

2013年安徽省初中毕业学业考试

数学试题

注意事项：本卷共八大题，计23小题，满分150分，考试时间120分钟

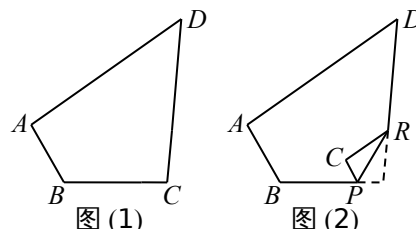
一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，满分40分）

每小题都给出代号为A、B、C、D的四个选项，其中只有一个是正确的，请把正确选项的代号写在题后的括号内。每一小题，选对得4分，不选、选错或选出的代号超过一个的（不论是否写在括号内）一律得0分。

1. 下列计算中，正确的是（ ）

A. $a^3+a^2=a^5$ B. $a^3 \cdot a^2=a^5$ C. $(a^3)^2=a^9$

D. $a^3-a^2=a$



2. 9月20日《情系玉树 大爱无疆——抗洪抢险大型募捐活动》在中央电视台现场直播，截至当晚11时30分特别

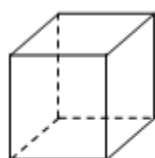
节目结束，共募集善款21.75亿元。将21.75亿元用科学记数法表示（保留两位有效数字）为（ ）

A. 21×10^8 元 B. 22×10^8 元
C. 2.2×10^9 元 D. 2.1×10^9 元

3. 图(1)是四边形纸片ABCD，其中 $\angle B=120^\circ$ ， $\angle D=50^\circ$ 。若将其右下角向内折出一 $\triangle PCR$ ，恰使 $CP \parallel AB$ ， $RC \parallel AD$ ，如图(2)所示，则 $\angle C$ 为（ ）

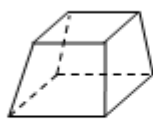
A. 80° B. 85° C. 95° D. 110°

4. 在下面的四个几何体中，它们各自的左视图与主视图不全等的是（ ）



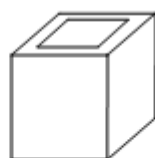
正方体

A.



正四棱台

B.



有正方孔的正方体

C.



底面是长方形的四棱锥

D.

5. 如果 $\sqrt{x-1}$ 有意义，那么字母x的取值范围是（ ）

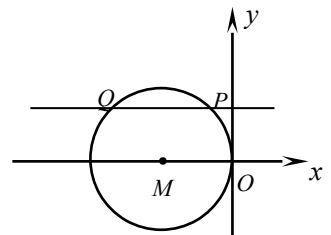
A. $x \geq 1$ B. $x > 1$ C. $x \leq 1$ D. $x < 1$

6. 下列调查方式合适的是 ()
- A. 了解炮弹的杀伤力, 采用普查的方式
 B. 了解全国中学生的视力状况, 采用普查的方式
 C. 了解一批罐头产品的质量, 采用抽样调查的方式
 D. 对载人航天器“嫦娥二号”零部件的检查, 采用抽样调查的方式

7. 已知半径分别为 4cm 和 7cm 的两圆相交, 则它们的圆心距可能是 ()
- A. 1cm B. 3cm C. 10cm D. 15cm

8. 函数 $y=(1-k)/x$ 与 $y=2x$ 的图象没有交点, 则 k 的取值范围为 ()
- A. $k < 0$ B. $k < 1$ C. $k > 0$ D. $k > 1$

9. 如图, 在平面直角坐标系中, $\odot M$ 与 y 轴相切于原点 O , 平行于 x 轴的直线交 $\odot M$ 于 P, Q 两点, 点 P 在点 Q 的右方, 若点 P 的坐标是 $(-1, 2)$, 则点 Q 的坐标是 ()



(第 9 题)

10. 如图, 有三条绳子穿过一片木板, 姐妹两人分别站在木板的左、右两边, 各选该边的一条绳子。若每边每条绳子被选中的机会相等, 则两人选到同一条绳子的机率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$



(第 10 题)

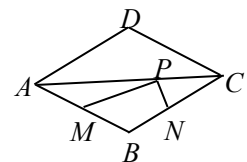
二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{2} \leq 1+x, \\ 2-2(x-2) < 5 \end{cases}$$

11. 分解因式 $x(x+4)+4$ 的结果_____.

12. 不等式组的解集是_____.

