90 人．

B．若该年级共有 1200 名学生，则由这两个统计图可估计喜爱“科普常识”的学生约有 360 个．

C．由这两个统计图不能确定喜欢“小说”的人数．

D．在扇形统计图中，“漫画”所在扇形的圆心角为 72°．

答案：C

解析：读左边图，知“其它”有 30 人，读右边图，知“其它”占 10%，所以，总人数为 300 人，“科普知识”人数：$30\%\times300=90$，所以，A 正确；该年级“科普知识”人数：

30%×1200＝360，所以，B 正确；，因为“漫画”有 60 人，占 20%，圆心角为：20%×360＝72°，

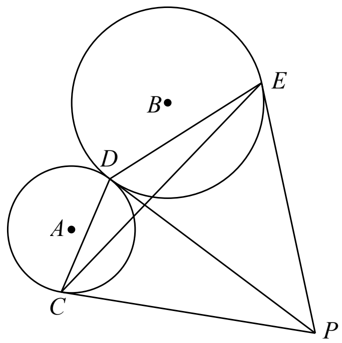
小说的比例为：1－10%－30%－20%＝40%，所以，D 正确，C 错误，选 C。

10．如图，⊙A 与⊙B 外切于点 D，PC，PD，PE 分别是圆的切线，C，D，E 是切点，

若 $\angle CED = x°$，$\angle ECD = y°$，⊙B 的半径为 R，则 $\overset{\frown}{DE}$ 的长度是（　）

A．$\frac{\pi(90-x)R}{90}$　　B．$\frac{\pi(90-y)R}{90}$

C．$\frac{\pi(180-x)R}{180}$　　D．$\frac{\pi(180-y)R}{180}$



第10题图

答案：B

解析：由切线长定理，知：PE＝PD＝PC，设∠PEC＝z°

所以，∠PED＝∠PDE＝（x＋z）°，∠PCE＝∠PEC＝z°，

∠PDC＝∠PCD＝（y＋z）°，

∠DPE＝（180－2x－2z）°，∠DPC＝（180－2y－2z）°，

在△PEC 中，2z°＋（180－2x－2z）°＋（180－2y－2z）°＝180°，

化简，得：z＝（90－x－y）°，

在四边形 PEBD 中，∠EBD＝（180°－∠DPE）＝180°－（180－2x－2z）°＝（2x＋2z）°＝（2x＋180－2x－2y）＝（180－2y）°，

所以，弧 DE 的长为：$\frac{(180-2y)\pi R}{180}=\frac{\pi(90-y)R}{90}$

选 B。

第 II 卷（非选择题 共 84 分）

二、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

11．计算 $\cos 45^{\circ}$ ＝_______．

答案：$\frac{\sqrt{2}}{2}$

解析：直接由特殊角的余弦值，得到。

12．在 2013 年的体育中考中，某校 6 名学生的分数分别是 27、28、29、28、26、28．这组数据的众数是_______．

答案：28

解析：28 出现三次，出现的次数最多，所以，填 28。

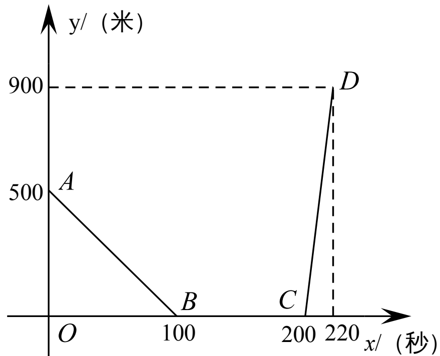
13．太阳的半径约为 696 000 千米，用科学记数法表示数 696 000 为_______．

答案：6.96×10^{5}

解析：科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

696 000＝6.96×10^{5}

14．设甲、乙两车在同一直线公路上匀速行驶，开始甲车在乙车的前面，当乙车追上甲车后，两车停下来，把乙车的货物转给甲车，然后甲车继续前行，乙车向原地返回．设 x 秒后两车间的距离为 y 千米，y 关于 x 的函数关系如图所示，则甲车的速度是____米/秒．



