2015中考数学真题分类汇编：二次函数（填空题）

一．填空题（共21小题）

1．（2015•常州）二次函数$y=-x^2+2x-3$图象的顶点坐标是______．

2．（2015•漳州）已知二次函数$y=(x-2)^2+3$，当x______时，y随x的增大而减小．

3．（2015•杭州）函数$y=x^2+2x+1$，当$y=0$时，$x=$______；当$1<x<2$时，y随x的增大而______（填写“增大”或“减小”）．

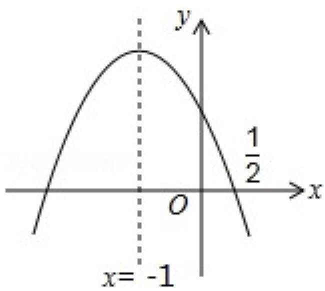
4．（2015•天水）下列函数（其中n为常数，且$n>1$）

①$y=\frac{n}{x}$（$x>0$）；②$y=(n-1)x$；③$y=\frac{1-n^2}{x}$（$x>0$）；④$y=(1-n)x+1$；⑤$y=-x^2+2nx$（$x<0$）中，y的值随x的值增大而增大的函数有______个．

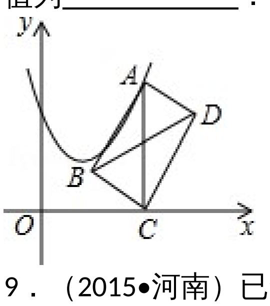
5．（2015•淄博）对于两个二次函数y_1，y_2，满足$y_1+y_2=2x^2+2\sqrt{3}x+8$．当$x=m$时，二次函数$y_1$的函数值为5，且二次函数$y_2$有最小值3．请写出两个符合题意的二次函数$y_2$的解析式______（要求：写出的解析式的对称轴不能相同）．

6．（2015•十堰）抛物线$y=ax^2+bx+c$（a，b，c为常数，且$a\neq0$）经过点（-1，0）和（m，0），且$1<m<2$，当$x<-1$时，y随着x的增大而减小．下列结论：①$abc>0$；②$a+b>0$；③若点A（-3，y_1），点B（3，y_2）都在抛物线上，则$y_1<y_2$；④$a(m-1)+b=0$；⑤若$c\leq-1$，则$b^2-4ac\leq4a$．其中结论错误的是______．（只填写序号）

7．（2015•乌鲁木齐）如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$的对称轴是$x=-1$．且过点（$\frac{1}{2}$，0），有下列结论：①$abc>0$；②$a-2b+4c=0$；③$25a-10b+4c=0$；④$3b+2c>0$；⑤$a-b\geq m(am-b)$；其中所有正确的结论是______．（填写正确结论的序号）



8．（2015•长春）如图，在平面直角坐标系中，点A在抛物线$y=x^2-2x+2$上运动．过点A作$AC\perp x$轴于点C，以AC为对角线作矩形$ABCD$，连结BD，则对角线BD的最小值为______．



9．（2015•河南）已知点A（4，y_1），B（$\sqrt{2}$，y_2），C（-2，y_3）都在二次函数$y=(x-2)^2-1$的图象上，则y_1、y_2、y_3的大小关系是______．

10．（2015•乐山）在直角坐标系 xOy 中，对于点 P（x，y）和 Q（x，y'），给出如下定义：若 $y'=\begin{cases} y（x\geqslant 0） \\ -y（x<0） \end{cases}$，则称点 Q 为点 P 的"可控变点"．

例如：点（1，2）的"可控变点"为点（1，2），点（﹣1，3）的"可控变点"为点（﹣1，﹣3）．

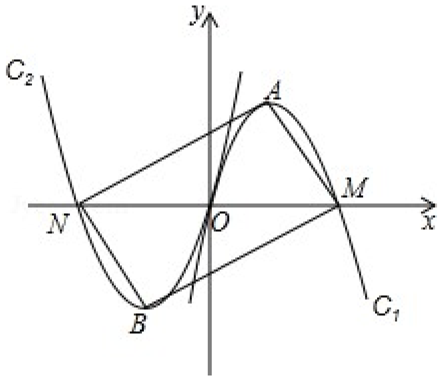
（1）若点（﹣1，﹣2）是一次函数 $y=x+3$ 图象上点 M 的"可控变点"，则点 M 的坐标为＿＿＿＿＿＿．

（2）若点 P 在函数 $y=﹣x^2+16$（﹣5≤x≤a）的图象上，其"可控变点"Q 的纵坐标 y' 的取值范围是﹣16≤y'≤16，则实数 a 的取值范围是＿＿＿＿＿＿．

11．（2015•宿迁）当 $x=m$ 或 $x=n$（$m\neq n$）时，代数式 $x^2﹣2x+3$ 的值相等，则 $x=m+n$ 时，代数式 $x^2﹣2x+3$ 的值为＿＿＿＿＿＿．

12．（2015•龙岩）抛物线 $y=2x^2﹣4x+3$ 绕坐标原点旋转 180°所得的抛物线的解析式是＿＿＿＿＿＿．

13．（2015•湖州）如图，已知抛物线 C_1：$y=a_1x^2+b_1x+c_1$ 和 C_2：$y=a_2x^2+b_2x+c_2$ 都经过原点，顶点分别为 A，B，与 x 轴的另一交点分别为 M，N，如果点 A 与点 B，点 M 与点 N 都关于原点 O 成中心对称，则称抛物线 C_1 和 C_2 为姐妹抛物线，请你写出一对姐妹抛物线 C_1 和 C_2，使四边形 $ANBM$ 恰好是矩形，你所写的一对抛物线解析式是＿＿＿＿＿＿和＿＿＿＿＿＿．



14．（2015•绥化）把二次函数 $y=2x^2$ 的图象向左平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，平移后抛物线的解析式为＿＿＿＿＿＿．

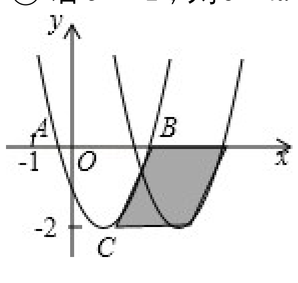
15．（2015•岳阳）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，顶点 C 的纵坐标为﹣2，现将抛物线向右平移 2 个单位，得到抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$，则下列结论正确的是＿＿＿＿＿＿．（写出所有正确结论的序号）