13. 如图, 菱形 $ABCD$ 的两条对角线分别长 6 和 8, 点 P 是对角线 AC 上的一个动点, 点 M, N 分别是边 AB, BC 的中点, 则 $PM+PN$ 的最小值是_____.



第 13 题图

14. 在数学中, 为了简便, 记 $\sum_{k=1}^n k = 1+2+3+\dots+(n-1)+n$. $1! = 1$, $2! = 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1$, \dots , $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$. 则

$$\frac{(x-1)^2}{x^2-1} + \frac{x^2}{x+1}$$

$$\sum_{k=1}^{2009} k - \sum_{k=1}^{2010} k + \frac{2010!}{2009!} = \underline{\hspace{2cm}}$$

三．（本大题共 2 题，每题 8 分，满分 16 分）

15．已知 $x^2-2=0$ ，求代数式的值．

【解】

16．如图，在平面直角坐标系中，点 A、B 分别在 x 轴、y 轴上，线段 OA、OB 的长

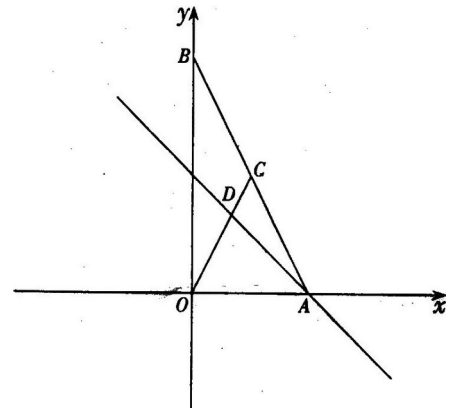
是方程 $x^2-18x+72=0$ 的两个根，点 C 是线段 AB 的中点，点 D 在线段 OC 上， $OD=2CD$ ．

(1)求点 C 的坐标；

(2)求直线 AD 的解析式；

(3)P 是直线 AD 上的点，在平面内是否存在点 Q，使以 O、A、P、Q 为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由．

【解】

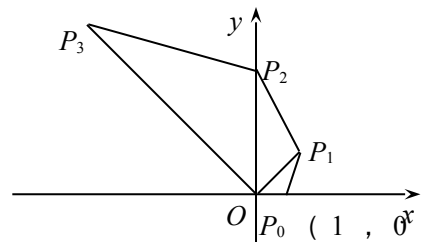


四、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

17. 如图，在直角坐标系中，已知点 P_0 的坐标为 $(1, 0)$ ，将线段 OP_0 按逆时针方向旋转 45° ，将其长度伸长为 OP_0 的 2 倍，得到线段 OP_1 ；再将线段 OP_1 按逆时针方向旋转 45° ，长度伸长为 OP_1 的 2 倍，得到线段 OP_2 ；如此下去，得到线段 OP_3, OP_4, \dots, OP_n (n 为正整数)

(1) 求点 P_6 的坐标； (2) 求 $\triangle P_5OP_6$ 的面积；

(3) 我们规定：把点 $P_n(x_n, y_n)$ ($n=0, 1, 2, 3, \dots$) 的横坐标 x_n 、纵坐标 y_n 都取绝对值后得到的新坐标 $(|x_n|, |y_n|)$ 称之为点 P_n 的“绝对坐标”。根据图中点 P_n 的分布规律，请你猜想点 P_n 的“绝对坐标”，并写出来。



第 17 题图

$$y - x^2 = (m+2)x + \frac{1}{2}m^2 + 2$$

18. 已知：抛物线 C_1 与 $C_2: y = x^2 + 2mx + m$ 具有下列特征：①都与 x 轴有交点；②与 y 轴相交于同一点。

- (1) 求 m, n 的值；
- (2) 试写出 x 为何值时， $y_1 > y_2$ ？
- (3) 试描述抛物线 C_1 通过怎样的变换得到抛物线 C_2 。

【解】

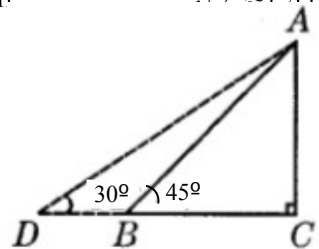
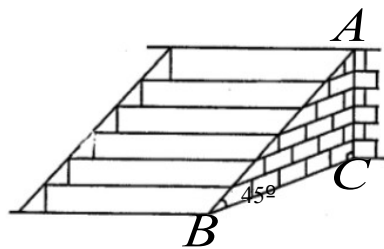
五、（本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