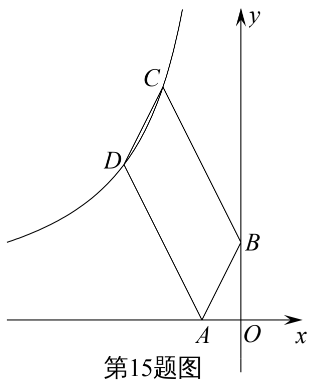
第14题图

答案：20

解析：设甲车的速度为 v 米/秒，乙车的速度为 u 米/秒，由图象可得方程：

$$\begin{cases} 100u - 100v = 500 \\ 20u + 20v = 900 \end{cases}$$，解得 v＝20 米/秒

15．如图，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$BC＝2AB$，A，B 两点的坐标分别是（－1，0），（0，2），C，D 两点在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 的图象上，则 k 的值等于______．



第15题图

答案：－12

解析：如图，过 C、D 两点作 x 轴的垂线，垂足为 F、G，CG 交 AD 于 M 点，过 D 点作 DH⊥CG，垂足为 H，

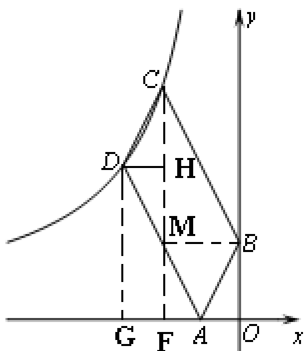
∵CD∥AB，CD=AB，∴△CDH≌△ABO（AAS），

∴DH=AO=1，CH=OB=2，设 C（m，n），D（m－1，n－2），

则 mn＝（m－1）（n－2）=k，解得 n=2－2m，

设直线 BC 解析式为 y=ax+b，将 B、C 两点坐标代入得

$$\begin{cases} b = 2 \\ n = am + b \end{cases}$$，又 n=2－2m，

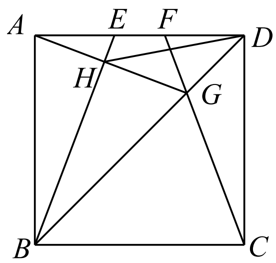


第15题图

BC＝ $\sqrt{m^2+(n-2)^2}$ ＝ $\sqrt{5m^2}$ ，AB＝ $\sqrt{5}$ ，因为 BC＝2AB，

解得：m＝－2，n＝6，所以，k＝mn＝－12

16．如图，E，F 是正方形 $ABCD$ 的边 AD 上两个动点，满足 $AE＝DF$．连接 CF 交 BD 于 G，连接 BE 交 AG 于点 H．若

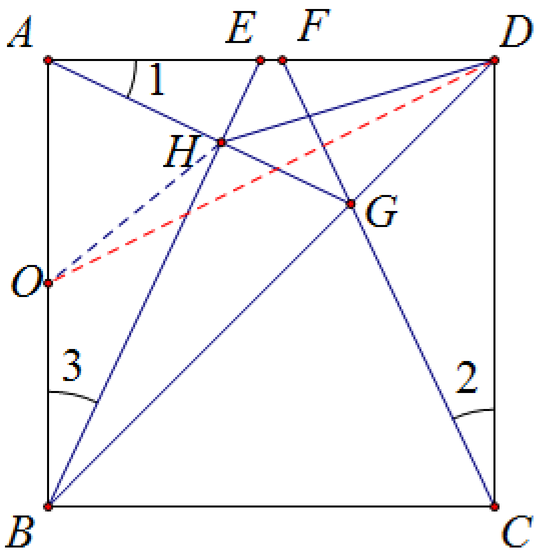


第16题图

正方形的边长为 2，则线段 DH 长度的最小值是________．

答案：$\sqrt{5}-1$

解析：



易得∠1=∠2，∠2=∠3，所以∠AHB=90°
取的中点O，连接OH、OD，
当点O、H、D三点不共线时，OH+DH＜OD
当点O、H、D三点共线时，OH+DH=OD
所以OH+DH的最小值为OD
由于OH的值始终是1，则当OH+DH取最小值OD时，DH最小。
由勾股定理得OD=$\sqrt{5}$，又OH=1
所以DH的最小值=$\sqrt{5}$-1

