

2016年海南省中考数学试卷

一、选择题 (本大题满分 42 分，每小题 3 分)

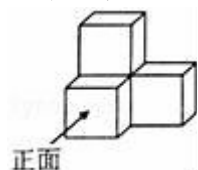
1. 2016 的相反数是 ()

- A. 2016 B. -2016 C. $\frac{1}{2016}$ D. $-\frac{1}{2016}$

2. 若代数式 $x+2$ 的值为 1，则 x 等于 ()

- A. 1 B. -1 C. 3 D. -3

3. 如图是由四个相同的小正方体组成的几何体，则它的主视图为 ()



- A. B. C. D.

4. 某班 7 名女生的体重 (单位: kg) 分别是 35、37、38、40、42、42、74，这组数据的众数是 ()

- A. 74 B. 44 C. 42 D. 40

5. 下列计算中，正确的是 ()

- A. $(a^3)^4 = a^{12}$ B. $a^3 \cdot a^5 = a^{15}$ C. $a^2 + a^2 = a^4$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$

6. 省政府提出 2016 年要实现 180 000 农村贫困人口脱贫，数据 180 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.8×10^3 B. 1.8×10^4 C. 1.8×10^5 D. 1.8×10^6

7. 解分式方程 $\frac{1}{x-1} + 1 = 0$ ，正确的结果是 ()

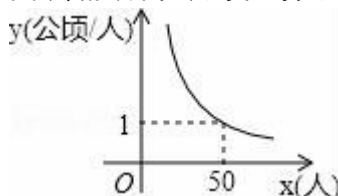
$$\frac{1}{x-1} + 1 = 0$$

- A. $x=0$ B. $x=1$ C. $x=2$ D. 无解

8. 面积为 2 的正方形的边长在 ()

- A. 0 和 1 之间 B. 1 和 2 之间 C. 2 和 3 之间 D. 3 和 4 之间

9. 某村耕地总面积为 50 公顷，且该村人均耕地面积 y (单位: 公顷/人) 与总人口 x (单位: 人) 的函数图象如图所示，则下列说法正确的是 ()



- A. 该村人均耕地面积随总人口的增多而增多
 B. 该村人均耕地面积 y 与总人口 x 成正比例
 C. 若该村人均耕地面积为 2 公顷，则总人口有 100 人
 D. 当该村总人口为 50 人时，人均耕地面积为 1 公顷

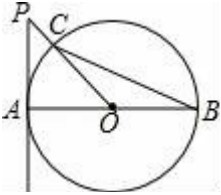
10. 在平面直角坐标系中，将 $\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 180° 后得到 $\triangle A_1OB_1$ ，若点 B 的坐标为 $(2, 1)$ ，则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()

A. $(1, 2)$ B. $(2, -1)$ C. $(-2, 1)$ D. $(-2, -1)$

11. 三张外观相同的卡片分别标有数字1、2、3，从中随机一次抽出两张，这两张卡片上的数字恰好都小于3的概率是 ()

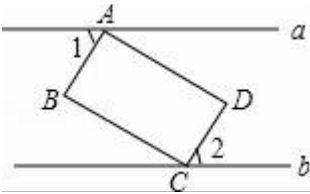
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

12. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，直线 PA 与 $\odot O$ 相切于点 A ， PO 交 $\odot O$ 于点 C ，连接 BC 。若 $\angle P=40^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为 ()



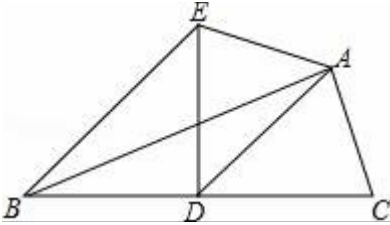
A. 20° B. 25° C. 40° D. 50°

13. 如图，矩形 $ABCD$ 的顶点 A 、 C 分别在直线 a 、 b 上，且 $a \parallel b$ ， $\angle 1=60^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

14. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $\angle ADC=45^\circ$ ，把 $\triangle ADC$ 沿着直线 AD 对折，点 C 落在点 E 的位置。如果 $BC=6$ ，那么线段 BE 的长度为 ()



A. 6 B. $6\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$

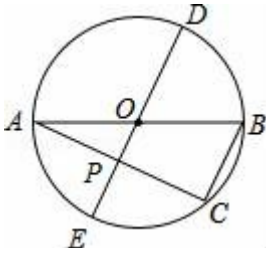
二、填空题 (本大题满分16分，每小题4分)

15. 因式分解： $ax - ay =$ _____.