19. 某风景管理区，为提高游客到某景点的安全性，决定将到达该景点的步行台阶进行改善，把倾角由 45° 减至 30° ，已知原台阶坡面 AB 的长为 5m (BC 所在地面为水平面)。

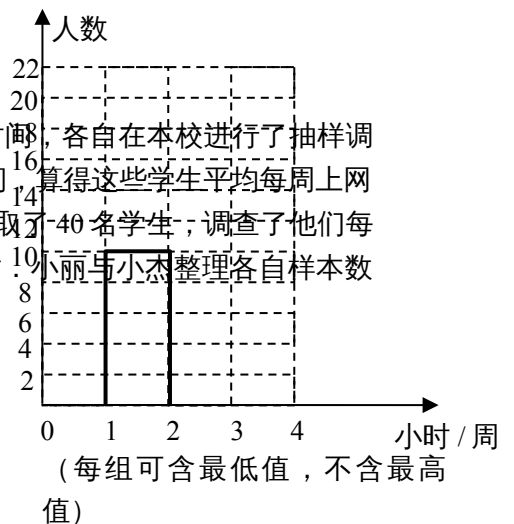
(1) 改善后的台阶坡面会加长多少？

(2) 改善后的台阶多占多长一段水平地面？（结果精确到 0.1m ，参考数据： $\sqrt{5} \approx 2.24$ ，

$\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



20. 初三学生小丽、小杰为了解本校初二学生每周上网的时间，各自在本校进行了抽样调查。小丽调查了初二电脑爱好者中 40 名学生每周上网的时间，算得这些学生平均每周上网时间为 2.5 小时；小杰从全体 320 名初二学生名单中随机抽取了 40 名学生，调查了他们每周上网的时间，算得这些学生平均每周上网时间为 1.2 小时。小丽与小杰整理各自样本数



据，如下表所示。

时间段 (小时/周)	小丽抽样 人数	小杰抽样 人数
0~1	6	22
1~2	10	10
2~3	16	6
3~4	8	2

(每组可含最低值，不含最高值)

请根据上述信息，回答下列问题：

(1) 你认为哪位学生抽取的样本具有代表性？答：_____；

估计该校全体初二学生平均每周上网时间为_____小时；

(2) 根据具有代表性的样本，把上图中的频数分布直方图补画完整；

(3) 在具有代表性的样本中，中位数所在的时间段是_____小时/周；

(4) 专家建议每周上网 2 小时以上(含 2 小时)的同学应适当减少上网的时间，根据具有代表性的样本估计，该校全体初二学生中有多少名同学应适当减少上网的时间？

【解】

六、(本题满分 12 分)

21. 某商场在促销期间规定：商场内所有商品按标价的 80% 出售；同时，当顾客在该商场内消费满一定金额后，还可按如下方案获得相应金额的奖券：

消费金额 a(元)	$200 \leq a < 400$	$400 \leq a < 500$	$500 \leq a < 700$	$700 \leq a < 900$...
获奖券金额(元)	30	60	100	130	...

根据上述促销方法，顾客在该商场购物可以获得双重优惠.例如：购买标价为 400 元的商品，则消费金额为 320 元，获得的优惠额为： $400 \times (1 - 80\%) + 30 = 110$ (元)。

购买商品得到的优惠率 = 购买商品获得的优惠额 ÷ 商品的标价

试问：(1) 购买一件标价为 1000 元的商品，顾客得到的优惠率是多少？

(2) 对于标价在 500 元与 800 元之间(含 500 元和 800 元)的商品，顾客购买标

价为多少元的商品，可以得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率？

七、(本题满分 12 分)

22. 如图 (1)， $\angle ABC=90^\circ$ ， O 为射线 BC 上一点， $OB=4$ ，以点 O 为圆心， $\frac{1}{2}BO$ 长为半径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D 、 E 。

- (1) 当射线 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转多少度时与 $\odot O$ 相切？请说明理由。
- (2) 若射线 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转与 $\odot O$ 相交于 M 、 N 两点 (如图 (2))， $MN=2\sqrt{2}$ ，求 $\overset{\text{Com}}{\text{bin}}$ 的长。