三、解答题（共 9 小题，共 72 分）

17．（本题满分 6 分）解方程：$\frac{2}{x-3}=\frac{3}{x}$．

解析：方程两边同乘以 $x(x-3)$，得 $2x=3(x-3)$

解得 $x=9$．

经检验，$x=9$ 是原方程的解．

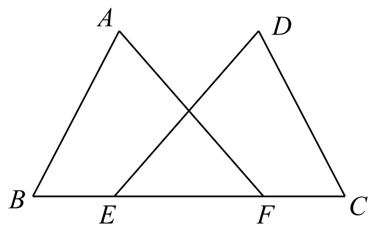
18．（本题满分 6 分）直线 $y=2x+b$ 经过点（3，5），求关于 x 的不等式 $2x+b\geq 0$ 的解集．

解析：∵直线 $y=2x+b$ 经过点（3，5）∴$5=2\times 3+b$．

∴$b=-1$．

即不等式为 $2x-1\geq 0$，解得 $x\geq\frac{1}{2}$．

19．（本题满分 6 分）如图，点 E、F 在 BC 上，$BE=CF$，$AB=DC$，$\angle B=\angle C$．



第19题图

求证：$\angle A=\angle D$．

解析：证明：∵BE＝CF，∴BE+EF＝CF+EF，即 BF＝CE．

在△ABF 和△DCE 中，

$$\begin{cases} AB=DC \\ \angle B=\angle C \\ BF=CE \end{cases}$$

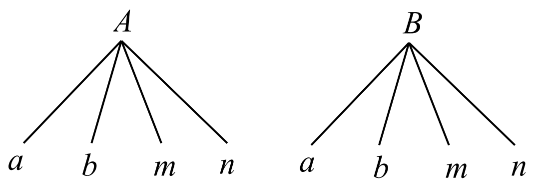
∴△ABF≌△DCE，∴∠A＝∠D．

20．（本题满分 7 分）有两把不同的锁和四把不同的钥匙，其中两把钥匙恰好分别能打开这两把锁，其余的钥匙不能打开这两把锁．现在任意取出一把钥匙去开任意一把锁．

（1）请用列表或画树状图的方法表示出上述试验所有可能结果；

（2）求一次打开锁的概率．

解析：（1）设两把不同的锁分别为 A、B，能把两锁打开的钥匙分别为 a、b，其余两把钥匙分别为 m、n，根据题意，可以画出如下树形图：



由上图可知，上述试验共有 8 种等可能结果．（列表法参照给分）

（2）由（1）可知，任意取出一把钥匙去开任意一把锁共有 8 种可能的结果，一次打开锁的结果有 2 种，且所有结果的可能性相等．

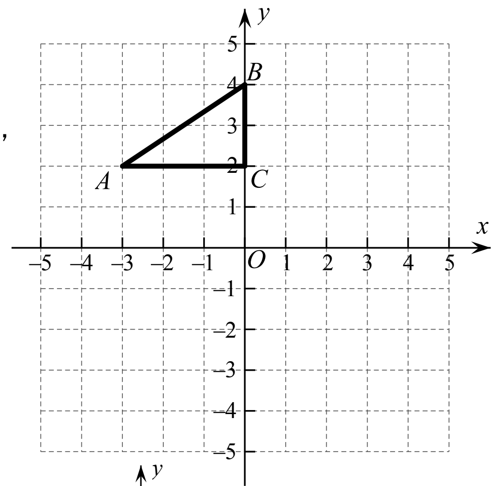
∴P（一次打开锁）$=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$．