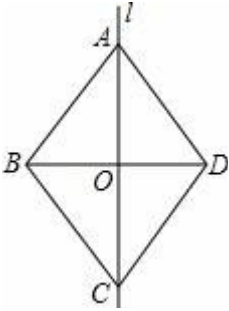
16. 某工厂去年的产值是 a 万元，今年比去年增加10%，今年的产值是_____万元.

17. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 、 BC 是 $\odot O$ 的弦，直径 $DE \perp AC$ 于点 P 。若点 D 在优弧 \widehat{ABC} 上，

$AB=8$ ， $BC=3$ ，则 $DP=$ _____.



18. 如图, 四边形 ABCD 是轴对称图形, 且直线 AC 是对称轴, $AB \parallel CD$, 则下列结论: ① $AC \perp BD$; ② $AD \parallel BC$; ③ 四边形 ABCD 是菱形; ④ $\triangle ABD \cong \triangle CDB$. 其中正确的是_____ (只填写序号)



三、解答题 (本大题满分 62 分)

19. 计算:

(1) $6 \div (-3) + \sqrt{4} - 8 \times 2^{-2}$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} x - 1 < 2 \\ \frac{x+1}{2} \geq 1 \end{cases}$$

20. 世界读书日, 某书店举办“书香”图书展, 已知《汉语成语大词典》和《中华上下五千年》两本书的标价总和为 150 元, 《汉语成语大词典》按标价的 50% 出售, 《中华上下五千年》按标价的 60% 出售, 小明花 80 元买了这两本书, 求这两本书的标价各多少元.

21. 在太空种子种植体验实践活动中, 为了解“宇番 2 号”番茄, 某校科技小组随机调查 60 株番茄的挂果数量 x (单位: 个), 并绘制如下不完整的统计图表:

“宇番 2 号”番茄挂果数量统计表

挂果数量 x (个)	频数 (株)	频率
$25 \leq x < 35$	6	0.1
$35 \leq x < 45$	12	0.2
$45 \leq x < 55$	a	0.25
$55 \leq x < 65$	18	b
$65 \leq x < 75$	9	0.15

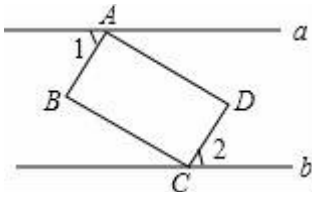
请结合图表中的信息解答下列问题:

(1) 统计表中, $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 将频数分布直方图补充完整;

(3) 若绘制“番茄挂果数量扇形统计图”, 则挂果数量在“ $35 \leq x < 45$ ”所对应扇形的圆心角度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$

°;



A . 30° B . 45° C . 60° D . 75°

【考点】矩形的性质；平行线的性质 .

【分析】首先过点 D 作 $DE \parallel a$ ，由 $\angle 1 = 60^\circ$ ，可求得 $\angle 3$ 的度数，易得 $\angle ADC = \angle 2 + \angle 3$ ，继而求得答案 .

【解答】解：过点 D 作 $DE \parallel a$ ，

\because 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，

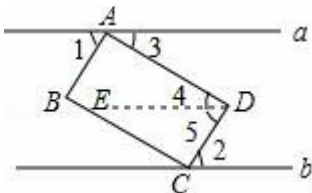
$\because a \parallel b$ ，

$\therefore DE \parallel a \parallel b$ ，

$\therefore \angle 4 = \angle 3 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = \angle 5$ ，

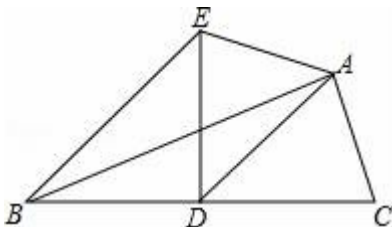
$\therefore \angle 2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

故选 C .



【点评】此题考查了矩形的性质以及平行线的性质 . 注意准确作出辅助线是解此题的关键 .

