

## 2015 中考数学真题分类汇编：07 分式与分式方程

### 一. 选择题 (共 10 小题)

1. (2015•南昌) 下列运算正确的是 ( )

A.  $(2a^2)^3=6a^6$  B.  $-a^2b^2 \cdot 3ab^3=-3a^2b^5$

C.  $\frac{a^2-1}{a} \cdot \frac{1}{a+1}=-1$  D.  $\frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a}=-1$

2. (2015•山西) 化简  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a-b}$  的结果是 ( )

A.  $\frac{a}{a-b}$  B.  $\frac{b}{a-b}$  C.  $\frac{a}{a+b}$  D.  $\frac{b}{a+b}$

3. (2015•台湾) 将甲、乙、丙三个正分数化为最简分数后, 其分子分别为 6、15、10, 其分母的最小公倍数为 360. 判断甲、乙、丙三数的大小关系为何? ( )

A. 乙 > 甲 > 丙 B. 乙 > 丙 > 甲 C. 甲 > 乙 > 丙 D. 甲 > 丙 > 乙

4. (2015•厦门)  $2^{-3}$  可以表示为 ( )

A.  $2^2 \div 2^5$  B.  $2^{5 \div 2^2}$  C.  $2^2 \times 2^5$  D.  $(-2) \times (-2) \times (-2)$

5. (2015•枣庄) 关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x-a}{x+1}=1$  的解为正数, 则字母  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $a \geq -1$  B.  $a > -1$  C.  $a \leq -1$  D.  $a < -1$

6. (2015•齐齐哈尔) 关于  $x$  的分式方程  $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$  有解, 则字母  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $a=5$  或  $a=0$  B.  $a \neq 0$  C.  $a \neq 5$  D.  $a \neq 5$  且  $a \neq 0$

7. (2015•荆州) 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{m-1}{x-1}=2$  的解为非负数, 则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $m > -1$  B.  $m \geq 1$  C.  $m > -1$  且  $m \neq 1$  D.  $m \geq -1$  且  $m \neq 1$

8. (2015•南宁) 对于两个不相等的实数  $a, b$ , 我们规定符号  $\text{Max}\{a, b\}$  表示  $a, b$  中的较大值, 如:  $\text{Max}\{2, 4\}=4$ , 按照这个规定, 方程  $\text{Max}\{x, -x\} = \frac{2x+1}{x}$  的解为 ( )

A.  $1-\sqrt{2}$  B.  $2-\sqrt{2}$  C.  $1+\sqrt{2}$  或  $1-\sqrt{2}$  D.  $1+\sqrt{2}$  或  $-1$

9. (2015•营口) 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{2}{x-3} + \frac{x+m}{3-x} = 2$  有增根, 则  $m$  的值是 ( )

A.  $m=-1$  B.  $m=0$  C.  $m=3$  D.  $m=0$  或  $m=3$

10. (2015•茂名) 张三和李四两人加工同一种零件, 每小时张三比李四多加工 5 个零件, 张三加工 120 个这种零件与李四加工 100 个这种零件所用时间相等, 求张三和李四每小时各加工多少个这种零件? 若设张三每小时经过这种零件  $x$  个, 则下面列出的方程正确的是 ( )

A.  $\frac{120}{x-5} = \frac{100}{x}$  B.  $\frac{120}{x} = \frac{100}{x-5}$  C.  $\frac{120}{x+5} = \frac{100}{x}$  D.  $\frac{120}{x} = \frac{100}{x+5}$

## 二. 填空题 (共9小题)

11. (2015•上海) 如果分式  $\frac{2x}{x+3}$  有意义, 那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. (2015•常德) 使分式  $\frac{x^2-1}{x+1}$  的值为0, 这时  $x=$ \_\_\_\_\_.

13. (2015•梅州) 若  $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$ , 对任意自然数  $n$  都成立, 则  $a=$ \_\_\_\_\_,  $b=$ \_\_\_\_\_ ; 计算:  $m = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21} =$ \_\_\_\_\_.

14. (2015•黄冈) 计算  $\frac{b}{a^2-b^2} \div (1 - \frac{a}{a+b})$  的结果是\_\_\_\_\_.

15. (2015•安徽) 已知实数  $a, b, c$  满足  $a+b=ab=c$ , 有下列结论:

- ① 若  $c \neq 0$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ;
- ② 若  $a=3$ , 则  $b+c=9$ ;
- ③ 若  $a=b=c$ , 则  $abc=0$ ;
- ④ 若  $a, b, c$  中只有两个数相等, 则  $a+b+c=8$ .

其中正确的是\_\_\_\_\_ (把所有正确结论的序号都选上).

16. (2015•毕节市) 关于  $x$  的方程  $x^2 - 4x + 3 = 0$  与  $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+a}$  有一个解相同, 则  $a=$ \_\_\_\_\_.