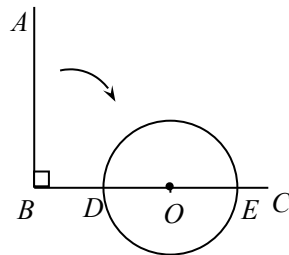


图
(1)

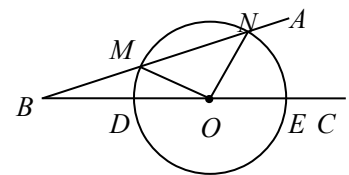


图 (2)

(第 22 题)

八、(本题满分 14 分)

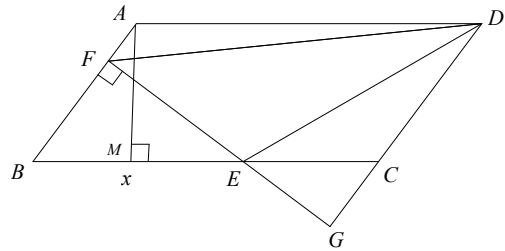
23. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $BC=10$, BC 边上的高 $AM=4$, E 为 BC 边上的一个动点 (不与 B 、 C 重合). 过 E 作直线 AB 的垂线, 垂足为 F . FE 与 DC 的延长线相交于点 G , 连结 DE , DF .

(1) 求证: $\triangle BEF \sim \triangle CEG$.

(2) 当点 E 在线段 BC 上运动时, $\triangle BEF$ 和 $\triangle CEG$ 的周长之间有什么关系? 并说明你的理由.

(3) 设 $BE=x$, $\triangle DEF$ 的面积为 y , 请你求出 y 和 x 之间的函数关系式, 并求出当 x 为何值时, y 有最大值, 最大值是多少?

【解】



数学试题参考答案及评分标准

一、选择题 (每题 4 分, 共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	C	D	A	C	C	D	A	B

二、填空题 (每题 5 分, 共 20 分)

11. $(x+2)^2$ 12. $\frac{1}{2} < x \leq 3$ 13. 5 14. 0

三、解答题 (解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

15. (本题满分 8 分)

$$\text{原式} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} + \frac{x^2}{x+1} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$= \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2}{x+1} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$= \frac{x^2 + x - 1}{x+1} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$\because x^2 - 2 = 0,$$

$$\therefore x^2 = 2 \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2 + x - 1}{x+1} \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

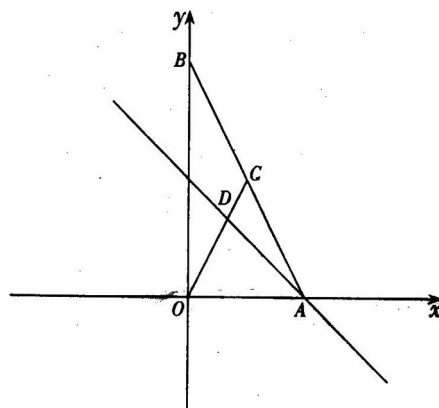
\therefore 原式=1 8分

16. (本题满分 8 分)

[解] (1) OA=6, OB=12

点 C 是线段 AB 的中点, OC=AC

作 CE \perp x 轴于点 E.



∴ OE=OA=3, CE=OB=6.

∴ 点 C 的坐标为(3, 6)

(2)作 DF ⊥ x 轴于点 F

△OFD ∼ △OEC, ∴ 于是可求得 OF=2, DF=4.

∴ 点 D 的坐标为(2, 4)

设直线 AD 的解析式为 y=kx+b.

$$\text{把 } A(6, 0), D(2, 4) \text{ 代入得 } \begin{cases} 6k+b=0 \\ 2k+b=4 \end{cases}$$

解得 k=-1, b=6

∴ 直线 AD 的解析式为 y=-x+6

(3)存在.

Q₁(-3, 3)

Q₂(3, -3)

Q₃(3, -3)

Q₄(6, 6)

17. (本题满分 8 分)

1) 根据旋转规律, 点 P₆ 落在 y 轴的负半轴, 而点 P_n 到坐标原点的距离始终等于前一个点到原点距离的 2 倍, 故其坐标为 P₆(0, 2⁶), 即 P₆(0, 64);

(2) 由已知可得, △P₀OP₁ ∼ △P₁OP₂ ∼ ... ∼ △P_{n-1}OP_n.