14 . 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $\angle ADC = 45^\circ$ ，把 $\triangle ADC$ 沿着直线 AD 对折，点 C 落在点 E 的位置 . 如果 $BC = 6$ ，那么线段 BE 的长度为 ()



A . 6 B . $6\sqrt{2}$ C . $2\sqrt{3}$ D . $3\sqrt{2}$

【考点】翻折变换（折叠问题） .

【分析】根据折叠的性质判定 $\triangle EDB$ 是等腰直角三角形，然后再求 BE .

【解答】解：根据折叠的性质知， $CD = ED$ ， $\angle CDA = \angle ADE = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle BDE = 90^\circ$ ，

$\because BD = CD$ ， $BC = 6$ ，

$\therefore BD = ED = 3$ ，

即 $\triangle EDB$ 是等腰直角三角形，

$\therefore BE = \sqrt{2}BD = \sqrt{2} \times 3 = 3\sqrt{2}$ ，

故选 D .

【点评】 本题考查了翻折变换，还考查的知识点有两个：1、折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，根据轴对称的性质，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等；2、等腰直角三角形的性质求解。

二、填空题 (本大题满分 16 分，每小题 4 分)

15. 因式分解： $ax - ay = \underline{a(x - y)}$.

【考点】 因式分解-提公因式法 .

【分析】 通过提取公因式 a 进行因式分解即可 .

【解答】 解：原式= $a(x - y)$.

故答案是： $a(x - y)$.

【点评】 本题考查了因式分解 - 提公因式法：：如果一个多项式的各项有公因式，可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法 .

16. 某工厂去年的产值是 a 万元，今年比去年增加 10%，今年的产值是 $\underline{(1+10\%)a}$ 万元 .

【考点】 列代数式 .

【专题】 增长率问题 .

【分析】 今年产值 = $(1+10\%) \times$ 去年产值，根据关系列式即可 .

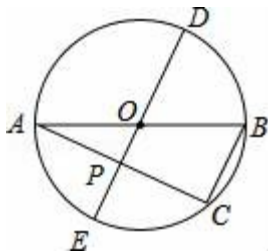
【解答】 解：根据题意可得今年产值 = $(1+10\%)a$ 万元，

故答案为： $(1+10\%)a$.

【点评】 本题考查了增长率的知识，增长后的收入 = $(1+10\%) \times$ 增长前的收入 .

17. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 、 BC 是 $\odot O$ 的弦，直径 $DE \perp AC$ 于点 P . 若点 D 在优弧 \widehat{ABC} 上，

$AB=8$ ， $BC=3$ ，则 $DP = \underline{5.5}$.



【考点】 圆周角定理；垂径定理 .

【分析】 解：由 AB 和 DE 是 $\odot O$ 的直径，可推出 $OA=OB=OD=4$ ， $\angle C=90^\circ$ ，又有 $DE \perp AC$ ，得到 $OP \parallel BC$ ，于是有 $\triangle AOP \sim \triangle ABC$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论 .

【解答】 解： $\because AB$ 和 DE 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore OA=OB=OD=4$ ， $\angle C=90^\circ$ ，

又 $\because DE \perp AC$ ，

$\therefore OP \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle AOP \sim \triangle ABC$ ，

$\therefore \frac{OP}{BC} = \frac{AO}{AB}$ ，

即 $\frac{OP}{3} = \frac{4}{8}$ ，

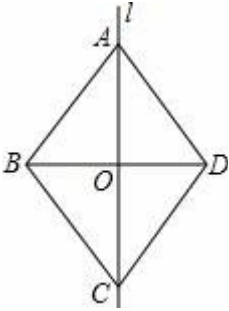
$\therefore OP=1.5$.

$\therefore DP=OP+OP=5.5$,

故答案为 : 5.5 .

【点评】 本题主要考查了圆周角定理，平行线的判定，相似三角形的判定和性质，熟练掌握圆周角定理是解决问题的关键 .

18 . 如图，四边形 ABCD 是轴对称图形，且直线 AC 是对称轴， $AB \parallel CD$ ，则下列结论：① $AC \perp BD$ ；② $AD \parallel BC$ ；③ 四边形 ABCD 是菱形；④ $\triangle ABD \cong \triangle CDB$. 其中正确的是 ①②③④ (只填写序号)



【考点】 菱形的判定；全等三角形的判定；轴对称图形 .