21．（本题满分 7 分）如图，在平面直角坐标系中，Rt△ABC 的三个顶点分别是 A（－3，2），B（0，4），C（0，2）．

（1）将△ABC 以点 C 为旋转中心旋转 180°，画出旋转后对应的△A_1B_1C；平移△ABC，若 A 的对应点 A_2 的坐标为（0，4），画出平移后对应的△$A_2B_2C_2$；

（2）若将△A_1B_1C 绕某一点旋转可以得到△$A_2B_2C_2$，请直接写出旋转中心的坐标；

（3）在 x 轴上有一点 P，使得 PA+PB 的值最小，请直接写出点 P 的坐标．



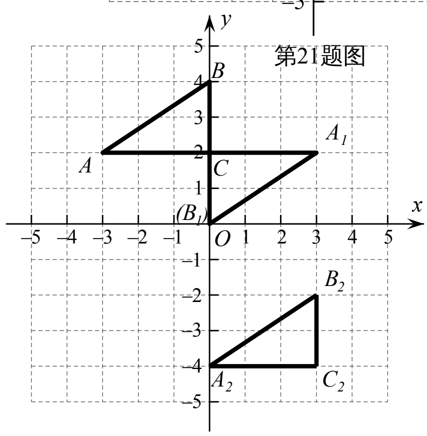
第21题图

解析：

（1）画出△A_1B_1C 如图所示：

（2）旋转中心坐标（$\dfrac{3}{2}$，－1）；

（3）点 P 的坐标（－2，0）．

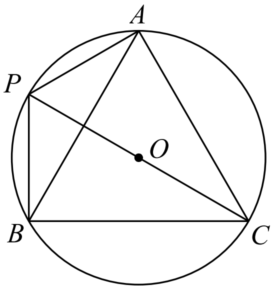


第21题图

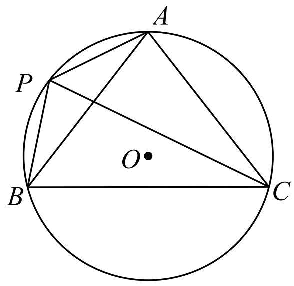
22．（本题满分 8 分）如图，在平面直角坐标系中，△ABC 是⊙O 的内接三角形，AB = AC，点 P 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，连接 PA，PB，PC．

（1）如图①，若∠BPC = 60°，求证：$AC=\sqrt{3}AP$；

（2）如图②，若 $\sin\angle BPC=\dfrac{24}{25}$，求 $\tan\angle PAB$ 的值．



第22题图①



第22题图②

解析：

（1）证明：∵弧 BC = 弧 BC，∴∠BAC = ∠BPC = 60°．

又∵AB = AC，∴△ABC 为等边三角形

∴∠ACB = 60°，∵点 P 是弧 AB 的中点，∴∠ACP = 30°，

又∠APC = ∠ABC = 60°，∴AC = $\sqrt{3}$ AP．

（2）解：连接 AO 并延长交 PC 于 F，过点 E 作 EG⊥AC 于 G，连接 OC．

∵AB = AC，∴AF⊥BC，BF = CF．

∵点 P 是弧 AB 中点，∴∠ACP = ∠PCB，∴EG = EF．

∵∠BPC = ∠FOC，

∴sin∠FOC = sin∠BPC=$\dfrac{24}{25}$．

设 FC = 24a，则 OC = OA = 25a，

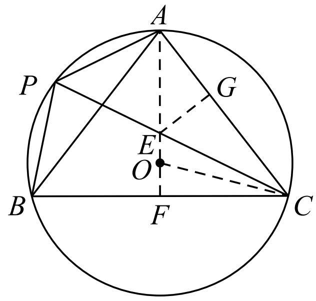
∴OF = 7a，AF = 32a．

在 Rt△AFC 中，$AC^2=AF^2+FC^2$，∴AC = 40a．

在 Rt△AGE 和 Rt△AFC 中，sin∠FAC = $\dfrac{EG}{AE}=\dfrac{FC}{AC}$，

∴$\dfrac{EG}{32a-EG}=\dfrac{24a}{40a}$，∴EG = 12$a$．

∴tan∠PAB = tan∠PCB=$\dfrac{EF}{CF}=\dfrac{12a}{24a}=\dfrac{1}{2}$．



第22（2）题图

23．（本题满分 10 分）科幻小说《实验室的故事》中，有这样一个情节，科学家把一种珍奇的植物分别放在不同温度的环境中，经过一天后，测试出这种植物高度的增长情况（如下表）：