设 P₁(x₁, y₁), 则 y₁=2sin45°=√2, ∴ S_{△P₀OP₁} = $\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 又

$$\therefore \frac{OP_6}{OP_1} = 32 \therefore \frac{S_{\Delta P_0 O P_6}}{S_{\Delta P_0 O P_1}} = \left(\frac{32}{1}\right)^2 = 1024, S_{\Delta P_0 O P_6} = 1024 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 512\sqrt{2}$$

(3) 由题意知, OP₀ 旋转 8 次之后回到 x 轴正半轴, 在这 8 次中, 点 P_n 分别落在坐标象限的平分线上或 x 轴或 y 轴上, 但各点绝对坐标的横、纵坐标均为非负数, 因此, 点 P_n 的坐标可分三类情况: 令旋转次数为 n,

① 当 n=8k 或 n=8k+4 时 (其中 k 为自然数), 点 P_n 落在 x 轴上, 此时, 点 P_n 的绝对坐标为

(2ⁿ, 0);

② 当 n=8k+1 或 n=8k+3 或 n=8k+5 或 n=8k+7 时 (其中 k 为自然数), 点 P_n 落在各象限的平分线上, 此时, 点 P_n 的绝对坐标为 ($\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2^n$, $\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2^n$), 即 (2ⁿ⁻¹√2, 2ⁿ⁻¹√2);

③ 当 n=8k+2 或 n=8k+6 时 (其中 k 为自然数), 点 P_n 落在 y 轴上,

此时, 点 P_n 的绝对坐标为 (0, 2ⁿ).

18. (1) 由 C₁ 知:

18. (1) 由 C₁ 知:

$$\Delta = (m+2)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}m^2 + 2\right) = m^2 + 4m + 4 - 2m^2 - 8 = -m^2 + 4m - 4 = -(m-2)^2 \geq 0,$$

∴ m=2. 当 x=0 时, y=4. ∴ 当 x=0 时, n=4.

(2) 令 $y_1 > y_2$ 时, $x^2 - 4x + 4 > x^2 + 4x + 4$, $\therefore x < 0$. \therefore 当 $x < 0$ 时, $y_1 > y_2$;

(3) 由 C_1 向左平移 4 个单位长度得到 C_2 .

19. 解: (1) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$AC = AB \cdot \sin 45^\circ = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (m)}. \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$$AD = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \div \frac{1}{2} = 5\sqrt{2} \approx 5 \times 1.41 \approx 7.05 \text{ (m)}, \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

$\therefore AD - AB = 7.05 - 5 \approx 2.1 \text{ m}$. $\dots\dots 5 \text{ 分}$

即改善后的台阶坡面会加长 2.1 m.

(2) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$BC = AB \cdot \cos 45^\circ = \frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3.53 \text{ (m)}. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$$CD = \frac{AC}{\tan 30^\circ} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 6.10 \text{ (m)}, \quad \dots\dots 8 \text{ 分}$$

$\therefore BD = CD - BC = 6.10 - 3.53 \approx 2.6 \text{ (m)}$. $\dots\dots 9 \text{ 分}$

即改善后的台阶多占 2.6 长的一段水平地面. $\dots\dots 10 \text{ 分}$

20.

- (1) 小杰; 1.2. $\dots\dots 2 \text{ 分}$
- (2) 直方图正确. $\dots\dots 4 \text{ 分}$
- (3) 0~1. $\dots\dots 6 \text{ 分}$
- (4) 该校全体初二学生中有 64 名同学应当适当减少上网的时间. $\dots\dots 8 \text{ 分}$

21.

(1) 优惠额: $1000 \times (1 - 80\%) + 130 = 330$ (元) $\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\text{优惠率: } \frac{330}{1000} \times 100\% = 33\% \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 设购买标价为 x 元的商品可以得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率。购买标价为 500 元与 800 元之间的商品时, 消费金额 a 在 400 元与 640 元之间. $\dots\dots 5 \text{ 分}$

①当 $400 \leq a < 500$ 时, $500 \leq x < 625$

由题意, 得: $0.2x + 60 = \frac{1}{3}x$ 6分

解得: $x = 450$

但 $450 < 500$, 不合题意, 故舍去;8分

②当 $500 \leq a < 640$ 时, $625 \leq x < 800$

由题意, 得: $0.2x + 100 = \frac{1}{3}x$ 10分

解得: $x = 750$

而 $625 \leq 750 < 800$, 符合题意。

答: 购买标价为 750 元的商品可以得到 $\frac{1}{3}$ 的优惠率。12分

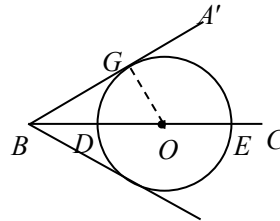
22. (1) 当射线 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转 60 度或 120 度时与 $\odot O$ 相切.2分

理由: 当 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转 60 度到 BA' 的位置.