【分析】 根据轴对称图形的性质，结合菱形的判定方法以及全等三角形的判定方法分析得出答案 .

【解答】 解：因为 l 是四边形 ABCD 的对称轴， $AB \parallel CD$ ，

则 $AD=AB$ ， $\angle 1=\angle 2$ ， $\angle 1=\angle 4$ ，

则 $\angle 2=\angle 4$ ，

$\therefore AD=DC$ ，

同理可得： $AB=AD=BC=DC$ ，

所以四边形 ABCD 是菱形 .

根据菱形的性质，可以得出以下结论：

所以① $AC \perp BD$ ，正确；

② $AD \parallel BC$ ，正确；

③ 四边形 ABCD 是菱形，正确；

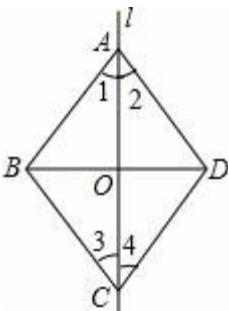
④ 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中

\therefore

$$\begin{cases} AB=BC \\ AD=DC \\ BD=BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$ (SSS) ，正确 .

故答案为：①②③④ .



【点评】此题考查了轴对称以及菱形的判断与菱形的性质，注意：对称轴垂直平分对应点的连线，对应角相等，对应边相等。

三、解答题 (本大题满分 62 分)

19. 计算：

$$(1) 6 \div (-3) + \sqrt{4} - 8 \times 2^{-2};$$

$$(2) \text{解不等式组: } \begin{cases} x - 1 < 2 \\ \frac{x+1}{2} \geq 1 \end{cases}.$$

【考点】解一元一次不等式组；实数的运算；负整数指数幂。

【分析】(1) 根据实数的运算顺序，先计算除法、开方、乘方，再计算乘法，最后计算加减可得；

(2) 分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：大小小大中间找确定不等式组的解集。

【解答】解：(1) 原式 $= -2 + 2 - 8 \times \frac{1}{4} = -2$ ；

(2) 解不等式 $x - 1 < 2$ ，得： $x < 3$ ，
解不等式 $\frac{x+1}{2} \geq 1$ ，得： $x \geq 1$ ，

\therefore 不等式组的解集为： $1 \leq x < 3$ 。

【点评】本题考查了实数的混合运算和一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到。

20. 世界读书日，某书店举办“书香”图书展，已知《汉语成语大词典》和《中华上下五千年》两本书的标价总和为 150 元，《汉语成语大词典》按标价的 50% 出售，《中华上下五千年》按标价的 60% 出售，小明花 80 元买了这两本书，求这两本书的标价各多少元。

【考点】一元一次方程的应用。

【分析】设《汉语成语大词典》的标价为 x 元，则《中华上下五千年》的标价为 $(150 - x)$ 元。根据“购书价格 = 《汉语成语大词典》的标价 \times 折率 + 《中华上下五千年》的标价 \times 折率”可列出关于 x 的一元一次方程，解方程即可得出结论。

【解答】解：设《汉语成语大词典》的标价为 x 元，则《中华上下五千年》的标价为 $(150 - x)$ 元，依题意得： $50\%x + 60\%(150 - x) = 80$ ，
解得： $x = 100$ ，

$150 - 100 = 50$ (元)。

答：《汉语成语大词典》的标价为 100 元，《中华上下五千年》的标价为 50 元。

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，解题的关键是列出 $50\%x + 60\%(150 - x) = 80$ 。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据数量关系列出方程（或方程组）是关键。

21. 在太空种子种植体验实践活动中，为了解“宇番 2 号”番茄，某校科技小组随机调查 60 株番茄的挂果数量 x (单位：个)，并绘制如下不完整的统计图表：

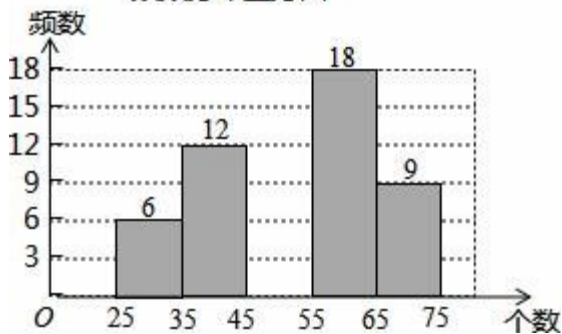
“宇番 2 号”番茄挂果数量统计表

挂果数量 x (个)	频数 (株)	频率
$25 \leq x < 35$	6	0.1
$35 \leq x < 45$	12	0.2
$45 \leq x < 55$	a	0.25
$55 \leq x < 65$	18	b
$65 \leq x < 75$	9	0.15