①$b>0$

②$a﹣b+c<0$

③ 阴影部分的面积为 4

④ 若 $c=﹣1$，则 $b^2=4a$．

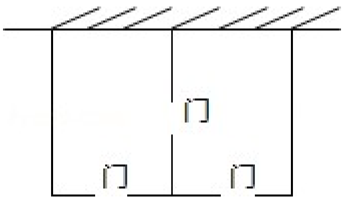


16．（2015•莆田）用一根长为32cm的铁丝围成一个矩形，则围成矩形面积的最大值是____________cm^2．

17．（2015•资阳）已知抛物线p：$y=ax^2+bx+c$的顶点为C，与x轴相交于A、B两点（点A在点B左侧），点C关于x轴的对称点为C'，我们称以A为顶点且过点C'，对称轴与y轴平行的抛物线为抛物线p的"梦之星"抛物线，直线AC'为抛物线p的"梦之星"直线．若一条抛物线的"梦之星"抛物线和"梦之星"直线分别是$y=x^2+2x+1$和$y=2x+2$，则这条抛物线的解析式为____________．

18．（2015•营口）某服装店购进单价为15元童装若干件，销售一段时间后发现：当销售价为25元时平均每天能售出8件，而当销售价每降低2元，平均每天能多售出4件，当每件的定价为____________元时，该服装店平均每天的销售利润最大．

19．（2015•温州）某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙（墙足够长），中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留1m宽的门．已知计划中的材料可建墙体（不包括门）总长为27m，则能建成的饲养室面积最大为____________m^2．



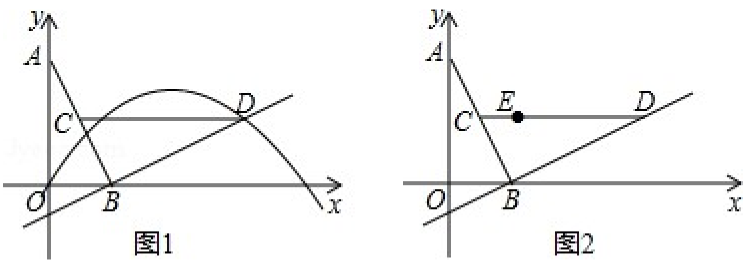
20．（2015•湖州）已知在平面直角坐标系xOy中，O为坐标原点，线段AB的两个端点A（0，2），B（1，0）分别在y轴和x轴的正半轴上，点C为线段AB的中点，现将线段BA绕点B按顺时针方向旋转90°得到线段BD，抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a≠0$）经过点D．

（1）如图1，若该抛物线经过原点O，且$a=-\frac{1}{3}$．

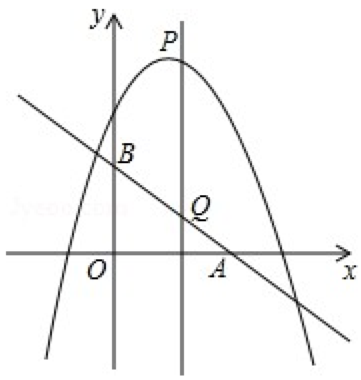
① 求点D的坐标及该抛物线的解析式；

② 连结CD，问：在抛物线上是否存在点P，使得$∠POB$与$∠BCD$互余？若存在，请求出所有满足条件的点P的坐标，若不存在，请说明理由；

（2）如图2，若该抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a≠0$）经过点E（1，1），点Q在抛物线上，且满足$∠QOB$与$∠BCD$互余．若符合条件的Q点的个数是4个，请直接写出a的取值范围．



21．（2015•衢州）如图，已知直线$y=-\frac{3}{4}x+3$分别交x轴、y轴于点A、B，P是抛物线$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+5$的一个动点，其横坐标为a，过点P且平行于y轴的直线交直线$y=-\frac{3}{4}x+3$于点Q，则当$PQ=BQ$时，a的值是____________．



2015中考数学真题分类汇编：二次函数（填空题）

参考答案与试题解析

一．填空题（共21小题）

1．（2015•常州）二次函数$y=-x^2+2x-3$图象的顶点坐标是___（1，﹣2）___．

考点： 二次函数的性质．

分析： 此题既可以利用$y=ax^2+bx+c$的顶点坐标公式求得顶点坐标，也可以利用配方法求出其顶点的坐标．

解答： 解：∵$y=-x^2+2x-3$

$=-(x^2-2x+1)-2$

$=-(x-1)^2-2$，

故顶点的坐标是（1，﹣2）．

故答案为（1，﹣2）．

点评： 本题考查了二次函数的性质，求抛物线的顶点坐标有两种方法①公式法，②配方法．

2．（2015•漳州）已知二次函数$y=(x-2)^2+3$，当x___＜2___时，y随x的增大而减小．

考点： 二次函数的性质．

分析： 根据二次函数的性质，找到解析式中的a为1和对称轴；由a的值可判断出开口方向，在对称轴的两侧可以讨论函数的增减性．

解答： 解：在$y=(x-2)^2+3$中，$a=1$，

∵$a>0$，

∴开口向上，

由于函数的对称轴为$x=2$，

当$x<2$时，y的值随着x的值增大而减小；

当$x>2$时，y的值随着x的值增大而增大．

故答案为：＜2．

点评： 本题考查了二次函数的性质，找到的a的值和对称轴，对称轴方程是解题的关键．

3．（2015•杭州）函数$y=x^2+2x+1$，当$y=0$时，$x=$___﹣1___；当$1<x<2$时，y随x的增大而___增大___（填写“增大”或“减小”）．

考点： 二次函数的性质．

分析： 将$y=0$代入$y=x^2+2x+1$，求得x的值即可，根据函数开口向上，当$x>-1$时，y随x的增大而增大．

解答： 解：把$y=0$代入$y=x^2+2x+1$，

得$x^2+2x+1=0$，

解得 $x=-1$，

当 $x>-1$ 时，y 随 x 的增大而增大，

∴当 $1<x<2$ 时，y 随 x 的增大而增大；

故答案为 -1，增大．

点评：　本题考查了二次函数的性质，重点掌握对称轴两侧的增减性问题，解此题的关键是利用数形结合的思想．

4．（2015•天水）下列函数（其中 n 为常数，且 $n>1$）

①$y=\frac{n}{x}$（$x>0$）；②$y=(n-1)x$；③$y=\frac{1-n^2}{x}$（$x>0$）；④$y=(1-n)x+1$；⑤$y=-x^2+2nx$（$x<0$）中，y 的值随 x 的值增大而增大的函数有__3__个．