17. (2015•黑龙江) 关于  $x$  的分式方程  $\frac{m}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} = 0$  无解, 则  $m=$ \_\_\_\_\_.

18. (2015•湖北) 分式方程  $\frac{1}{x-5} - \frac{10}{x^2-10x+25} = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

19. (2015•通辽) 某市为处理污水, 需要铺设一条长为  $5000m$  的管道, 为了尽量减少施工对交通所造成的影响, 实际施工时每天比原计划多铺设  $20m$ , 结果提前  $15$  天完成任务. 设原计划每天铺设管道  $xm$ , 则可得方程\_\_\_\_\_.

## 三. 解答题 (共10小题)

20. (2015•宜昌) 化简:  $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} + \frac{2}{x+1}$ .

21. (2015•南充) 计算:  $(a+2 - \frac{5}{a-2}) \cdot \frac{2a-4}{3-a}$ .

22. (2015•重庆) 计算:

(1)  $y(2x-y) + (x+y)^2$ ;

(2)  $(y-1 - \frac{8}{y+1}) \div \frac{y^2-6y+9}{y^2+y}$ .

23. (2015•枣庄) 先化简, 再求值:  $(\frac{x^2-2x+4}{x-1}+2-x) \div \frac{x^2+4x+4}{1-x}$ , 其中  $x$  满足  $x^2-4x+3=0$ .

24. (2015•烟台) 先化简:  $\frac{x^2+x}{x^2-2x+1} \div (\frac{2}{x-1}-\frac{1}{x})$ , 再从  $-2 < x < 3$  的范围内选取一个你最喜欢的值代入, 求值.

25. (2015•河南) 先化简, 再求值:  $\frac{a^2-2ab+b^2}{2a-2b} \div (\frac{1}{b}-\frac{1}{a})$ , 其中  $a=\sqrt{5}+1, b=\sqrt{5}-1$ .

26. (2015•黔东南州) 先化简, 再求值:  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div (m+2-\frac{5}{m-2})$ , 其中  $m$  是方程  $x^2+2x-3=0$  的根.

27. (2015•哈尔滨) 先化简, 再求代数式:  $(\frac{1}{x-y}-\frac{2}{x^2-xy}) \div \frac{x-2}{3x}$  的值, 其中  $x=2+\tan 60^\circ, y=4\sin 30^\circ$ .

28. (2015•广元) 先化简:  $(\frac{2x^2+2x}{x^2-1}-\frac{x^2-x}{x^2-2x+1}) \div \frac{x}{x+1}$ , 然后解答下列问题:

- (1) 当  $x=3$  时, 求原代数式的值;
- (2) 原代数式的值能等于  $-1$  吗? 为什么?

29. (2015•安顺) “母亲节”前夕, 某商店根据市场调查, 用 3000 元购进第一批盒装花, 上市后很快售完, 接着又用 5000 元购进第二批这种盒装花. 已知第二批所购花的盒数是第一批所购花盒数的 2 倍, 且每盒花的进价比第一批的进价少 5 元. 求第一批盒装花每盒的进价是多少元?

## 2015 中考数学真题分类汇编: 07 分式与分式方程

参考答案与试题解析

### 一. 选择题 (共 10 小题)

1. (2015•南昌) 下列运算正确的是 ( )

A.  $(2a^2)^3=6a^6$  B.  $-a^2b^2 \cdot 3ab^3=-3a^2b^5$

C.  $\frac{a^2-1}{a} \cdot \frac{1}{a+1} = -1$  D.  $\frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a} = -1$

考点: 分式的乘除法; 幂的乘方与积的乘方; 单项式乘单项式; 分式的加减法.

专题: 计算题.

分析: A、原式利用幂的乘方与积的乘方运算法则计算得到结果, 即可做出判断;

B、原式利用单项式乘以单项式法则计算得到结果, 即可做出判断;

C、原式约分得到结果, 即可做出判断;

D、原式变形后, 利用同分母分式的减法法则计算, 约分即可得到结果.

解答：解：A、原式= $8a^4$ ，错误；

B、原式= $-3a^3b^5$ ，错误；

C、原式= $a^{-1}$ ，错误；

D、原式= $\frac{b-a-(a-b)}{a-b} = -1$ ，正确；

故选D．

点评：此题考查了分式的乘除法，幂的乘方与积的乘方，单项式乘单项式，以及分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

2. (2015•山西) 化简  $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2} - \frac{b}{a-b}$  的结果是 ( )

A.  $\frac{a}{a-b}$     B.  $\frac{b}{a-b}$     C.  $\frac{a}{a+b}$     D.  $\frac{b}{a+b}$

考点：分式的加减法．

专题：计算题．

分析：原式第一项约分后，利用同分母分式的减法法则计算，即可得到结果．

解答：解：原式= $\frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} - \frac{b}{a-b}$

$$= \frac{a+b}{a-b} - \frac{b}{a-b}$$

$$= \frac{a+b-b}{a-b}$$

$$= \frac{a}{a-b}$$

故选A．

点评：此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

3. (2015•台湾) 将甲、乙、丙三个正分数化为最简分数后，其分子分别为6、15、10，其分母的最小公倍数为360．判断甲、乙、丙三数的大小关系为何？( )

