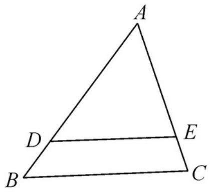
考点跟踪训练34　图形的相似

一、选择题

1．(2010·北京)如图，在△ABC中，点D、E分别在AB、AC边上，$DE\parallel BC$，若AD∶AB＝3∶4，AE＝6，则AC等于(　　)



A. 3　B. 4　C. 6　D．8

答案　D

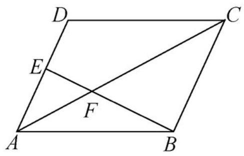
解析　∵$DE\parallel BC$，

∴△ADE∽△ABC，

∴＝.

∴＝，AC＝8.

2．(2011·威海)在▱$ABCD$中，点E为AD的中点，连接BE，交AC于点F，则AF∶CF＝(　　)



A．1∶2

B．1∶3

C．2∶3

D．2∶5

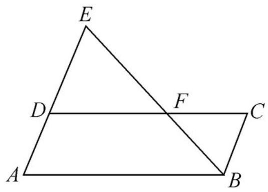
答案　A

解析　在▱$ABCD$中，AD綊BC，

∴AE＝AD＝BC.

由△AFE∽△CFB得，＝＝＝.

3．(2011·泰安)如图，点F是▱$ABCD$的边CD上一点，直线BF交AD的延长线于点E，则下列结论错误的是(　　)



A. ＝　　　B. ＝

C. ＝　　　D. ＝

答案　C

解析　在▱$ABCD$中，$BC\parallel AD$，所以△BCF∽△EDF，＝，故结论C错误．

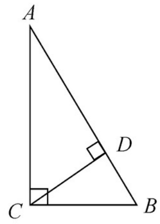
4．(2011·潼南)若△ABC∽△DEF，它们的面积比为4∶1，则△ABC与△DEF的相似比为(　　)

A．2∶1　B．1∶2　C．4∶1　D．1∶4

答案　A

解析　由△ABC∽△DEF，得AB∶DE＝＝2.

5．(2010·黔东南)如图，Rt△ABC中，∠C＝90°，CD为斜边上的高，若AC＝m，AB＝n，则△BCD的面积与△ACD的面积比的值是(　　)



A.　　　　B．1－

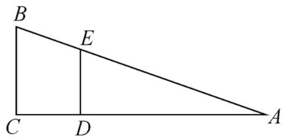
C. －1　　　D. ＋1

答案　C

解析　在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，AC＝m，AB＝n.得 BC^2＝n^2－m^2；又∠ACB＝90°，CD⊥AB，所以△BCD∽△CAD，＝^{2}＝＝＝－1.

二、填空题

6．(2010·兰州)如图，上体育课甲、乙两名同学分别站在 C、D 的位置时，乙的影子恰好在甲的影子里边，已知甲、乙两同学相距 1 m，甲身高 1.8 m，乙身高 1.5 m，则甲的影子是________m.



答案　6

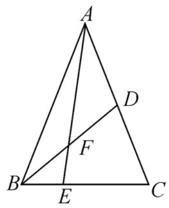
解析　由△ADE∽△ACB，得＝.

又∵AC＝AD＋1，

∴＝，AD＝5，

∴AC＝5＋1＝6.

7．(2011·黄冈)如图，在△ABC 中，E 是 BC 上的一点，EC＝2BE，点 D 是 AC 的中点，设△ABC、△ADF、△BEF 的面积分别为 $S_{\triangle ABC}$、$S_{\triangle ADF}$、$S_{\triangle BEF}$，且 $S_{\triangle ABC}$＝12，则 $S_{\triangle ADF}$－$S_{\triangle BEF}$＝__________.