则 $\angle A'BO = 30^\circ$,

过 O 作 $OG \perp BA'$ 垂足为 G ,

$\therefore OG = \frac{1}{2}OB = 2$4分



$\therefore BA'$ 是 $\odot O$ 的切线.5分

同理, 当 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转 120 度到 BA'' 的位置时 (见图) BA''

也是 $\odot O$ 的切线.6分

(如只有一个答案, 且说理正确, 给 2 分)

(或: 当 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转到 BA' 的位置时, BA 与 $\odot O$ 相切,

设切点为 G , 连结 OG , 则 $OG \perp AB$,

$\therefore OG = \frac{1}{2}OB$, $\therefore \angle A'BO = 30^\circ$.

$\therefore BA$ 绕点 B 按顺时针方向旋转了 60 度.

同理可知, 当 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转到 BA'' 的位置时, BA 与 $\odot O$ 相切, BA

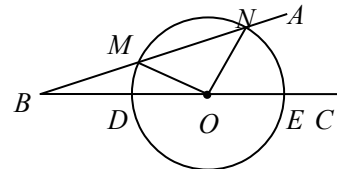
绕点 B 按顺时针方向旋转了 120 度.)

(2) $\because MN = 2\sqrt{2}$, $OM = ON = 2$,

$\therefore MN^2 = OM^2 + ON^2$,8分

$\therefore \angle MON = 90^\circ$9分

\therefore 弧 MN 的长为 $l = 2 \times 90\pi / 180 = \pi$12分



(第 22 题图)

23. 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 所以 $AB = DG$ 1分

所以 $\angle B = \angle GCE$, $\angle G = \angle BFE$

所以 $\triangle BEF \sim \triangle CEG$ 3分

(2) $\triangle BEF$ 与 $\triangle CEG$ 的周长之和为定值.

4分

理由一：

过点 C 作 FG 的平行线交直线 AB 于 H ，

因为 $GF \perp AB$ ，所以四边形 $FHCG$ 为矩形．所以 $FH = CG$ ， $FG = CH$

因此， $\triangle BEF$ 与 $\triangle CEG$ 的周长之和等于 $BC + CH + BH$

由 $BC = 10$ ， $AB = 5$ ， $AM = 4$ ，可得 $CH = 8$ ， $BH = 6$ ，

所以 $BC + CH + BH = 24$

8分

理由二：

由 $AB = 5$ ， $AM = 4$ ，可知

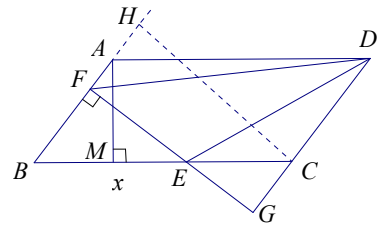
在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 与 $\text{Rt}\triangle GCE$ 中，有：

$$EF = \frac{4}{5}BE, \quad BF = \frac{3}{5}BE, \quad GE = \frac{4}{5}EC, \quad GC = \frac{3}{5}CE,$$

所以， $\triangle BEF$ 的周长是 $\frac{12}{5}BE$ ， $\triangle ECG$ 的周长是 $\frac{12}{5}CE$

又 $BE + CE = 10$ ，因此 $\triangle BEF$ 与 $\triangle CEG$ 的周长之和是 24.

8分



(3) 设 $BE = x$ ，则 $EF = \frac{4}{5}x$ ， $GC = \frac{3}{5}(10 - x)$

$$\text{所以 } y = \frac{1}{2}EF \cdot DG = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}x \left[\frac{3}{5}(10 - x) + 5 \right] = -\frac{6}{25}x^2 - \frac{22}{5}x$$

11分

$$\text{配方得：} y = -\frac{6}{25}\left(x - \frac{55}{6}\right)^2 + \frac{121}{6}.$$

所以，当 $x = \frac{55}{6}$ 时， y 有最大值.

13分

最大值为 $\frac{121}{6}$.

14分