考点：　二次函数的性质；一次函数的性质；正比例函数的性质；反比例函数的性质．

分析：　分别根据正比例函数、一次函数、反比例函数和二次函数的性质进行分析即可．

解答：　解：①$y=\frac{n}{x}$（$x>0$），$n>1$，y 的值随 x 的值增大而减小；

②$y=(n-1)x$，$n>1$，y 的值随 x 的值增大而增大；

③$y=\frac{1-n^2}{x}$（$x>0$）$n>1$，y 的值随 x 的值增大而增大；

④$y=(1-n)x+1$，$n>1$，y 的值随 x 的值增大而减小；

⑤$y=-x^2+2nx$（$x<0$）中，$n>1$，y 的值随 x 的值增大而增大；

y 的值随 x 的值增大而增大的函数有 3 个，

故答案为：3．

点评：　此题主要考查了正比例函数、一次函数、反比例函数和二次函数的性质，关键是掌握正比例函数 $y=kx$（$k\neq0$），$k>0$ 时，y 的值随 x 的值增大而增大；一次函数的性质：

$k>0$，y 随 x 的增大而增大，函数从左到右上升；$k<0$，y 随 x 的增大而减小，函数从左到右下降；二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）当 $a<0$ 时，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的开口向下，$x<-\frac{b}{2a}$时，y 随 x 的增大而增大；反比例函数的性质，当 $k<0$，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大．

5．（2015•淄博）对于两个二次函数 y_1，y_2，满足 $y_1+y_2=2x^2+2\sqrt{3}x+8$．当 $x=m$ 时，二次函数 y_1 的函数值为 5，且二次函数 y_2 有最小值 3．请写出两个符合题意的二次函数 y_2 的解析式__$y_2=x^2+3$，$y_2=(x+\sqrt{3})^2+3$__（要求：写出的解析式的对称轴不能相同）．

考点：　二次函数的性质．

专题：　开放型．

分析：　已知当 $x=m$ 时，二次函数 y_1 的函数值为 5，且二次函数 y_2 有最小值 3，故抛物线的顶点坐标为（m，3），设出顶点式求解即可．

解答：　解：答案不唯一，

例如：$y_2=x^2+3$，

$y_2=(x+\sqrt{3})^2+3$．

故答案为：$y_2=x^2+3$，$y_2=(x+\sqrt{3})^2+3$．

点评： 考查了二次函数的性质，二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的顶点坐标是（$-\frac{b^2}{a}$，$\frac{4ac-b^2}{4a}$）．

6．（2015•十堰）抛物线$y=ax^2+bx+c$（a，b，c为常数，且$a\neq0$）经过点（-1，0）和（m，0），且$1<m<2$，当$x<-1$时，y随着x的增大而减小．下列结论：①$abc>0$；②$a+b>0$；③若点A（-3，y_1），点B（3，y_2）都在抛物线上，则$y_1<y_2$；④a（$m-1$）$+b=0$；⑤若$c\leq-1$，则$b^2-4ac\leq4a$．其中结论错误的是___③⑤___．（只填写序号）

考点： 二次函数图象与系数的关系．

专题： 数形结合．

分析： 根据题意画出抛物线的大致图象，利用函数图象，由抛物线开口方向得$a>0$，由抛物线的对称轴位置得$b<0$，由抛物线与y轴的交点位置得$c<0$，于是可对①进行判断；由于抛物线过点（-1，0）和（m，0），且$1<m<2$，根据抛物线的对称性和对称轴方程得到$0<-\frac{b}{2a}<\frac{1}{2}$，变形可得$a+b>0$，则可对②进行判断；利用点$A$（$-3$，$y_1$）和点$B$（3，$y_2$）到对称轴的距离的大小可对③进行判断；根据抛物线上点的坐标特征得$a-b+c=0$，$am^2+bm+c=0$，两式相减得$am^2-a+bm+b=0$，然后把等式左边分解后即可得到a（$m-1$）$+b=0$，则可对④进行判断；根据顶点的纵坐标公式和抛物线对称轴的位置得到$\frac{4ac-b^2}{4a}<c\leq-1$，变形得到$b^2-4ac>4a$，则可对⑤进行判断．

解答： 解：如图，

∵抛物线开口向上，

∴$a>0$，

∵抛物线的对称轴在y轴的右侧，

∴$b<0$，

∵抛物线与y轴的交点在x轴上方，

∴$c<0$，

∴$abc>0$，所以①的结论正确；

∵抛物线过点（-1，0）和（m，0），且$1<m<2$，

∴$0<-\frac{b}{2a}<\frac{1}{2}$，

∴$a+b>0$，所以②的结论正确；

∵点A（-3，y_1）到对称轴的距离比点B（3，y_2）到对称轴的距离远，

∴$y_1>y_2$，所以③的结论错误；

∵抛物线过点（-1，0），（m，0），

∴$a-b+c=0$，$am^2+bm+c=0$，

∴$am^2-a+bm+b=0$，

a（$m+1$）（$m-1$）$+b$（$m+1$）$=0$，

∴a（$m-1$）$+b=0$，所以④的结论正确；

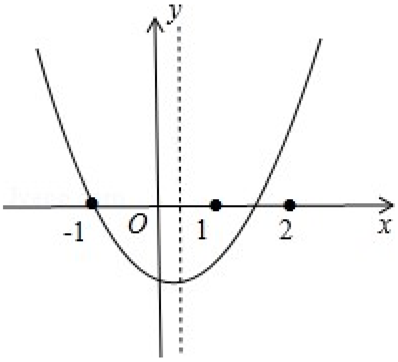
$\because \frac{4ac-b^2}{4a}<c$，

而 $c\le -1$，

$\therefore \frac{4ac-b^2}{4a}<-1$，

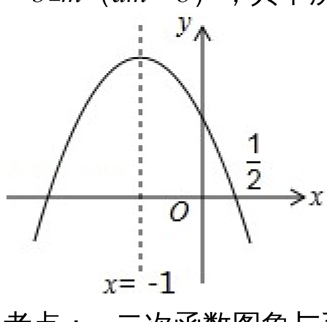
$\therefore b^2-4ac>4a$，所以⑤的结论错误．

故答案为③⑤．



点评： 本题考查了二次函数图象与系数的关系：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$），二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小，当 $a>0$ 时，抛物线向上开口；当 $a<0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时（即 $ab>0$），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 $ab<0$），对称轴在 y 轴右．（简称：左同右异）；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点：抛物线与 y 轴交于（0，c）．抛物线与 x 轴交点个数由△决定：$\triangle=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；$\triangle=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点；$\triangle=b^2-4ac<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点．