A. 乙>甲>丙    B. 乙>丙>甲    C. 甲>乙>丙    D. 甲>丙>乙

考点：分式的混合运算．

分析：首先把360分解质因数，可得 $360=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ；然后根据甲乙丙化为最简分数后的分子分别为6、15、10， $6=2 \times 3$ ，可得化简后的甲的分母中不含有因数2、3，只能为5，即化简后的甲为 $\frac{6}{5}$ ；再根据 $15=3 \times 5$ ，可得化简后的乙的分母中不含有因数

3、5，只能为2，4或8；再根据 $10=2 \times 5$ ，可得化简后的丙的分母中不含有因数2、5，只能为3或9；最后根据化简后的三个数的分母的最小公倍数为360，甲的分母为5，可得乙、丙的最小公倍数是 $360 \div 5 = 72$ ，再根据化简后的乙、丙两数的分母的取值情况分类讨论，判断出化简后的乙、丙两数的分母各是多少，进而求出化简后的甲乙丙各是多少，再根据分数大小比较的方法判断即可．

解答：解： $360=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ；

因为 $6=2 \times 3$ ，

所以化简后的甲的分母中不含有因数2、3，只能为5，

即化简后的甲为 $\frac{6}{5}$ ;

因为  $15=3\times 5$ ,

所以化简后的乙的分母中不含有因数 3、5, 只能为 2, 4 或 8;

因为  $10=2\times 5$ ,

所以化简后的丙的分母中不含有因数 2、5, 只能为 3 或 9;

因为化简后的三个数的分母的最小公倍数为 360, 甲的分母为 5,

所以乙、丙的最小公倍数是  $360\div 5=72$ ,

(1) 当乙的分母是 2 时, 丙的分母是 9 时,

乙、丙的最小公倍数是:  $2\times 9=18$ ,

它不满足乙、丙的最小公倍数是 72;

(2) 当乙的分母是 4 时, 丙的分母是 9 时,

乙、丙的最小公倍数是:  $4\times 9=36$ ,

它不满足乙、丙的最小公倍数是 72;

所以乙的分母只能是 8, 丙的分母只能是 9,

此时乙、丙的最小公倍数是:  $8\times 9=72$ ,

所以化简后的乙是 $\frac{15}{8}$ , 丙是 $\frac{10}{9}$ ,

因为 $\frac{15}{8} > \frac{6}{5} > \frac{10}{9}$ ,

所以乙 > 甲 > 丙.

故选: A.

点评: (1) 此题主要考查了最简分数的特征, 以及几个数的最小公倍数的求法, 考查了分类讨论思想的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是分别求出化简后的甲、乙、丙的分母各是多少, 进而求出化简后的甲乙丙各是多少.

(2) 此题还考查了分数大小比较的方法, 要熟练掌握.

4. (2015•厦门)  $2^{-3}$  可以表示为 ( )

A.  $2^2\div 2^5$  B.  $2^5\div 2^2$  C.  $2^2\times 2^5$  D.  $(-2)\times (-2)\times (-2)$

考点: 负整数指数幂; 有理数的乘方; 同底数幂的乘法; 同底数幂的除法.

分析: 根据负整数指数幂、同底数幂的除法, 即可解答.

解答: 解: A、 $2^2\div 2^5=2^{2-5}=2^{-3}$ , 故正确;

B、 $2^5\div 2^2=2^3$ , 故错误;

C、 $2^2\times 2^5=2^7$ , 故错误;

D、 $(-2)\times (-2)\times (-2)=(-2)^3$ , 故错误;

故选: A.

点评: 本题考查了负整数指数幂、同底数幂的除法, 解决本题的关键是熟记负整数指数幂、同底数幂的除法的法则.

5. (2015•枣庄) 关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x-a}{x+1}=1$  的解为正数, 则字母  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $a\geq -1$  B.  $a > -1$  C.  $a\leq -1$  D.  $a < -1$

考点: 分式方程的解.

专题: 计算题.