请结合图表中的信息解答下列问题：

- (1) 统计表中， $a = \underline{15}$ ， $b = \underline{0.3}$ ；
- (2) 将频数分布直方图补充完整；
- (3) 若绘制“番茄挂果数量扇形统计图”，则挂果数量在“ $35 \leq x < 45$ ”所对应扇形的圆心角度数为 $\underline{72}^\circ$ ；
- (4) 若所种植的“宇番2号”番茄有 1000 株，则可以估计挂果数量在“ $55 \leq x < 65$ ”范围的番茄有 $\underline{300}$ 株。

“宇宙2号”番茄挂果数量
频数分布直方图



【考点】频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表；扇形统计图。

【专题】统计与概率。

【分析】(1) 根据题意可以求得 a 的值、 b 的值；

(2) 根据 (1) 中 a 的值，可以将频数分布直方图补充完整；

(3) 根据挂果数量在“ $35 \leq x < 45$ ”所对应的频率，可以求得挂果数量在“ $35 \leq x < 45$ ”所对应扇形的圆心角度数；

(4) 根据频数分布直方图可以估计挂果数量在“ $55 \leq x < 65$ ”范围的番茄的株数。

【解答】解：(1) $a = 60 \times 0.25 = 15$ ， $b = \frac{18}{60} = 0.3$ 。

故答案是：15，0.3；

(2) 补全的频数分布直方图如右图所示，

(3) 由题意可得，

挂果数量在“ $35 \leq x < 45$ ”所对应扇形的圆心角度数为： $360^\circ \times 0.2 = 72^\circ$ ，

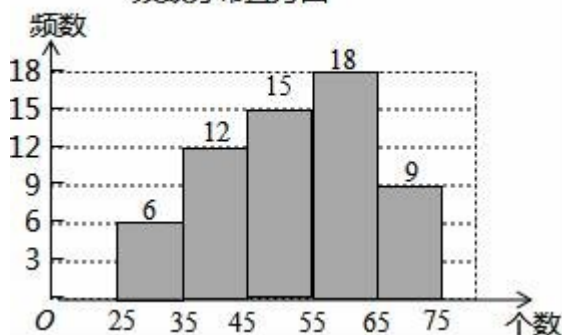
故答案为：72；

(4) 由题意可得，

挂果数量在“ $55 \leq x < 65$ ”范围的番茄有： $1000 \times 0.3 = 300$ (株)，

故答案为：300。

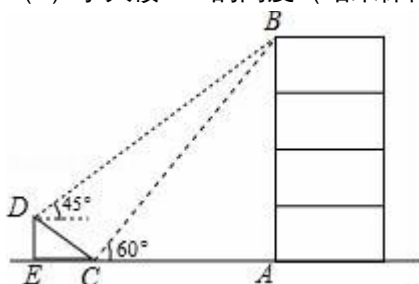
“宇宙2号”番茄挂果数量
频数分布直方图



【点评】 本题考查频数分布直方图、用样本估计总体、扇形圆心角的度数，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件．

22．如图，在大楼 AB 的正前方有一斜坡 CD，CD=4 米，坡角 $\angle DCE=30^\circ$ ，小红在斜坡下的点 C 处测得楼顶 B 的仰角为 60° ，在斜坡上的点 D 处测得楼顶 B 的仰角为 45° ，其中点 A、C、E 在同一直线上．