7．（2015•乌鲁木齐）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是 $x=-1$．且过点（$\frac{1}{2}$，0），有下列结论：① $abc>0$；② $a-2b+4c=0$；③ $25a-10b+4c=0$；④ $3b+2c>0$；⑤ $a-b\ge m(am-b)$；其中所有正确的结论是 ①③⑤ ．（填写正确结论的序号）



考点： 二次函数图象与系数的关系．

分析： 根据抛物线的开口方向、对称轴、与 y 轴的交点判定系数符号，及运用一些特殊点解答问题．

解答： 解：由抛物线的开口向下可得：$a<0$，

根据抛物线的对称轴在 y 轴左边可得：a，b 同号，所以 $b<0$，

根据抛物线与 y 轴的交点在正半轴可得：$c>0$，

$\therefore abc>0$，故①正确；

直线 $x=-1$ 是抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的对称轴，所以 $-\frac{b}{2a}=-1$，可得 $b=2a$，

$a-2b+4c=a-4a+2=-3a+4c$，

∵$a<0$，

∴$-3a>0$，

∴$-3a+4c>0$，

即 $a-2b+4c>0$，故②错误；

∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是 $x=-1$．且过点（$\frac{1}{2}$，0），

∴抛物线与 x 轴的另一个交点坐标为（$-\frac{5}{2}$，0），

当 $x=-\frac{5}{2}$时，$y=0$，即 $a\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{5}{2}b+c=0$，

整理得：$25a-10b+4c=0$，故③正确；

∵$b=2a$，$a+b+c<0$，

∴$\frac{1}{2}b+b+c<0$，

即 $3b+2c<0$，故④错误；

∵$x=-1$ 时，函数值最大，

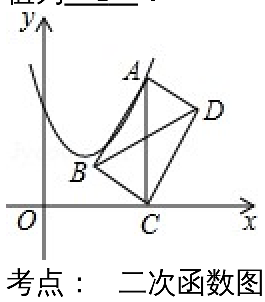
∴$a-b+c>m^2a-mb+c$（$m\neq1$），

∴$a-b>m(am-b)$，所以⑤正确；

故答案为：①③⑤．

点评：　本题考查的是二次函数图象与系数的关系，掌握二次函数的性质、灵活运用数形结合思想是解题的关键，解答时，要熟练运用抛物线的对称性和抛物线上的点的坐标满足抛物线的解析式．

8．（2015•长春）如图，在平面直角坐标系中，点 A 在抛物线 $y=x^2-2x+2$ 上运动．过点 A 作 $AC\perp x$ 轴于点 C，以 AC 为对角线作矩形 $ABCD$，连结 BD，则对角线 BD 的最小值为＿1＿．



考点：　二次函数图象上点的坐标特征；垂线段最短；矩形的性质．

专题：　计算题．

分析：　先利用配方法得到抛物线的顶点坐标为（1，1），再根据矩形的性质得 $BD=AC$，由于 AC 的长等于点 A 的纵坐标，所以当点 A 在抛物线的顶点时，点 A 到 x 轴的距离最小，最小值为 1，从而得到 BD 的最小值．

解答：　解：∵$y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$，

∴抛物线的顶点坐标为（1，1），

∵四边形 $ABCD$ 为矩形，

∴$BD=AC$，

而 $AC\perp x$ 轴，

∴AC的长等于点A的纵坐标，
当点A在抛物线的顶点时，点A到x轴的距离最小，最小值为1，
∴对角线BD的最小值为1．
故答案为1．
点评：　本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式．也考查了矩形的性质．
9．（2015•河南）已知点A（4，y_1），B（$\sqrt{2}$，y_2），C（﹣2，y_3）都在二次函数$y=(x-2)^2-1$的图象上，则y_1、y_2、y_3的大小关系是 $y_3>y_1>y_2$ ．
考点：　二次函数图象上点的坐标特征．
分析：　分别计算出自变量为4，$\sqrt{2}$和﹣2时的函数值，然后比较函数值得大小即可．
解答：　解：把A（4，y_1），B（$\sqrt{2}$，y_2），C（﹣2，y_3）分别代入$y=(x-2)^2-1$得：
$y_1=(x-2)^2-1=3$，$y_2=(x-2)^2-1=5-4\sqrt{2}$，$y_3=(x-2)^2-1=15$，
∵$5-4\sqrt{2}<3<15$，
所以$y_3>y_1>y_2$．
故答案为$y_3>y_1>y_2$．
点评：　本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是：明确二次函数图象上点的坐标满足其解析式．
10．（2015•乐山）在直角坐标系xOy中，对于点P（x，y）和Q（x，y'），给出如下定义：若$y'=\begin{cases} y\ (x\geqslant 0) \\ -y\ (x<0) \end{cases}$，则称点$Q$为点$P$的"可控变点"．
例如：点（1，2）的"可控变点"为点（1，2），点（﹣1，3）的"可控变点"为点（﹣1，﹣3）．
（1）若点（﹣1，﹣2）是一次函数$y=x+3$图象上点M的"可控变点"，则点M的坐标为 （﹣1，2） ．
（2）若点P在函数$y=-x^2+16$（$-5\leq x\leq a$）的图象上，其"可控变点"Q的纵坐标y'的取值范围是$-16\leq y'\leq 16$，则实数a的取值范围是 $0\leq a\leq 4\sqrt{2}$ ．
考点：　二次函数图象上点的坐标特征；一次函数图象上点的坐标特征．
专题：　新定义．
分析：　（1）直接根据"可控变点"的定义直接得出答案；
（2）根据题意可知$y=-x^2+16$图象上的点P的"可控变点"必在函数$y=\begin{cases} -x^2+16,\ x\geqslant 0 \\ x^2-16,\ -5\leqslant x<0 \end{cases}$的图象上，结合图象即可得到答案．
解答：　解：（1）根据"可控变点"的定义可知点M的坐标为（﹣1，2）；
（2）依题意，$y=-x^2+16$图象上的点P的"可控变点"必在函数$y=\begin{cases} -x^2+16,\ x\geqslant 0 \\ x^2-16,\ -5\leqslant x<0 \end{cases}$的图象上．
∵$-16\leq y'\leq 16$，
当$y'=16$时，$16=-x^2+16$或$-16=-x^2+16$．
∴$x=0$或$x=4\sqrt{2}$．
当$y'=-16$时，$-16=-x^2+16$．
∴$x=4\sqrt{2}$．

∴a的取值范围是$0\le a\le 4\sqrt{2}$．

故答案为（－1，2），$0\le a\le 4\sqrt{2}$．

点评： 本题主要考查了二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是熟练掌握新定义“可控变点”，解答此题还需要掌握二次函数的性质，此题有一定的难度．