温度 x /℃	……	－4	－2	0	2	4	4.5	……
植物每天高度增长量 y /mm	……	41	49	49	41	25	19.75	……

由这些数据，科学家推测出植物每天高度增长量 y 是温度 x 的函数，且这种函数是反比例函数、一次函数和二次函数中的一种．

（1）请你选择一种适当的函数，求出它的函数关系式，并简要说明不选择另外两种函数的理由；

（2）温度为多少时，这种植物每天高度的增长量最大？

（3）如果实验室温度保持不变，在 10 天内要使该植物高度增长量的总和超过 250mm，那么实验室的温度 x 应该在哪个范围内选择？请直接写出结果．

解析：

（1）选择二次函数，设 $y=ax^2+bx+c$，得 $\begin{cases}c=49\\4a-2b+c=49\\4a+2b+c=41\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-1\\b=-2\\c=49\end{cases}$

$\therefore y$ 关于 x 的函数关系式是 $y=-x^2-2x+49$．

不选另外两个函数的理由：

注意到点（0，49）不可能在任何反比例函数图象上，所以 y 不是 x 的反比例函数；点（－4，41），（－2，49），（2，41）不在同一直线上，所以 y 不是 x 的一次函数．

（2）由（1），得 $y=-x^2-2x+49$，$\therefore y=-(x+1)^2+50$，

$\because a=-1<0$，$\therefore$ 当 $x=-1$ 时，y 有最大值为 50．

即当温度为－1℃时，这种植物每天高度增长量最大．

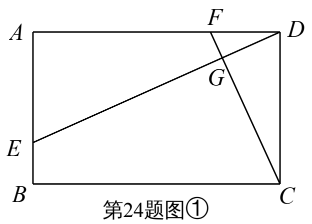
（3）$-6<x<4$．

24．（本题满分 10 分）已知四边形 $ABCD$ 中，E、F 分别是 AB、AD 边上的点，DE 与 CF 交于点 G．

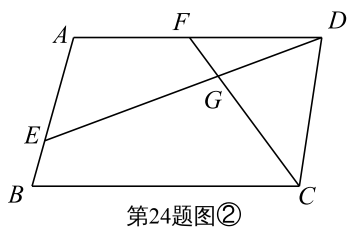
（1）如图①，若四边形 $ABCD$ 是矩形，且 DE⊥CF，求证 $\dfrac{DE}{CF}=\dfrac{AD}{CD}$；

（2）如图②，若四边形 $ABCD$ 是平行四边形，试探究：当∠B 与∠EGC 满足什么关系时，使得 $\dfrac{DE}{CF}=\dfrac{AD}{CD}$ 成立？并证明你的结论；

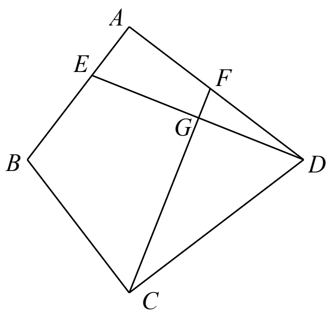
（3）如图③，若 $BA=BC=6$，$DA=DC=8$，$\angle BAD=90°$，$DE\perp CF$，请直接写出 $\dfrac{DE}{CF}$ 的值．



第24题图①



第24题图②



第24题图③

解析：

（1）证明：∵四边形 ABCD 是矩形，∴∠A = ∠ADC = 90°，

∵DE⊥CF，∴∠ADE = ∠DCF，∴△ADE∽△DCF，∴ $\frac{DE}{CF}=\frac{AD}{DC}$.