分析：将分式方程化为整式方程，求得 $x$ 的值然后根据解为正数，求得 $a$ 的范围，但还应考虑分母 $x+1 \neq 0$ 即 $x \neq -1$ 。

解答：解：分式方程去分母得： $2x - a = x + 1$ ，

解得： $x = a + 1$ ，

根据题意得： $a + 1 > 0$ 且 $a + 1 + 1 \neq 0$ ，

解得： $a > -1$ 且 $a \neq -2$ 。

即字母 $a$ 的取值范围为 $a > -1$ 。

故选： $B$ 。

点评：本题考查了分式方程的解，本题需注意在任何时候都要考虑分母不为0。

6. (2015•齐齐哈尔) 关于 $x$ 的分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ 有解，则字母 $a$ 的取值范围是 ( )

$A. a=5$ 或 $a=0$   $B. a \neq 0$   $C. a \neq 5$   $D. a \neq 5$ 且 $a \neq 0$

考点：分式方程的解。

分析：先解关于 $x$ 的分式方程，求得 $x$ 的值，然后再依据“关于 $x$ 的分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ 有解”，即 $x \neq 0$ 且 $x \neq 2$ 建立不等式即可求 $a$ 的取值范围。

解答：解： $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ ，

去分母得： $5(x-2) = ax$ ，

去括号得： $5x - 10 = ax$ ，

移项，合并同类项得：

$$(5-a)x = 10,$$

$\therefore$ 关于 $x$ 的分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ 有解，

$\therefore 5-a \neq 0$ ， $x \neq 0$ 且 $x \neq 2$ ，

即 $a \neq 5$ ，

系数化为1得： $x = \frac{10}{5-a}$ ，

$\therefore \frac{10}{5-a} \neq 0$ 且 $\frac{10}{5-a} \neq 2$ ，

即 $a \neq 5$ ， $a \neq 0$ ，

综上所述：关于 $x$ 的分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ 有解，则字母 $a$ 的取值范围是 $a \neq 5$ ， $a \neq 0$ ，

故选： $D$ 。

点评：此题考查了求分式方程的解，由于我们的目的是求 $a$ 的取值范围，根据方程的解列出关于 $a$ 的不等式。另外，解答本题时，容易漏掉 $5-a \neq 0$ ，这应引起同学们的足够重视。

7. (2015•荆州) 若关于 $x$ 的分式方程 $\frac{m-1}{x-1} = 2$ 的解为非负数，则 $m$ 的取值范围是 ( )

$A. m > -1$   $B. m \geq 1$   $C. m > -1$ 且 $m \neq 1$   $D. m \geq -1$ 且 $m \neq 1$

考点：分式方程的解。

专题：计算题。

分析：分式方程去分母转化为整式方程，表示出整式方程的解，根据解为非负数及分式方程分母不为0求出  $m$  的范围即可。

解答：解：去分母得： $m - 1 = 2x - 2$ ，

解得： $x = \frac{m+1}{2}$ ，

由题意得： $\frac{m+1}{2} \geq 0$  且  $\frac{m+1}{2} \neq 1$ ，

解得： $m \geq -1$  且  $m \neq 1$ ，

故选  $D$

点评：此题考查了分式方程的解，需注意在任何时候都要考虑分母不为0。

8. (2015•南宁) 对于两个不相等的实数  $a, b$ ，我们规定符号  $\text{Max}\{a, b\}$  表示  $a, b$  中的较大值，如： $\text{Max}\{2, 4\} = 4$ ，按照这个规定，方程  $\text{Max}\{x, -x\} = \frac{2x+1}{x}$  的解为 ( )

$A. 1 - \sqrt{2}$   $B. 2 - \sqrt{2}$   $C. 1 + \sqrt{2}$  或  $1 - \sqrt{2}$   $D. 1 + \sqrt{2}$  或  $-1$

考点：解分式方程。

专题：新定义。

分析：根据  $x$  与  $-x$  的大小关系，取  $x$  与  $-x$  中的最大值化简所求方程，求出解即可。

解答：解：当  $x < -x$ ，即  $x < 0$  时，所求方程变形得： $-x = \frac{2x+1}{x}$ ，

去分母得： $x^2 + 2x + 1 = 0$ ，即  $x = -1$ ；

当  $x > -x$ ，即  $x > 0$  时，所求方程变形得： $x = \frac{2x+1}{x}$ ，即  $x^2 - 2x = 1$ ，

解得： $x = 1 + \sqrt{2}$  或  $x = 1 - \sqrt{2}$  (舍去)，

经检验  $x = -1$  与  $x = 1 + \sqrt{2}$  都为分式方程的解。

故选  $D$ 。

点评：此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解。解分式方程一定要注意要验根。

9. (2015•营口) 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{2}{x-3} + \frac{x+m}{3-x} = 2$  有增根，则  $m$  的值是 ( )

$A. m = -1$   $B. m = 0$   $C. m = 3$   $D. m = 0$  或  $m = 3$

考点：分式方程的增根。

分析：方程两边都乘以最简公分母  $(x-3)$ ，把分式方程化为整式方程，再根据分式方程的增根就是使最简公分母等于0的未知数的值求出  $x$  的值，然后代入进行计算即可求出  $m$  的值。