11．（2015•宿迁）当$x=m$或$x=n$（$m\neq n$）时，代数式x^2-2x+3的值相等，则$x=m+n$时，代数式x^2-2x+3的值为__3__．

考点： 二次函数图象上点的坐标特征．

分析： 设$y=x^2-2x+3$由当$x=m$或$x=n$（$m\neq n$）时，代数式x^2-2x+3的值相等，得到抛物线的对称轴等于$\frac{m+n}{2}=-\frac{-2}{2\times 1}$，求得$m+n=2$，再把$m+n=2$代入即可求得结果．

解答： 解：设$y=x^2-2x+3$，

∵当$x=m$或$x=n$（$m\neq n$）时，代数式x^2-2x+3的值相等，

∴$\frac{m+n}{2}=-\frac{-2}{2\times 1}$，

∴$m+n=2$，

∴当$x=m+n$时，

即$x=2$时，$x^2-2x+3=(2)^2-2\times(2)+3=3$，

故答案为：3．

点评： 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，熟记抛物线的对称轴公式是解题的关键．

12．（2015•龙岩）抛物线$y=2x^2-4x+3$绕坐标原点旋转180°所得的抛物线的解析式是__$y=-2x^2-4x-3$__．

考点： 二次函数图象与几何变换．

分析： 根据旋转的性质，可得a的绝对值不变，根据中心对称，可得答案．

解答： 解：将$y=2x^2-4x+3$化为顶点式，得$y=2(x-1)^2+1$，

抛物线$y=2x^2-4x+3$绕坐标原点旋转180°所得的抛物线的解析式是$y=-2(x+1)^2-1$，

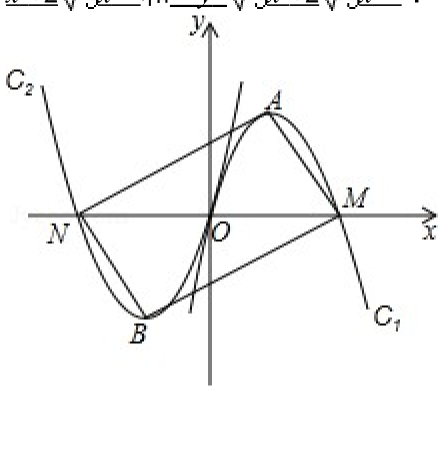
化为一般式，得

$y=-2x^2-4x-3$，

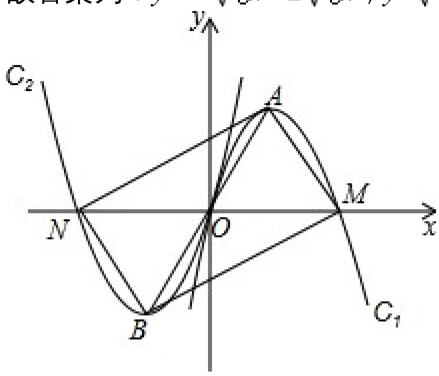
故答案为：$y=-2x^2-4x-3$．

点评： 本题考查了二次函数图象与几何变换，利用了中心对称的性质．

13．（2015•湖州）如图，已知抛物线C_1：$y=a_1x^2+b_1x+c_1$和C_2：$y=a_2x^2+b_2x+c_2$都经过原点，顶点分别为A，B，与x轴的另一交点分别为M，N，如果点A与点B，点M与点N都关于原点O成中心对称，则称抛物线C_1和C_2为姐妹抛物线，请你写出一对姐妹抛物线C_1和C_2，使四边形$ANBM$恰好是矩形，你所写的一对抛物线解析式是__$y=-\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x$__和__$y=\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x$__．



考点： 二次函数图象与几何变换．
专题： 新定义．
分析： 连接 AB，根据姐妹抛物线的二次项的系数互为相反数，一次项系数相等且不等于零，常数项都是零，设抛物线 C_1 的解析式为 $y=ax^2+bx$，
根据四边形 $ANBM$ 恰好是矩形可得△AOM 是等边三角形，设 $OM=2$，则点 A 的坐标是（1，$\sqrt{3}$），求出抛物线 C_1 的解析式，从而求出抛物线 C_2 的解析式．
解答： 解：连接 AB，
根据姐妹抛物线的定义，可得姐妹抛物线的二次项的系数互为相反数，一次项系数相等且不等于零，常数项都是零，
设抛物线 C_1 的解析式为 $y=ax^2+bx$，
根据四边形 $ANBM$ 恰好是矩形可得：$OA=OM$，
∵$OA=MA$，
∴△AOM 是等边三角形，
设 $OM=2$，则点 A 的坐标是（1，$\sqrt{3}$），
则 $\begin{cases}\sqrt{3}=a+b\\0=4a+2b\end{cases}$，
解得：$\begin{cases}a=-\sqrt{3}\\b=2\sqrt{3}\end{cases}$
则抛物线 C_1 的解析式为 $y=-\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x$，
抛物线 C_2 的解析式为 $y=\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x$，
故答案为：$y=-\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x$，$y=\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x$．



点评： 此题考查了二次函数的图象与几何变换，用到的知识点是姐妹抛物线的定义、二次函数的图象与性质、矩形的判定，关键是根据姐妹抛物线的定义得出姐妹抛物线的二次项的系数、一次项系数、常数项之间的关系．
14．（2015•绥化）把二次函数 $y=2x^2$ 的图象向左平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，平移后抛物线的解析式为 __$y=2(x+1)^2-2$__．
考点： 二次函数图象与几何变换．
分析： 直接根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答．
解答： 解：由“左加右减”的原则可知，将二次函数 $y=2x^2$ 的图象向左平移 1 个单位长度所得抛物线的解析式为：$y=2(x+1)^2$，即 $y=2(x+1)^2$；由“上加下减”的原则可知，将抛物线 $y=2(x+1)^2$ 向下平移 2 个单位长度所得抛物线的解析式为：$y=2(x+1)^2-2$，即 $y=2(x+1)^2-2$．
故答案为：$y=2(x+1)^2-2$．

点评：　本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键．

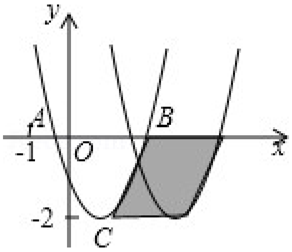
15．（2015•岳阳）如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A、B 两点，顶点 C 的纵坐标为﹣2，现将抛物线向右平移 2 个单位，得到抛物线 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$，则下列结论正确的是__③④__．（写出所有正确结论的序号）