（2）当∠B+∠EGC = 180°时，$\frac{DE}{CF}=\frac{AD}{DC}$ 成立，证明如下：

在 AD 的延长线上取点 M，使 CM = CF，则∠CMF = ∠CFM．

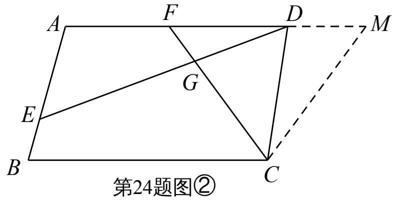
∵AB∥CD，∴∠A = ∠CDM，

∵∠B+∠EGC = 180°，

∴∠AED = ∠FCB，∴∠CMF = ∠AED．

∴△ADE∽△DCM，

∴ $\frac{DE}{CM}=\frac{AD}{DC}$，即 $\frac{DE}{CF}=\frac{AD}{DC}$.



第24题图②

（3）$\frac{DE}{CF}=\frac{25}{24}$.

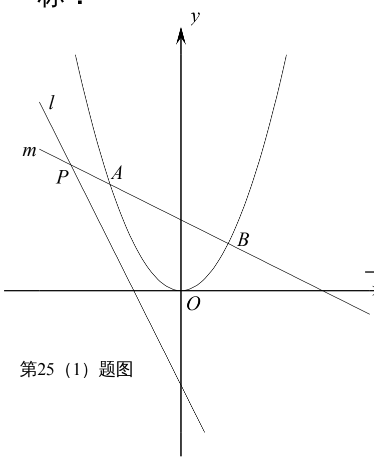
25．（本题满分 12 分）如图，点 P 是直线 l ：$y=-2x-2$ 上的点，过点 P 的另一条直线 m 交抛物线 $y=x^2$ 于 A、B 两点．

（1）若直线 m 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$，求 A、B 两点的坐标；

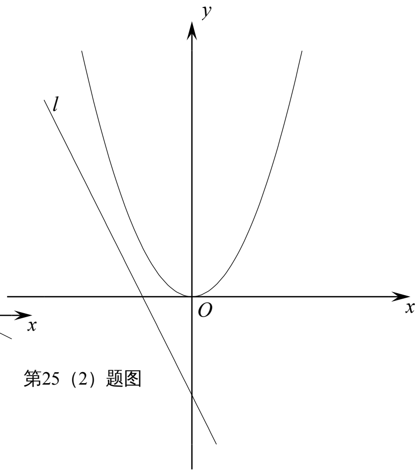
（2）①若点 P 的坐标为（－2，t），当 $PA=AB$ 时，请直接写出点 A 的坐标；

②试证明：对于直线 l 上任意给定的一点 P，在抛物线上都能找到点 A，使得 $PA=AB$ 成立．

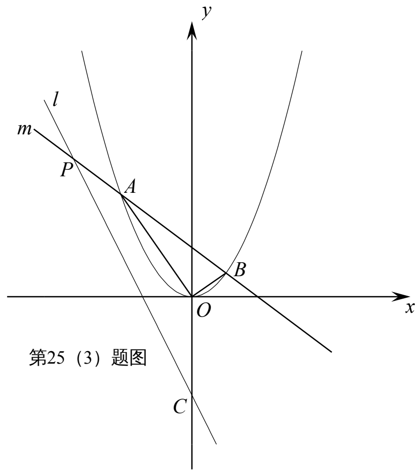
（3）设直线 l 交 y 轴于点 C，若△AOB 的外心在边 AB 上，且∠BPC = ∠OCP，求点 P 的坐标．



第25（1）题图



第25（2）题图



第25（3）题图

解析：

（1）依题意，得 $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}, \\ y=x^2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1=-\frac{3}{2} \\ y_1=\frac{9}{4} \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=1 \end{cases}$

∴A（$-\frac{3}{2}$，$\frac{9}{4}$），B（1，1）．

（2）①A_1（－1，1），A_2（－3，9）．

②过点P、B分别作过点A且平行于x轴的直线的垂线，垂足分别为G、H.