解答：解：方程两边都乘以  $(x-3)$  得，

$2 - x - m = 2(x-3)$ ，

∵分式方程有增根，

∴ $x - 3 = 0$ ，

解得  $x = 2$ ，

∴ $2 - 3 - m = 2(3 - 3)$ ，

解得  $m = -1$ 。

故选  $A$ 。

点评：本题考查了分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行：

① 让最简公分母为0确定增根；

② 化分式方程为整式方程；

③ 把增根代入整式方程即可求得相关字母的值．

10. (2015•茂名) 张三和李四两人加工同一种零件，每小时张三比李四多加工 5 个零件，张三加工 120 个这种零件与李四加工 100 个这种零件所用时间相等，求张三和李四每小时各加工多少个这种零件？若设张三每小时经过这种零件  $x$  个，则下面列出的方程正确的是 ( )

A.  $\frac{120}{x-5} = \frac{100}{x}$     B.  $\frac{120}{x} = \frac{100}{x-5}$     C.  $\frac{120}{x+5} = \frac{100}{x}$     D.  $\frac{120}{x} = \frac{100}{x+5}$

考点： 由实际问题抽象出分式方程．

分析： 根据每小时张三比李四多加工 5 个零件和张三每小时加工这种零件  $x$  个，可知李四每小时加工这种零件的个数，根据张三加工 120 个这种零件与李四加工 100 个这种零件所用时间相等，列出方程即可．

解答： 解：设张三每小时加工这种零件  $x$  个，则李四每小时加工这种零件  $(x-5)$  个，由题意得， $\frac{120}{x} = \frac{100}{x-5}$ ，

故选 B．

点评： 本题考查的是列分式方程解应用题，根据题意准确找出等量关系是解题的关键．

## 二．填空题 (共 9 小题)

11. (2015•上海) 如果分式  $\frac{2x}{x+3}$  有意义，那么  $x$  的取值范围是  $x \neq -3$ ．

考点： 分式有意义的条件．

分析： 根据分式有意义的条件是分母不为 0，列出算式，计算得到答案．

解答： 解：由题意得， $x+3 \neq 0$ ，  
即  $x \neq -3$ ，

故答案为： $x \neq -3$ ．

点评： 本题考查的是分式有意义的条件，从以下三个方面透彻理解分式的概念：

(1) 分式无意义  $\Leftrightarrow$  分母为零；(2) 分式有意义  $\Leftrightarrow$  分母不为零；(3) 分式值为零  $\Leftrightarrow$  分子为零且分母不为零．

12. (2015•常德) 使分式  $\frac{x^2-1}{x+1}$  的值为 0，这时  $x = 1$ ．

考点： 分式的值为零的条件．

专题： 计算题．

分析： 让分子为 0，分母不为 0 列式求值即可．

解答： 解：由题意得：
$$\begin{cases} x^2-1=0, \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$$

解得  $x=1$ ，

故答案为 1．

点评： 考查分式值为 0 的条件；需考虑两方面的情况：分子为 0，分母不为 0．

13. (2015•梅州) 若  $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$ , 对任意自然数  $n$  都成立, 则  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ ; 计算:  $m = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21} = \frac{10}{21}$ .

考点: 分式的加减法.

专题: 计算题.

分析: 已知等式右边通分并利用同分母分式的加法法则计算, 根据题意确定出  $a$  与  $b$  的值即可; 原式利用拆项法变形, 计算即可确定出  $m$  的值.

解答: 解:  $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1} = \frac{a(2n+1) + b(2n-1)}{(2n-1)(2n+1)}$ ,

可得  $2n(a+b) + a - b = 1$ , 即  $\begin{cases} a+b=0 \\ a-b=1 \end{cases}$ ,

解得:  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ ;

$m = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21}) = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{21}) = \frac{10}{21}$ ,

故答案为:  $\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{1}{2}$ ;  $\frac{10}{21}$ .

点评: 此题考查了分式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

14. (2015•黄冈) 计算  $\frac{b}{a^2 - b^2} \div (1 - \frac{a}{a+b})$  的结果是  $\frac{1}{a-b}$ .

考点: 分式的混合运算.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分即可得到结果.

解答: 解: 原式 =  $\frac{b}{(a+b)(a-b)} \div \frac{a+b-a}{a+b} = \frac{b}{(a+b)(a-b)} \cdot \frac{a+b}{b} = \frac{1}{a-b}$ ,

故答案为:  $\frac{1}{a-b}$ .

点评: 此题考查了分式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

15. (2015•安徽) 已知实数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足  $a+b=ab=c$ , 有下列结论:

- ① 若  $c \neq 0$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ;
- ② 若  $a=3$ , 则  $b+c=9$ ;
- ③ 若  $a=b=c$ , 则  $abc=0$ ;
- ④ 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  中只有两个数相等, 则  $a+b+c=8$ .

其中正确的是 ①③④ (把所有正确结论的序号都选上).

考点: 分式的混合运算; 解一元一次方程.