①$b>0$

②$a-b+c<0$

③ 阴影部分的面积为 4

④ 若 $c=-1$，则 $b^2=4a$．



考点：　二次函数图象与几何变换；二次函数图象与系数的关系．

分析：　① 首先根据抛物线开口向上，可得 $a>0$；然后根据对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}>0$，可得 $b<0$，据此判断即可．

② 根据抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的图象，可得 $x=-1$ 时，$y>0$，即 $a-b+c>0$，据此判断即可．

③ 首先判断出阴影部分是一个平行四边形，然后根据平行四边形的面积=底×高，求出阴影部分的面积是多少即可．

④ 根据函数的最小值是 $\frac{4ac-b^2}{4a}=-2$，判断出 $c=-1$ 时，a、b 的关系即可．

解答：　解：∵抛物线开口向上，

∴$a>0$，

又∵对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}>0$，

∴$b<0$，

∴结论①不正确；

∵$x=-1$ 时，$y>0$，

∴$a-b+c>0$，

∴结论②不正确；

∵抛物线向右平移了 2 个单位，

∴平行四边形的底是 2，

∵函数 $y=ax^2+bx+c$ 的最小值是 $y=-2$，

∴平行四边形的高是 2，

∴阴影部分的面积是：2×2=4，

∴结论③正确；

∵$\frac{4ac-b^2}{4a}=-2$，$c=-1$，

$\therefore b^2=4a$，

∴结论④正确．

综上，结论正确的是：③④．

故答案为：③④．

点评：（1）此题主要考查了二次函数的图象与几何变换，要熟练掌握，解答此类问题的关键是要明确：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式．

（2）此题还考查了二次函数的图象与系数的关系，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小：当 $a>0$ 时，抛物线向上开口；当 $a<0$ 时，抛物线向下开口；②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时（即 $ab>0$），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 $ab<0$），对称轴在 y 轴右．（简称：左同右异）③常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点．抛物线与 y 轴交于（0，c）．

16．（2015•莆田）用一根长为 32cm 的铁丝围成一个矩形，则围成矩形面积的最大值是__64__cm^2．

考点：二次函数的最值．

分析：设矩形的一边长是 xcm，则邻边的长是（$16-x$）cm，则矩形的面积 S 即可表示成 x 的函数，根据函数的性质即可求解．

解答：解：设矩形的一边长是 xcm，则邻边的长是（$16-x$）cm．

则矩形的面积 $S=x(16-x)$，即 $S=-x^2+16x$，

当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{16}{-2}=8$ 时，S 有最大值是：64．

故答案是：64．

点评：本题考查了二次函数的性质，求最值得问题常用的思路是转化为函数问题，利用函数的性质求解．

17．（2015•资阳）已知抛物线 p：$y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 C，与 x 轴相交于 A、B 两点（点 A 在点 B 左侧），点 C 关于 x 轴的对称点为 C'，我们称以 A 为顶点且过点 C'，对称轴与 y 轴平行的抛物线为抛物线 p 的“梦之星”抛物线，直线 AC' 为抛物线 p 的“梦之星”直线．若一条抛物线的“梦之星”抛物线和“梦之星”直线分别是 $y=x^2+2x+1$ 和 $y=2x+2$，则这条抛物线的解析式为__$y=x^2-2x-3$__．

考点：抛物线与 x 轴的交点；二次函数的性质．

专题：新定义．

分析：先求出 $y=x^2+2x+1$ 和 $y=2x+2$ 的交点 C' 的坐标为（1，4），再求出“梦之星”抛物线 $y=x^2+2x+1$ 的顶点 A 坐标（－1，0），接着利用点 C 和点 C' 关于 x 轴对称得到 C（1，－4），则可设顶点式 $y=a(x-1)^2-4$，

然后把 A 点坐标代入求出 a 的值即可得到原抛物线解析式．

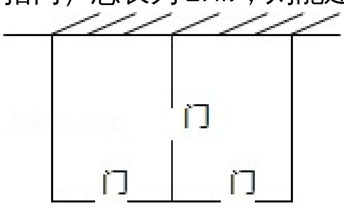
解答：解：$\because y=x^2+2x+1=(x+1)^2$，

$\therefore A$ 点坐标为（－1，0），

解方程组 $\begin{cases} y=x^2+2x+1 \\ y=2x+2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$，

∴点 C' 的坐标为（1，4），

∵点 C 和点 C' 关于 x 轴对称，

∴C（1，﹣4），
设原抛物线解析式为$y=a(x-1)^2-4$，
把A（﹣1，0）代入得$4a-4=0$，解得$a=1$，
∴原抛物线解析式为$y=(x-1)^2-4=x^2-2x-3$．
故答案为$y=x^2-2x-3$．
点评： 本题考查了二次函数与x轴的交点：求二次函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a≠0$）与x轴的交点坐标，令$y=0$，即$ax^2+bx+c=0$，解关于x的一元二次方程即可求得交点横坐标．$\triangle=b^2-4ac$决定抛物线与x轴的交点个数，$\triangle=b^2-4ac>0$时，抛物线与x轴有2个交点；$\triangle=b^2-4ac=0$时，抛物线与x轴有1个交点；$\triangle=b^2-4ac<0$时，抛物线与x轴没有交点．
18．（2015•营口）某服装店购进单价为15元童装若干件，销售一段时间后发现：当销售价为25元时平均每天能售出8件，而当销售价每降低2元，平均每天能多售出4件，当每件的定价为 22 元时，该服装店平均每天的销售利润最大．
考点： 二次函数的应用．
分析： 根据“利润=（售价﹣成本）×销售量”列出每天的销售利润y（元）与销售单价x（元）之间的函数关系式；把二次函数解析式转化为顶点式方程，利用二次函数图象的性质进行解答．
解答： 解：设定价为x元，
根据题意得：$y=(x-15)[8+2(25-x)]$
$=-2x^2+88x-870$
∴$y=-2x^2+88x-870$，
$=-2(x-22)^2+98$
∵$a=-2<0$，
∴抛物线开口向下，
∴当$x=22$时，$y_{最大值}=98$．
故答案为：22．
点评： 此题题考查二次函数的实际应用，为数学建模题，借助二次函数解决实际问题，解决本题的关键是二次函数图象的性质．
19．（2015•温州）某农场拟建两间矩形饲养室，一面靠现有墙（墙足够长），中间用一道墙隔开，并在如图所示的三处各留1m宽的门．已知计划中的材料可建墙体（不包括门）总长为27m，则能建成的饲养室面积最大为 75 m^2．