答案　2

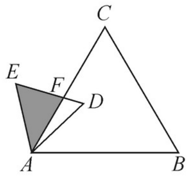
解析　过 D 画 DG∥BC 交 AE 于 G，易证△BEF≌△DGF，

$S_{\triangle BEF}$＝$S_{\triangle DGF}$，△ADG∽ACE，$S_{\triangle ADG}$∶$S_{\triangle ACE}$＝1∶4，

所以 $S_{\triangle ADF}$－$S_{\triangle BEF}$＝$S_{\triangle ADG}$＝$S_{\triangle ACE}$

＝×＝2.

8．(2011·苏州)如图，已知△ABC 是面积为的等边三角形，△ABC∽△ADE，AB＝2AD，∠BAD＝45°，AC 与 DE 相交于点 F，则△AEF 的面积等于______(结果保留根号)．

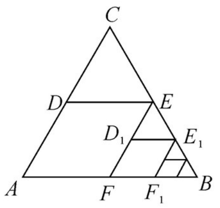


答案

解析　过 F 画 FG⊥AE 于 G，易求△ABC 的边长 AB＝2，则 AD＝AE＝1.在 Rt△EFG 中，∠E＝60°，EG＝FG，在 Rt△AFG 中，∠FAG＝45°，FG＝AG.∵EG＋AG＝AE＝1，∴FG＋

$FG=1$，$FG=$ ，$\therefore S_{\triangle AEF}=AE\cdot FG=\times 1\times=$.

9．(2011·鸡西)如图，$\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形．取 BC 边中点 E，作 $ED\parallel AB$，$EF\parallel AC$，得到四边形 $EDAF$，它的面积记作 S_1；取 BE 中点 E_1，作 $E_1D_1\parallel FB$，$E_1F_1\parallel EF$，得到四边形 $E_1D_1FF_1$，它的面积记作 S_2；……；照此规律作下去，则 $S_{2011}=$____________.



答案　$.^{2010}$

解析　$\because AB=BC=AC=1$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=$ ，$S_1=\times==\times^{0}$，

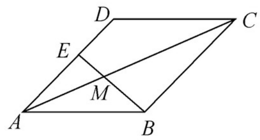
$S_2=\times==\times^{1}$，

$S_3=\times^{2}$，……，

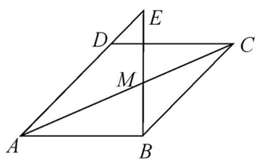
$S_n=\times^{n-1}$，所以 $S_{2011}=\times^{2010}$.

10．(2011·凉山)已知菱形 $ABCD$ 的边长是 8，点 E 在直线 AD 上，若 $DE=3$，连接 BE 与对角线 AC 相交于点 M，则的值是________．

答案　或



解析　(1)当点 E 在线段 AD 上，$AE=AD-DE=8-3=5$，由 $AD\parallel BC$，得 $\triangle AEM\backsim\triangle CBM$，==.



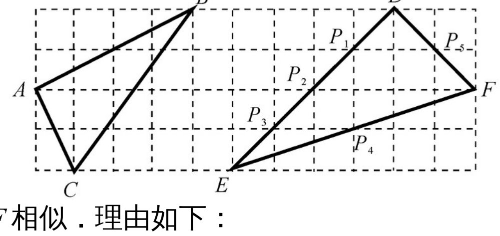
(2)当点 E 在线段 AD 的延长线上，$AE=AD+DE=8+3=11$，由 $AD\parallel BC$，得 $\triangle AEM\backsim\triangle CBM$，==.

三、解答题

11．(2010·衢州)如图，方格纸中每个小正方形的边长都为 1，$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在方格纸的格点上．

(1)判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似，并说明理由；

(2)P_1、P_2、P_3、P_4、P_5、D、F 是 $\triangle DEF$ 边上的 7 个格点，请在这 7 个格点中选取 3 个点作为三角形的顶点，使构成的三角形与 $\triangle ABC$ 相似(要求写出 2 个符合条件的三角形，并在图中连结相应线段，不必说明理由)．



解　(1)$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似．理由如下：

根据勾股定理，得 $AB=2$ ，$AC=$ ，

$BC=5$；

$DE=4$ ，$DF=2$ ，$EF=2$.