- (1) 求斜坡 CD 的高度 DE；
- (2) 求大楼 AB 的高度（结果保留根号）



【考点】 解直角三角形的应用-仰角俯角问题；解直角三角形的应用-坡度坡角问题．

【专题】 应用题；解直角三角形及其应用．

【分析】 (1) 在直角三角形 DCE 中，利用锐角三角函数定义求出 DE 的长即可；

(2) 过 D 作 DF 垂直于 AB，交 AB 于点 F，可得出三角形 BDF 为等腰直角三角形，设 $BF=DF=x$ ，表示出 BC，BD，DC，由题意得到三角形 BCD 为直角三角形，利用勾股定理列出关于 x 的方程，求出方程的解得到 x 的值，即可确定出 AB 的长．

【解答】 解：(1) 在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中， $DC=4$ 米， $\angle DCE=30^\circ$ ， $\angle DEC=90^\circ$ ，
 $\therefore DE = DC \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$ 米；

$$\frac{1}{2}$$

(2) 过 D 作 $DF \perp AB$ ，交 AB 于点 F，

$\therefore \angle BFD=90^\circ$ ， $\angle BDF=45^\circ$ ，

$\therefore \angle BFD=45^\circ$ ，即 $\triangle BFD$ 为等腰直角三角形，

设 $BF=DF=x$ 米，

\therefore 四边形 DEAF 为矩形，

$\therefore AF=DE=2$ 米，即 $AB=(x+2)$ 米，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=30^\circ$ ，

$$\therefore BC = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = \frac{x+2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2x+4}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2x+4)}{3} \text{ 米,}$$

$$BD = \sqrt{2} BF = \sqrt{2} x \text{ 米, } DC = 4 \text{ 米,}$$

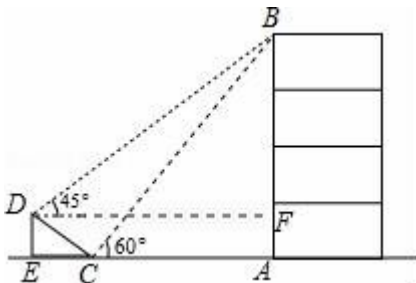
$$\because \angle DCE = 30^\circ, \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, 根据勾股定理得: } 2x^2 = \frac{(2x+4)^2}{3} + 16,$$

$$\text{解得: } x = 4 + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 或 } x = 4 - \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{则 } AB = (6 + \frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ 米或 } (6 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \text{ 米.}$$



【点评】此题考查了解直角三角形—仰角俯角问题，坡度坡角问题，熟练掌握勾股定理是解本题的关键．

23．如图1，在矩形ABCD中，BC > AB，∠BAD的平分线AF与BD、BC分别交于点E、F，点O是BD的中点，直线OK∥AF，交AD于点K，交BC于点G．

(1) 求证：①△DOK≌△BOG；②AB+AK=BG；

(2) 若KD=KG，BC=4-√2．

①求KD的长度；

②如图2，点P是线段KD上的动点（不与点D、K重合），PM∥DG交KG于点M，PN∥KG交DG于点N，设PD=m，当S_{△PMN}= $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 时，求m的值．

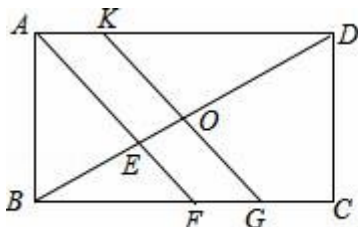


图1

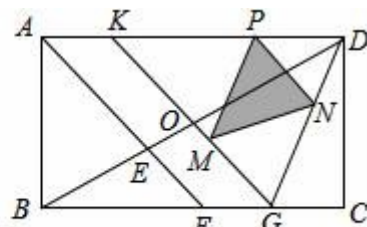


图2

【考点】四边形综合题；全等三角形的判定；矩形的性质；相似三角形的判定与性质．

【分析】(1) ①先根据AAS判定△DOK≌△BOG，②再根据等腰三角形ABF和平行四边形AFKG的性质，得出结论BG=AB+AK；

(2) ①先根据等量代换得出 $AF=KG=KD=BG$ ，再设 $AB=a$ ，根据 $AK=FG$ 列出关于 a 的方程，求得 a 的值，进而计算 KD 的长；②先过点 G 作 $GI \perp KD$ ，求得 $S_{\triangle DKG}$ 的值，再根据四边形 $PMGN$ 是平行四边形，以及 $\triangle DKG \sim \triangle PKM \sim \triangle DPN$ ，求得 $S_{\triangle DPN}$ 和 $S_{\triangle PKM}$ 的表达式，最后根据等量关系 $S_{\text{平行四边形 } PMGN} = S_{\triangle DKG} - S_{\triangle DPN} - S_{\triangle PKM}$ ，列出关于 m 的方程，求得 m 的值即可。