考点： 二次函数的应用．
分析： 设垂直于墙的材料长为x米，则平行于墙的材料长为$27+3-3x=30-3x$，表示出总面积$S=x(30-3x)=-3x^2+30x=-3(x-5)^2+75$即可求得面积的最值．
解答： 解：设垂直于墙的材料长为x米，
则平行于墙的材料长为$27+3-3x=30-3x$，
则总面积$S=x(30-3x)=-3x^2+30x=-3(x-5)^2+75$，
故饲养室的最大面积为75平方米，
故答案为：75．

点评： 本题考查了二次函数的应用，解题的关键是从实际问题中抽象出函数模型，难度不大．

20．（2015•湖州）已知在平面直角坐标系 xOy 中，O 为坐标原点，线段 AB 的两个端点 A（0，2），B（1，0）分别在 y 轴和 x 轴的正半轴上，点 C 为线段 AB 的中点，现将线段 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转 90°得到线段 BD，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）经过点 D．

（1）如图 1，若该抛物线经过原点 O，且 $a=-\frac{1}{3}$．

① 求点 D 的坐标及该抛物线的解析式；

② 连结 CD，问：在抛物线上是否存在点 P，使得∠POB 与∠BCD 互余？若存在，请求出所有满足条件的点 P 的坐标，若不存在，请说明理由；

（2）如图 2，若该抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）经过点 E（1，1），点 Q 在抛物线上，且满足∠QOB 与∠BCD 互余．若符合条件的 Q 点的个数是 4 个，请直接写出 a 的取值范围．

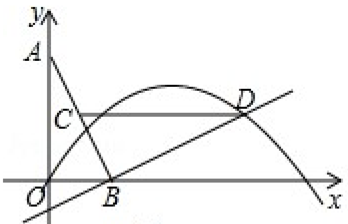


图1

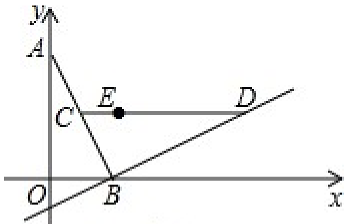


图2

考点： 二次函数综合题．

分析： （1）①过点 D 作 $DF\perp x$ 轴于点 F，先通过三角形全等求得 D 的坐标，把 D 的坐标和 $a=-\frac{1}{3}$，$c=0$ 代入 $y=ax^2+bx+c$ 即可求得抛物线的解析式；

② 先证得 $CD\parallel x$ 轴，进而求得要使得∠POB 与∠BCD 互余，则必须∠POB=∠BAO，设 P 的坐标为（x，$-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x$），分两种情况讨论即可求得；

（2）若符合条件的 Q 点的个数是 4 个，则当 $a<0$ 时，抛物线交于 y 轴的负半轴，当 $a>0$ 时，最小值得 <-1，解不等式即可求得．

解答： 解：（1）①过点 D 作 $DF\perp x$ 轴于点 F，如图 1，

∵∠DBF+∠ABO=90°，∠BAO+∠ABO=90°，

∴∠DBF=∠BAO，

又∵∠AOB=∠BFD=90°，$AB=BD$，

在△AOB 和△BFD 中，

$$\begin{cases}\angle DBF=\angle BAO\\ \angle AOB=\angle BFD\\ AB=BD\end{cases}，$$

∴△AOB≌△BFD（AAS）

∴$DF=BO=1$，$BF=AO=2$，

∴D 的坐标是（3，1），

根据题意，得 $a=-\frac{1}{3}$，$c=0$，且 $a\times3^2+b\times3+c=1$，

$\therefore b=\frac{4}{3}$，

$\therefore$该抛物线的解析式为$y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x$；

②$\because$点A（0，2），B（1，0），点C为线段AB的中点，

$\therefore C$（$\frac{1}{2}$，1），

$\because C$、D两点的纵坐标都为1，

$\therefore CD\parallel x$轴，

$\therefore \angle BCD=\angle ABO$，

$\therefore \angle BAO$与$\angle BCD$互余，

要使得$\angle POB$与$\angle BCD$互余，则必须$\angle POB=\angle BAO$，

设P的坐标为（x，$-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x$），

（Ⅰ）当P在x轴的上方时，过P作$PG\perp x$轴于点G，如图2，

则$tan\angle POB=tan\angle BAO$，即$\frac{PG}{OG}=\frac{BO}{AO}$，

$\therefore \frac{-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x}{x}=\frac{1}{2}$，解得$x_1=0$（舍去），$x_2=\frac{5}{2}$，

$\therefore -\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x=\frac{5}{4}$，

$\therefore P$点的坐标为（$\frac{5}{2}$，$\frac{5}{4}$）；

（Ⅱ）当P在x轴的上方时，过P作$PG\perp x$轴于点G，如图3

则$tan\angle POB=tan\angle BAO$，即$\frac{PG}{OG}=\frac{BO}{AO}$，

$\therefore \frac{\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x}{x}=\frac{1}{2}$，解得$x_1=0$（舍去），$x_2=\frac{11}{2}$，

$\therefore -\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x=-\frac{11}{4}$，

$\therefore P$点的坐标为（$\frac{5}{2}$，$-\frac{11}{4}$）；

综上，在抛物线上是否存在点P（$\frac{5}{2}$，$\frac{5}{4}$）或（$\frac{5}{2}$，$-\frac{11}{4}$），使得$\angle POB$与$\angle BCD$互余．

（2）如图3，$\because D$（3，1），E（1，1），

抛物线$y=ax^2+bx+c$过点E、D，代入可得$\begin{cases}a+b+c=1\\9a+3b+c=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}b=-4a\\c=1+3a\end{cases}$，所以$y=ax^2-4ax+3a+1$．

分两种情况：

① 当抛物线$y=ax^2+bx+c$开口向下时，若满足$\angle QOB$与$\angle BCD$互余且符合条件的Q点的个数是4个，则点Q在x轴的上、下方各有两个．

（i）当点Q在x轴的下方时，直线OQ与抛物线有两个交点，满足条件的Q有2个；

（*ii*）当点 Q 在 x 轴的上方时，要使直线 OQ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 有两个交点，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴的交点必须在 x 轴的正半轴上，与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴，所以 $3a+1<0$，解得 $a<-\frac{1}{3}$；

② 当抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 开口向上时，点 Q 在 x 轴的上、下方各有两个，

（*i*）当点 Q 在 x 轴的上方时，直线 OQ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 有两个交点，符合条件的点 Q 有两个；