设P（a，$-2a-2$），A（m，m^2），∵PA＝PB，∴△PAG≌△BAH，

∴AG＝AH，PG＝BH，∴B（$2m-a$，$2m^2+2a+2$），

将点B坐标代入抛物线$y=x^2$，得$2m^2-4am+a^2-2a-2=0$，

∵△＝$16a^2-8\left(a^2-2a-2\right)=8a^2+16a+16=8\left(a+1\right)^2+8>0$

∴无论a为何值时，关于m的方程总有两个不等的实数解，即对于任意给定的点P，抛物线上总能找到两个满足条件的点A．

（3）设直线m：$y=kx+b\left(k\neq0\right)$交y轴于D，设A（$m$，$m^2$），B（$n$，$n^2$）．

过A、B两点分别作AG、BH垂直x轴于G、H．

∵△AOB的外心在AB上，∴∠AOB＝90°，

由△AGO∽△OHB，得$\frac{AG}{OG}=\frac{OH}{BH}$，∴$mn=-1$．

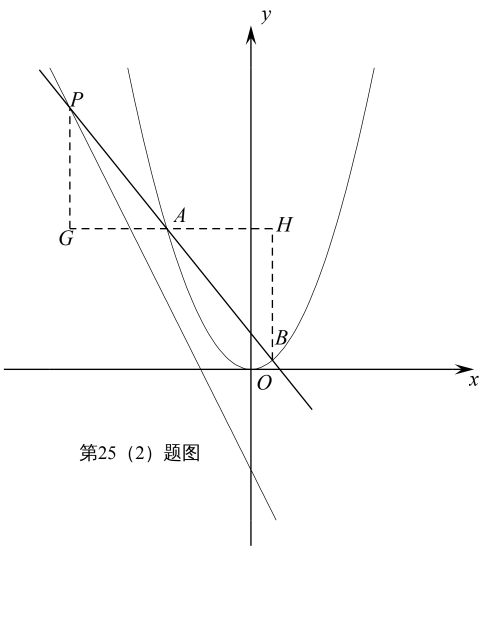
联立$\begin{cases}y=kx+b\\y=x^2\end{cases}$得$x^2-kx-b=0$，依题意，得$m$、$n$是方程$x^2-kx-b=0$的两根，∴$mn=-b$，∴$b=-1$，即D（0，1）．

∵∠BPC＝∠OCP，∴DP＝DC＝3．P

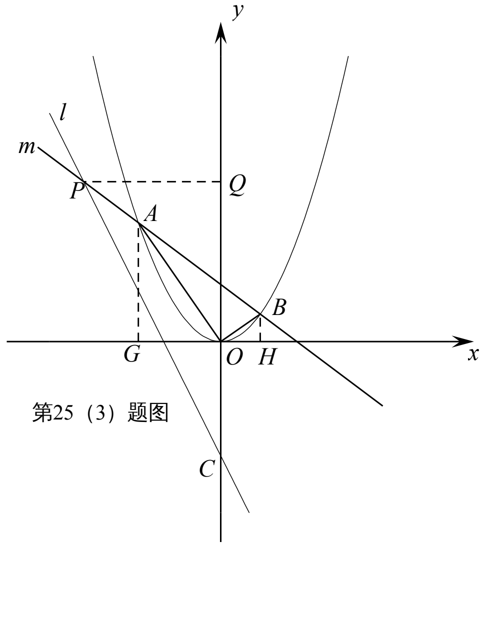
设P（a，$-2a-2$），过点P作PQ⊥y轴于Q，在Rt△PDQ中，$PQ^2+DQ^2=PD^2$，

∴$a^2+\left(-2a-2-1\right)^2=3^2$．∴$a_1=0$（舍去），$a_2=-\frac{12}{5}$，∴P（$-\frac{12}{5}$，$\frac{14}{5}$）．

∵PN平分∠MNQ，∴PT＝NT，∴$-t+\frac{1}{2}t^2=\sqrt{2}\left(2-t\right)$，



第25（2）题图



第25（3）题图