

考点跟踪训练3 因式分解

一、选择题

1. (2011·泰安)下列等式不成立的是()

A. $m^2 - 16 = (m - 4)(m + 4)$

B. $m^2 + 4m = m(m + 4)$

C. $m^2 - 8m + 16 = (m - 4)^2$

D. $m^2 + 3m + 9 = (m + 3)^2$

答案 D

解析 右边 $(m + 3)^2 = m^2 + 6m + 9 \neq m^2 + 3m + 9$.

2. (2011·无锡)分解因式 $2x^2 - 4x + 2$ 的最终结果是()

A. $2x(x - 2)$ B. $2(x^2 - 2x + 1)$

C. $2(x - 1)^2$ D. $(2x - 2)^2$

答案 C

解析 $2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1) = 2(x - 1)^2$.

3. (2011·济宁)把代数式 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ 分解因式, 结果正确的是()

A. $x(3x + y)(x - 3y)$

B. $3x(x^2 - 2xy + y^2)$

C. $x(3x - y)^2$

D. $3x(x - y)^2$

答案 D

解析 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2 = 3x(x^2 - 2xy + y^2) = 3x(x - y)^2$.

4. 已知 x, y 满足等式 $2x + x^2 + x^2y^2 + 2 = -2xy$, 那么 $x + y$ 的值为()

A. -1 B. 0 C. 2 D. 1

答案 B

解析 原式可转化为: $(x^2y^2 + 2xy + 1) + (x^2 + 2x + 1) = 0$, 即 $(xy + 1)^2 + (x + 1)^2 = 0$, $\therefore xy + 1 = 0$ 且 $x + 1 = 0$, $\therefore x = -1, y = 1, x + y = 0$.

5. (2011·台湾)下列四个多项式, 哪一个是 $2x^2 + 5x - 3$ 的因式?()

A. $2x - 1$ B. $2x - 3$

C. $x - 1$ D. $x - 3$

答案 A

解析 $2x^2 + 5x - 3 = (x + 3)(2x - 1)$.

二、填空题

6. (2011·绍兴)分解因式: $x^2 + x =$ _____.

答案 $x(x + 1)$

解析 $x^2 + x = x(x + 1)$.

7. (2011·杭州模拟)在实数范围内分解因式: $2a^3 - 16a =$ _____.

答案 $2a(a + 2)(a - 2)$

解析 $2a^3 - 16a = 2a(a^2 - 8) = 2a = 2a(a + 2)(a - 2)$.

8. (2011·枣庄)若 $m^2 - n^2 = 6$, 且 $m - n = 2$, 则 $m + n =$ _____.

答案 3

解析 $m^2 - n^2 = 6$, $(m + n)(m - n) = 6$, $(m + n) \times 2 = 6$, $m + n = 3$.

9. (2011·威海)分解因式: $16 - 8(x - y) + (x - y)^2 =$ _____.

答案 $(x - y - 4)^2$

解析 $16 - 8(x - y) + (x - y)^2 = (x - y)^2 - 2 \cdot (x - y) \cdot 4 + 4^2 = (x - y - 4)^2$.

10. (2011·潍坊)分解因式: $a^3 + a^2 - a - 1 =$ _____.

答案 $(a + 1)^2(a - 1)$

解析 $a^3 + a^2 - a - 1 = (a^3 + a^2) - (a + 1) = a^2(a + 1) - (a + 1) = (a + 1)(a^2 - 1) = (a + 1)^2(a - 1)$.

三、解答题

11. (2011·宿迁)已知实数 a, b 满足 $ab = 1, a + b = 2$, 求代数式 $a^2b + ab^2$ 的值.

解 当 $ab = 1$, $a + b = 2$ 时, 原式 $= ab(a + b) = 1 \times 2 = 2$.

12. (2011·湖州)因式分解: $a^3 - 9a$.

解 原式 $= a(a^2 - 9) = a(a + 3)(a - 3)$.

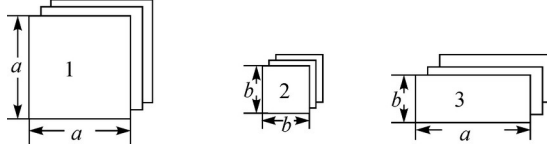
13. (2011·广州)分解因式: $8(x^2 - 2y^2) - x(7x + y) + xy$.

解 $8(x^2 - 2y^2) - x(7x + y) + xy$

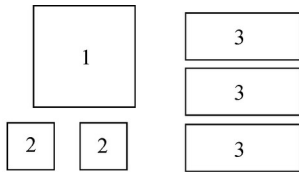
$$= 8x^2 - 16y^2 - 7x^2 - xy + xy$$

$$= x^2 - 16y^2 = (x + 4y)(x - 4y)$$

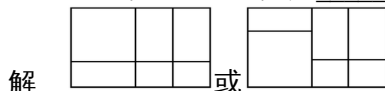
14. (2011·衢州)有足够多的长方形和正方形的卡片, 如下图.



如果选取 1 号、2 号、3 号卡片分别为 1 张、2 张、3 张, 可拼成一个长方形(不重叠无缝隙). 请画出这个长方形的草图, 并运用拼图前后面积之间的关系说明这个长方形的代数意义.



这个长方形的代数意义是 _____ .



$$a^2 + 3ab + 2b^2 = (a + b)(a + 2b)$$

15. 设 $a = m + 1$, $b = m + 2$, $c = m + 3$. 求代数式 $a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc + c^2$ 的值.

解 原式 $= (a^2 + 2ab + b^2) - (2ac + 2bc) + c^2$

$$= (a + b)^2 - 2(a + b)c + c^2$$

$$= (a + b - c)^2$$

$$= 2^2$$

$$= 2^2 = m^2$$

四、选做题

16. 分解因式: $x^{15} + x^{14} + x^{13} + \cdots + x^2 + x + 1$.

分析 这个多项式的特点是: 有 16 项, 从最高次项 x^{15} 开始, x 的次数顺次递减至 0, 由此想到应用公式 $a^n - b^n$ 来分解.

解 因为 $x^{16} - 1 = (x - 1)(x^{15} + x^{14} + x^{13} + \cdots + x^2 + x + 1)$,

所以原式 =

$$=$$

$$=$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)$$

说明: 在本题的分解过程中, 用到先乘以 $(x - 1)$, 再除以 $(x - 1)$ 的技巧, 这一技巧在等式变形中很常用.