（*ii*）当点 Q 在 x 轴的下方时，要使直线 OQ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 有两个交点，符合条件的点 Q 才两个．

根据（2）可知，要使得 $\angle QOB$ 与 $\angle BCD$ 互余，则必须 $\angle POB=\angle BAO$，

$\therefore tan\angle QOB=tan\angle BAO=\frac{OB}{OA}=\frac{1}{2}$，此时直线 OQ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$，则直线 OQ 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x$，要使直线 OQ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 有两个交点，所以方程 $ax^2-4ax+3a+1=-\frac{1}{2}x$ 有两个不相等的实数根，所以 $\triangle=(-4a+\frac{1}{2})^2-4a(3a+1)>0$，即 $4a^2-8a+\frac{1}{4}>0$，

解得 $a>\frac{4+\sqrt{15}}{4}$（$a<\frac{4-\sqrt{15}}{4}$ 舍去）

综上所示，a 的取值范围为 $a<-\frac{1}{3}$ 或 $a>\frac{4+\sqrt{15}}{4}$．

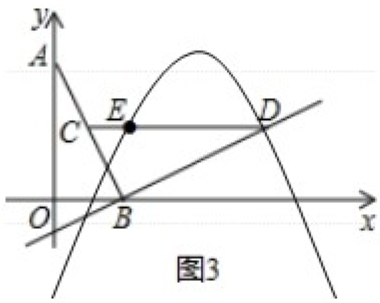


图3

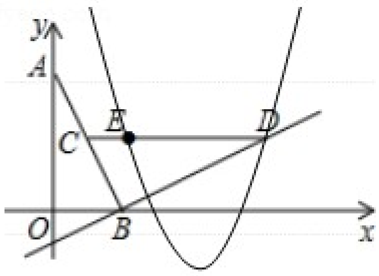


图4

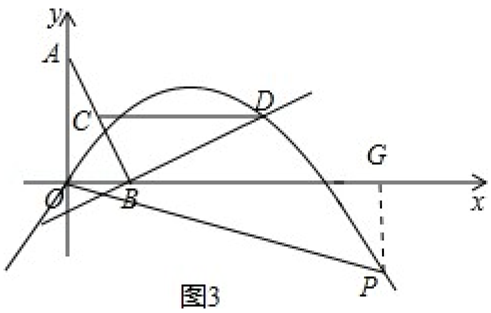


图3

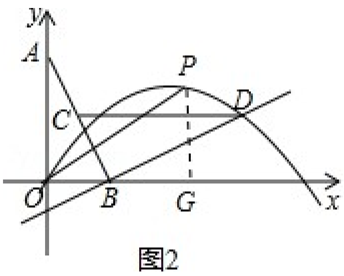


图2

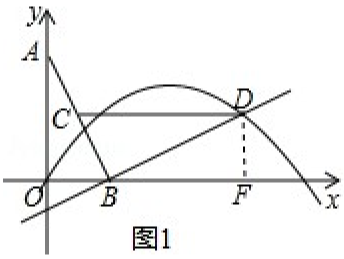
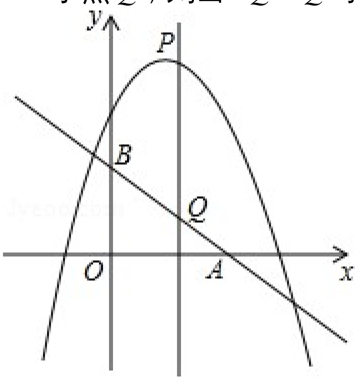


图1

点评： 本题是二次函数的综合题，考查了待定系数法求二次函数的解析式，正切函数，最小值等，分类讨论的思想是本题的关键．

21．（2015•衢州）如图，已知直线$y=-\frac{3}{4}x+3$分别交x轴、y轴于点A、B，P是抛物线$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+5$的一个动点，其横坐标为a，过点P且平行于y轴的直线交直线$y=-\frac{3}{4}x+3$于点Q，则当$PQ=BQ$时，a的值是$\underline{\ -1，4，4+2\sqrt{5}，4-2\sqrt{5}\ }$．



考点： 二次函数综合题．

分析： 设点P的坐标为（a，$-\frac{1}{2}a^2+2a+5$），分别表示出B、Q的坐标，然后根据$PQ=BQ$，列方程求出a的值．

解答： 解：设点P的坐标为（a，$-\frac{1}{2}a^2+2a+5$），

则点Q为（a，$-\frac{3}{4}a+3$），点B为（0，3），

当点P在点Q上方时，$BQ=\sqrt{a^2+(\frac{3}{4}a)^2}=\frac{5}{4}a$，

$PQ=-\frac{1}{2}a^2+2a+5-(-\frac{3}{4}a+3)=-\frac{1}{2}a^2+\frac{11}{4}a+2$，

$\because PQ=BQ$，

$\therefore \frac{5}{4}a=-\frac{1}{2}a^2+\frac{11}{4}a+2$，

整理得：$a^2-3a-4=0$，

解得：$a=-1$或$a=4$，

当点P在点Q下方时，$BQ=\sqrt{a^2+\left(\frac{3}{4}a\right)^2}=\frac{5}{4}a$，

$PQ=-\frac{3}{4}a+3-\left(-\frac{1}{2}a^2+2a+5\right)=\frac{1}{2}a^2-\frac{11}{4}a-2$，

$\because PQ=BQ$，

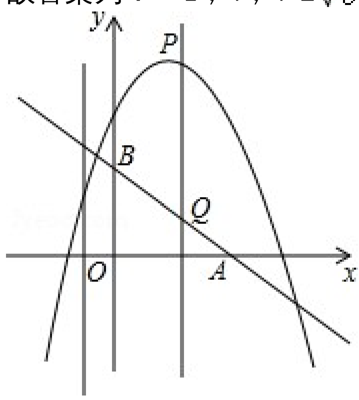
$\therefore \frac{5}{4}a=\frac{1}{2}a^2-\frac{11}{4}a-2$，

整理得：$a^2-8a-4=0$，

解得：$a=4+2\sqrt{5}$或$a=4-2\sqrt{5}$．

综上所述，a的值为：-1，4，$4+2\sqrt{5}$，$4-2\sqrt{5}$．

故答案为：-1，4，$4+2\sqrt{5}$，$4-2\sqrt{5}$．



点评：　本题考查了二次函数的综合题，涉及了二次函数与一次函数的交点问题，以及两点间的距离，解答本题的关键是设出点P的坐标，表示出PQ、BQ的长度，然后根据$PQ=BQ$，分情况讨论并求解，难度一般．