分析: 按照字母满足的条件, 逐一分析计算得出答案, 进一步比较得出结论即可.

解答: 解: ①  $\because a+b=ab \neq 0$ ,  $\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ , 此选项正确;

②  $\because a=3$ , 则  $3+b=3b$ ,  $b = \frac{3}{2}$ ,  $c = \frac{9}{2}$ ,  $\therefore b+c = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$ , 此选项错误;

③ $\because a=b=c$ ，则 $2a=a^2=a$ ， $\therefore a=0$ ， $abc=0$ ，此选项正确；

④ $\because a$ 、 $b$ 、 $c$ 中只有两个数相等，不妨 $a=b$ ，则 $2a=a^2$ ， $a=0$ ，或 $a=2$ ， $a=0$ 不合题意， $a=2$ ，则 $b=2$ ， $c=4$ ， $\therefore a+b+c=8$ ，此选项正确。

其中正确的是①③④。

故答案为：①③④。

点评：此题考查分式的混合运算，一元一次方程的运用，灵活利用题目中的已知条件，选择正确的方法解决问题。

16. (2015•毕节市) 关于 $x$ 的方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 与 $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+a}$ 有一个解相同，则 $a = \underline{1}$ 。

考点：分式方程的解；解一元二次方程-因式分解法。

分析：利用因式分解法求得关于 $x$ 的方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解，然后分别将其代入关于 $x$ 的方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+a}$ ，并求得 $a$ 的值。

解答：解：由关于 $x$ 的方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ ，得

$$(x-1)(x-3) = 0,$$

$$\therefore x-1=0, \text{ 或 } x-3=0,$$

解得 $x_1=1$ ， $x_2=3$ ；

当 $x_1=1$ 时，分式方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+a}$ 无意义；

$$\text{当 } x_2=3 \text{ 时，} \frac{1}{3-1} = \frac{2}{3+a},$$

解得 $a=1$ ，

经检验 $a=1$ 是原方程的解。

故答案为：1。

点评：本题考查了一元二次方程的解、分式方程的解。解分式方程时，注意：分式的分母不为零。

17. (2015•黑龙江) 关于 $x$ 的分式方程 $\frac{m}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} = 0$ 无解，则 $m = \underline{0 \text{ 或 } -4}$ 。

考点：分式方程的解。

分析：分式方程无解的条件是：去分母后所得整式方程无解，或解这个整式方程得到的解使原方程的分母等于0。

解答：解：方程去分母得： $m - (x-2) = 0$ ，

解得： $x=2+m$ ，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时分母为0，方程无解，

$$\text{即 } 2+m=2,$$

$\therefore m=0$ 时方程无解。

当 $m=-2$ 时分母为0，方程无解，

$$\text{即 } 2+m=-2,$$

$\therefore m=-4$ 时方程无解。

综上所述， $m$ 的值是0或-4。

故答案为：0或-4。

点评：本题考查了分式方程无解的条件，是需要识记的内容。

18. (2015•湖北) 分式方程  $\frac{1}{x-5} - \frac{10}{x^2-10x+25} = 0$  的解是 15 .

考点： 解分式方程 .

专题： 计算题 .

分析： 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到  $x$  的值，经检验即可得到分式方程的解 .

解答： 解：去分母得： $x - 5 - 10 = 0$ ，

解得： $x = 15$ ，

经检验  $x = 15$  是分式方程的解 .

故答案为：15 .

点评： 此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解 . 解分式方程一定要注意要验根 .

19. (2015•通辽) 某市为处理污水，需要铺设一条长为  $5000m$  的管道，为了尽量减少施工对交通所造成的影响，实际施工时每天比原计划多铺设  $20m$ ，结果提前 15 天完成任务 . 设原计划每天铺设管道  $xm$ ，则可得方程  $\frac{5000}{x} - \frac{5000}{x+20} = 15$  .

考点： 由实际问题抽象出分式方程 .

分析： 设原计划每天铺设管道  $xm$ ，则实际每天铺设管道  $(x+20)m$ ，根据题意可得，实际比原计划少用 15 天完成任务，据此列方程即可 .

解答： 解：设原计划每天铺设管道  $xm$ ，则实际每天铺设管道  $(x+20)m$ ，

由题意得， $\frac{5000}{x} - \frac{5000}{x+20} = 15$  .

故答案为： $\frac{5000}{x} - \frac{5000}{x+20} = 15$  .

点评： 本题考查了由实际问题抽象出分式方程，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程 .

### 三 . 解答题 (共 10 小题)

20. (2015•宜昌) 化简： $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} + \frac{2}{x+1}$  .

考点： 分式的加减法 .

分析： 首先约分，然后根据同分母分式加减法法则，求出算式  $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} + \frac{2}{x+1}$  的值

是多少即可 .