【解答】解：(1) ① \because 在矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$

$$\therefore \angle KDO = \angle GBO, \angle DKO = \angle BGO$$

\because 点 O 是 BD 的中点

$$\therefore DO = BO$$

$$\therefore \triangle DOK \cong \triangle BOG \text{ (AAS)}$$

② \because 四边形 $ABCD$ 是矩形

$$\therefore \angle BAD = \angle ABC = 90^\circ, AD \parallel BC$$

又 $\because AF$ 平分 $\angle BAD$

$$\therefore \angle BAF = \angle BFA = 45^\circ$$

$$\therefore AB = BF$$

$$\because OK \parallel AF, AK \parallel FG$$

\therefore 四边形 $AFGK$ 是平行四边形

$$\therefore AK = FG$$

$$\because BG = BF + FG$$

$$\therefore BG = AB + AK$$

(2) ①由 (1) 得，四边形 $AFGK$ 是平行四边形

$$\therefore AK = FG, AF = KG$$

又 $\because \triangle DOK \cong \triangle BOG$ ，且 $KD = KG$

$$\therefore AF = KG = KD = BG$$

设 $AB = a$ ，则 $AF = KG = KD = BG = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

$$\therefore AK = 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}a - \frac{\sqrt{2}}{2}a, FG = BG - BF = \frac{\sqrt{2}}{2}a - a$$

$$\therefore 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}a - \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}a - a$$

解得 $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\therefore KD = \frac{\sqrt{2}}{2}a = 2$$

②过点 G 作 $GI \perp KD$ 于点 I

由 (2) ①可知 $KD = AF = 2$

$$\therefore GI = AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore S_{\triangle DKG} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore PD = m$$

$$\therefore PK=2-m$$

$$\therefore PM \parallel DG, PN \parallel KG$$

\therefore 四边形 PMGN 是平行四边形, $\triangle DKG \sim \triangle PKM \sim \triangle DPN$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DPN}}{S_{\triangle DKG}} = \left(\frac{m}{2}\right)^2, \text{ 即 } S_{\triangle DPN} = \left(\frac{m}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{同理 } S_{\triangle PKM} = \left(\frac{2-m}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{2}$$

$$\therefore S_{\triangle PMN} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 PMGN}} = 2S_{\triangle PMN} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{又: } S_{\text{平行四边形 PMGN}} = S_{\triangle DKG} - S_{\triangle DPN} - S_{\triangle PKM}$$

$$\therefore 2 \times \frac{\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2} - \left(\frac{m}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{2} - \left(\frac{2-m}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{2}, \text{ 即 } m^2 - 2m + 1 = 0$$

解得 $m_1 = m_2 = 1$

\therefore 当 $S_{\triangle PMN} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 时, m 的值为 1

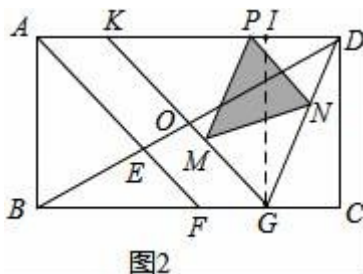


图2

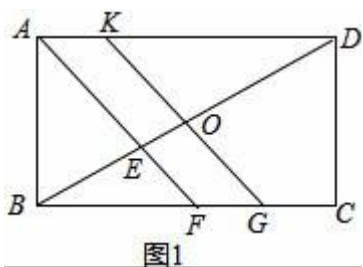


图1

【点评】 本题主要考查了矩形的性质以及平行四边形的性质, 解题时需要运用全等三角形的判定与性质. 解答此题的关键是运用相似三角形的面积之比等于相似比的平方这一性质, 并根据图形面积的等量关系列出方程进行求解, 难度较大, 具有一定的综合性.