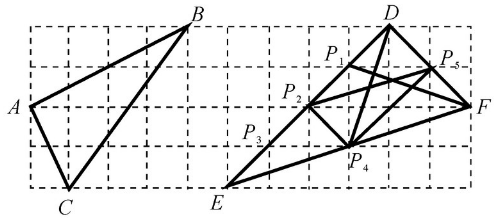
∵＝＝＝，

∴△ABC∽△DEF.

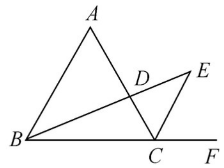
(2)答案不唯一，下面6个三角形中的任意2个均可．

△P_2P_5D，△P_4P_5F，△P_2P_4D，

△P_4P_5D，△$P_2P_4P_5$，△P_1FD.



12．(2010·南京)如图，△ABC是等边三角形，CE是外角平分线，点D在AC上，连接BD并延长交CE于点E.



(1)求证：△ABD∽CED；

(2)若$AB=6$，$AD=2CD$，求BE的长．

解　(1)在正△ABC中，

$\angle ACB=\angle A=60°$，

∴$\angle ACF=120°$.

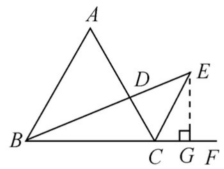
∵CE平分$\angle ACF$，

∴$\angle ACE=\angle ACF=60°$.

∴$\angle A=\angle ACE$.

又∵$\angle ADB=\angle CDE$，

∴△ABD∽△CED.



(2)∵△ABD∽△CED，

∴＝＝2.

∴$CE=AB=3$.

过E作$EG\perp BF$于G，

在Rt△CEG中，

$\angle ECG=60°$，$CE=3$，

∴$CG=$ ，$EG=$.

在Rt△BEG中，$BG=BC+CG=6+$ ＝ ，

∴$BE=$＝

＝＝3 .

13．(2011·盐城)

情境观察

将矩形$ABCD$纸片沿对角线AC剪开，得到△ABC和△$A'C'D$，如图1所示．将△$A'C'D$的顶点A'与点A重合，并绕点A按逆时针方向旋转，使点D、$A(A')$、B在同一条直线上，如图2所示．

观察图2可知：与BC相等的线段是________，$\angle CAC'=$_________度．

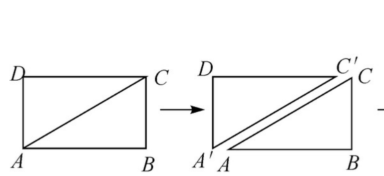


图1

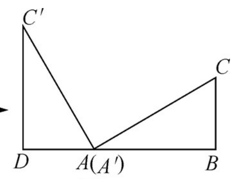


图2

问题探究

如图 3，△ABC 中，$AG\perp BC$ 于点 G，以 A 为直角顶点，分别以 AB、AC 为直角边，向△ABC 外作等腰 Rt△ABE 和等腰 Rt△ACF，过点 E、F 作射线 GA 的垂线，垂足分别为 P、Q. 试探究 EP 与 FQ 之间的数量关系，并证明你的结论．

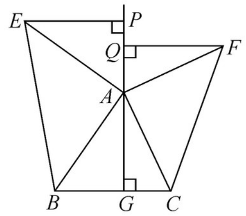


图3

拓展延伸

如图 4，△ABC 中，$AG\perp BC$ 于点 G，分别以 AB、AC 为一边向△ABC 外作矩形 $ABME$ 和矩形 $ACNF$，射线 GA 交 EF 于点 H. 若 $AB=k\,AE$，$AC=k\,AF$，试探究 HE 与 HF 之间的数量关系，并说明理由．

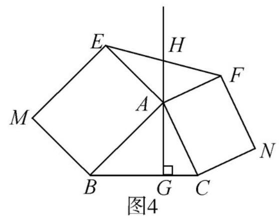


图4

解　情境观察

AD(或 $A'D$)；90.

问题探究

结论：$EP=FQ$.