解答： 解： $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} + \frac{2}{x+1}$

$= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{2}{x+1}$

$= \frac{x-1}{x+1} + \frac{2}{x+1}$

$$= \frac{x+1}{x+1}$$

$$= 1.$$

点评：此题主要考查了分式的加减法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：

(1) 同分母分式加减法法则：同分母的分式相加减，分母不变，把分子相加减。

(2) 异分母分式加减法法则：把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式，叫做通分，经过通分，异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减法。

21. (2015•南充) 计算： $(a+2 - \frac{5}{a-2}) \cdot \frac{2a-4}{3-a}$ .

考点：分式的混合运算。

分析：首先将括号里面通分运算，进而利用分式的性质化简求出即可。

$$\begin{aligned} \text{解答：解：} & (a+2 - \frac{5}{a-2}) \cdot \frac{2a-4}{3-a} \\ & = [\frac{(a+2)(a-2)}{a-2} - \frac{5}{a-2}] \times \frac{2(a-2)}{3-a} \\ & = \frac{(a-3)(a+3)}{a-2} \times \frac{2(a-2)}{3-a} \end{aligned}$$

$$= -2a - 6.$$

点评：此题主要考查了分式的混合运算，正确进行通分运算是解题关键。

22. (2015•重庆) 计算：

(1)  $y(2x-y) + (x+y)^2$ ;

(2)  $(y-1 - \frac{8}{y+1}) \div \frac{y^2-6y+9}{y^2+y}$ .

考点：分式的混合运算；整式的混合运算。

专题：计算题。

分析：(1) 原式利用单项式乘以多项式，以及完全平方公式化简，去括号合并即可得到结果；

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果。

解答：解：(1) 原式  $= 2xy - y^2 + x^2 + 2xy + y^2$   
 $= 4xy + x^2$ ;

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= \frac{(y+3)(y-3)}{y+1} \cdot \frac{y(y+1)}{(y-3)^2} \\ &= \frac{y^2+3y}{y-3}. \end{aligned}$$

点评：此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

23. (2015•枣庄) 先化简，再求值： $(\frac{x^2-2x+4}{x-1} + 2-x) \div \frac{x^2+4x+4}{1-x}$ ，其中  $x$  满足  $x^2$

$$-4x+3=0.$$

考点：分式的化简求值；解一元二次方程-因式分解法。

分析：通分相加，因式分解后将除法转化为乘法，再将方程的解代入化简后的分式解答．

解答：解：原式= $\frac{x^2-2x+4+(2-x)(x-1)}{x-1} \div \frac{(x+2)^2}{1-x}$

$$= \frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{1-x}{(x+2)^2}$$

$$= -\frac{1}{x+2},$$

解方程  $x^2-4x+3=0$  得，

$$(x-1)(x-3)=0,$$

$x_1=1, x_2=3$ ．

当  $x=1$  时，原式无意义；当  $x=3$  时，原式= $-\frac{1}{3+2}=-\frac{1}{5}$ ．

点评：本题综合考查了分式的混合运算及因式分解同时考查了一元二次方程的解法．在代入求值时，要使分式有意义．

24．(2015•烟台)先化简： $\frac{x^2+x}{x^2-2x+1} \div (\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x})$ ，再从  $-2 < x < 3$  的范围内选取

一个你最喜欢的值代入，求值．

考点：分式的化简求值．

专题：计算题．

分析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把  $x$  的值代入计算即可求出值．

解答：解：原式= $\frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \div \frac{2x-x+1}{x(x-1)} = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1} = \frac{x^2}{x-1}$ ，

当  $x=2$  时，原式=4．

点评：此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

25．(2015•河南)先化简，再求值： $\frac{a^2-2ab+b^2}{2a-2b} \div (\frac{1}{b} - \frac{1}{a})$ ，其中  $a=\sqrt{5}+1, b=\sqrt{5}$

-1．

考点：分式的化简求值．

专题：计算题．

分析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把  $a$  与  $b$  的值代入计算即可求出值．

解答：解：原式= $\frac{(a-b)^2}{2(a-b)} \cdot \frac{ab}{a-b} = \frac{ab}{2}$ ，

当  $a=\sqrt{5}+1, b=\sqrt{5}-1$  时，原式=2．

点评：此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

26. (2015•黔东南州) 先化简, 再求值:  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2 - \frac{5}{m-2}\right)$ , 其中  $m$  是方

程  $x^2+2x-3=0$  的根.

考点: 分式的化简求值; 解一元二次方程-因式分解法.

分析: 首先根据运算顺序和分式的化简方法, 化简  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2 - \frac{5}{m-2}\right)$ , 然

后应用因式分解法解一元二次方程, 求出  $m$  的值是多少; 最后把求出的  $m$  的值代入化

简后的算式, 求出算式  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2 - \frac{5}{m-2}\right)$  的值是多少即可.