证明：∵Rt△ABE 是等腰三角形，

∴$AB=AE$，$\angle BAE=90°$，

∴$\angle BAG+\angle EAP=90°$.

∵$AG\perp BC$，∴$\angle BAG+\angle ABG=90°$，

∴$\angle ABG=\angle EAP$.

∵$EP\perp AG$，∴$\angle AGB=\angle EPA=90°$，

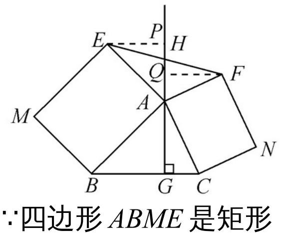
∴Rt△ABG≌Rt△EAP, ∴$AG=EP$.

同理 $AG=FQ$.∴$EP=FQ$.

拓展延伸

结论： $HE=HF$.

理由：过点 E 作 $EP\perp GA$，$FQ\perp GA$，垂足分别为 P、Q.



∵四边形 $ABME$ 是矩形，

∴$\angle BAE=90°$，

$\therefore \angle BAG+\angle EAP=90°$.

$\because AG\perp BC$，$\therefore \angle BAG+\angle ABG=90°$，

$\therefore \angle ABG=\angle EAP$.

$\because \angle AGB=\angle EPA=90°$，

$\therefore \triangle ABG\backsim\triangle EAP$，

$\therefore =$.

同理$\triangle ACG\backsim\triangle FAQ$，$\therefore =$.

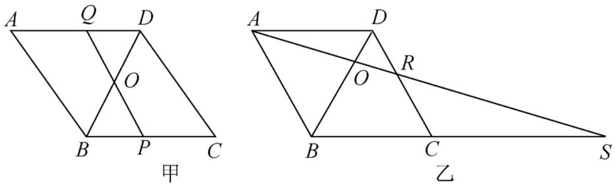
$\because AB=k\,AE$，$AC=k\,AF$，$\therefore = =k$，$\therefore =$.

$\therefore EP=FQ$.

$\because \angle EHP=\angle FHQ$，$\therefore \text{Rt}\triangle EPH\cong\text{Rt}\triangle FQH$.

$\therefore HE=HF$.

14．(2010·成都)已知：在菱形$ABCD$中，O是对角线BD上的一动点．



(1)如图甲，P为线段BC上一点，连接PO并延长交AD于点Q，当O是BD的中点时，求证：$OP=OQ$；

(2)如图乙，连接AO并延长，与DC交于点R，与BC的延长线交于点S.若$AD=4$，$\angle DCB=60°$，$BS=10$，求AS和OR的长．

解　(1)在菱形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，

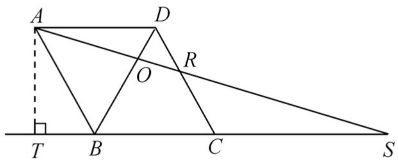
$\therefore \angle QDO=\angle PBO$，$\angle DQO=\angle BPO$.

$\because O$是BD中点，$\therefore BO=DO$.

$\therefore \triangle BOP\cong\triangle DOQ$.

$\therefore OP=OQ$.

(2)如图，过A作$AT\perp BC$，与CB的延长线交于T.



$\because ABCD$是菱形，$\angle DCB=60°$，

$\therefore AB=AD=4$，$\angle ABT=60°$，

$\therefore AT=AB\cdot\sin 60°=2$　，$TB=AB\cdot\sin 60°=2$.

$\because BS=10$，$\therefore TS=TB+BS=12$.

$\therefore AS= =2$.

$\because AD\parallel BS$，$\therefore \triangle AOD\backsim\triangle SOB$，

$\therefore = = =$.

则$=$　，$\therefore =$.

$\because AS=2$，$\therefore OS=AS=$.

同理可得$\triangle ARD\backsim\triangle SRC$，$\therefore = = =$　，

则$=$　，$\therefore =$　，$\therefore RS=AS=$.

$\therefore OR=OS-RS=-=$.