解答: 解:  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2 - \frac{5}{m-2}\right)$

$$= \frac{m-3}{3m(m-2)} \div \frac{(m+3)(m-3)}{m-2}$$

$$= \frac{1}{3m(m+3)}$$

$$\because x^2+2x-3=0,$$

$$\therefore (x+3)(x-1)=0,$$

解得  $x_1=-3, x_2=1$ ,

$\therefore m$  是方程  $x^2+2x-3=0$  的根,

$$\therefore m_1=-3, m_2=1,$$

$$\therefore m+3 \neq 0,$$

$$\therefore m \neq -3,$$

$$\therefore m=1,$$

$$\text{所以原式} = \frac{1}{3m(m+3)}$$

$$= \frac{1}{3 \times 1 \times (1+3)}$$

$$= \frac{1}{12}$$

点评: (1) 此题主要考查了分式的化简求值问题, 注意化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤.

(2) 此题还考查了解一元二次方程-因式分解法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确因式分解法解一元二次方程的一般步骤: ①移项, 使方程的右边化为零; ②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积; ③令每个因式分别为零, 得到两个一元一次方程; ④解这两个一元一次方程, 它们的解就都是原方程的解.

27. (2015•哈尔滨) 先化简, 再求代数式:  $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{2}{x^2-xy}\right) \div \frac{x-2}{3x}$  的值, 其中

$$x=2+\tan 60^\circ, y=4\sin 30^\circ.$$

考点: 分式的化简求值; 特殊角的三角函数值.

专题： 计算题．

分析： 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 $x$ 与 $y$ 的值代入计算即可求出值．

解答： 解：原式 $=\frac{x-2}{x(x-y)}\cdot\frac{3x}{x-2}=\frac{3}{x-y}$ ，

当 $x=2+\sqrt{3}$ ， $y=4\times\frac{1}{2}=2$ 时，原式 $=\sqrt{3}$ ．

点评： 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

28．（2015•广元）先化简： $(\frac{2x^2+2x}{x^2-1}-\frac{x^2-x}{x^2-2x+1})\div\frac{x}{x+1}$ ，然后解答下列问题：

（1）当 $x=3$ 时，求原代数式的值；

（2）原代数式的值能等于 $-1$ 吗？为什么？

考点： 分式的化简求值．

分析： （1）这是个分式除法与减法混合运算题，运算顺序是先做括号内的减法，此时要注意把各分子、分母先因式分解，约分后再做减法运算；做除法时要注意先把除法运算转化为乘法运算，然后约分化为最简形式，再将 $x=3$ 代入计算即可；

（2）如果 $\frac{x+1}{x-1}=1$ ，求出 $x=0$ ，此时除式 $\frac{x}{x+1}=0$ ，原式无意义，从而得出原代数式的值

不能等于 $-1$ ．

解答： 解：（1） $(\frac{2x^2+2x}{x^2-1}-\frac{x^2-x}{x^2-2x+1})\div\frac{x}{x+1}$

$$=[\frac{2x(x+1)}{(x+1)(x-1)}-\frac{x(x-1)}{(x-1)^2}]\cdot\frac{x+1}{x}$$

$$=(\frac{2x}{x-1}-\frac{x}{x-1})\cdot\frac{x+1}{x}$$

$$=\frac{x}{x-1}\cdot\frac{x+1}{x}$$

$$=\frac{x+1}{x-1}$$

当 $x=3$ 时，原式 $=\frac{3+1}{3-1}=2$ ；

（2）如果 $\frac{x+1}{x-1}=1$ ，那么 $x+1=x-1$ ，

解得 $x=0$ ，

当 $x=0$ 时，除式 $\frac{x}{x+1}=0$ ，原式无意义，

故原代数式的值不能等于 $-1$ ．

点评： 本题考查了分式的化简求值．解这类题的关键是利用分解因式的方法化简分式，熟练掌握运算顺序与运算法则是解题的关键．

29．（2015•安顺）“母亲节”前夕，某商店根据市场调查，用3000元购进第一批盒装花，上市后很快售完，接着又用5000元购进第二批这种盒装花．已知第二批所购花的盒数

是第一批所购花盒数的 2 倍，且每盒花的进价比第一批的进价少 5 元．求第一批盒装花每盒的进价是多少元？

考点： 分式方程的应用．

专题： 应用题．

分析： 设第一批盒装花的进价是  $x$  元/盒，则第一批进的数量是： $\frac{3000}{x}$ ，第二批进的

数量是： $\frac{5000}{x-5}$ ，再根据等量关系：第二批进的数量=第一批进的数量 $\times 2$  可得方程．

解答： 解：设第一批盒装花的进价是  $x$  元/盒，则

$$2 \times \frac{3000}{x} = \frac{5000}{x-5},$$

解得  $x=30$

经检验， $x=30$  是原方程的根．

答：第一批盒装花每盒的进价是 30 元．

点评： 本题考查了分式方程的应用．注意，分式方程需要验根，这是易错的地方．