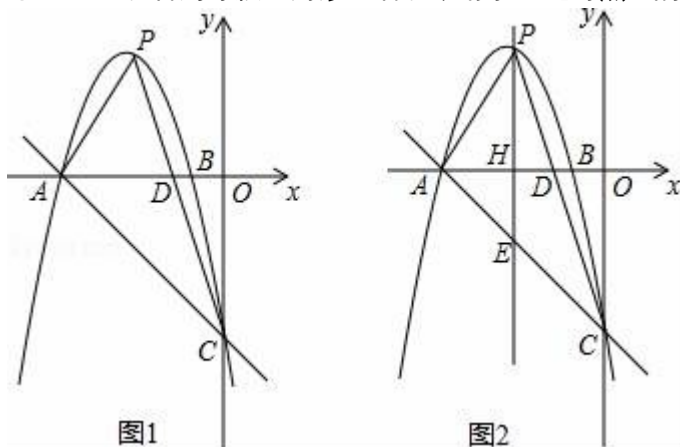
24. 如图 1, 抛物线 $y = ax^2 - 6x + c$ 与 x 轴交于点 $A(-5, 0)$ 、 $B(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, -5)$, 点 P 是抛物线上的动点, 连接 PA 、 PC , PC 与 x 轴交于点 D .

(1) 求该抛物线所对应的函数解析式;

- (2) 若点 P 的坐标为 $(-2, 3)$ ，请求出此时 $\triangle APC$ 的面积；
 (3) 过点 P 作 y 轴的平行线交 x 轴于点 H，交直线 AC 于点 E，如图 2。
 ① 若 $\angle APE = \angle CPE$ ，求证：

$$\frac{AE}{EC} = \frac{3}{7}$$

② $\triangle APE$ 能否为等腰三角形？若能，请求出此时点 P 的坐标；若不能，请说明理由。



【考点】二次函数综合题。

【专题】综合题。

【分析】(1) 设交点式为 $y = a(x+5)(x+1)$ ，然后把 C 点坐标代入求出 a 即可；

(2) 先利用待定系数法求出直线 AC 的解析式为 $y = -x - 5$ ，作 $PQ \parallel y$ 轴交 AC 于 Q，如图 1，由 P 点坐标得到 $Q(-2, -3)$ ，则 $PQ = 6$ ，然后根据三角形面积公式，利用 $S_{\triangle APC} = S_{\triangle APQ} + S_{\triangle CPQ}$ 进行计算；

(3) ① 由 $\angle APE = \angle CPE$ ， $PH \perp AD$ 可判断 $\triangle PAD$ 为等腰三角形，则 $AH = DH$ ，设 $P(x, -x^2 - 6x - 5)$ ，则 $OH = -x$ ， $OD = -x - DH$ ，通过证明 $\triangle PHD \sim \triangle COD$ ，利用相似比可表示出 $DH = -x - \frac{5}{x+6}$ ，则 $-x - x - \frac{5}{x+6}$

$= 5$ ，则解方程求出 x 可得到 OH 和 AH 的长，然后利用平行线分线段成比例定理计算出 $\frac{AE}{EC} = \frac{3}{7}$ ；

② 设 $P(x, -x^2 - 6x - 5)$ ，则 $E(x, -x - 5)$ ，分类讨论：当 $PA = PE$ ，易得点 P 与 B 点重合，此时 P 点坐标为 $(-1, 0)$ ；当 $AP = AE$ ，如图 2，利用 $PH = HE$ 得到 $|-x^2 - 6x - 5| = |-x - 5|$ ，当 $E'A = E'P$ ，如图 2， $AE' = \frac{E'H'}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x+5)$ ， $P'E' = x^2 + 5x$ ，则 $x^2 + 5x = \frac{1}{\sqrt{2}}(x+5)$ ，然后分别解方程求出 x 可得到对应 P 点坐标。

【解答】(1) 解：设抛物线解析式为 $y = a(x+5)(x+1)$ ，

把 $C(0, -5)$ 代入得 $a \cdot 5 \cdot 1 = -5$ ，解得 $a = -1$ ，

所以抛物线解析式为 $y = -(x+5)(x+1)$ ，即 $y = -x^2 - 6x - 5$ ；

(2) 解：设直线 AC 的解析式为 $y = mx + n$ ，

把 $A(-5, 0)$ ， $C(0, -5)$ 代入得 $\begin{cases} -5m + n = 0 \\ n = -5 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} m = -1 \\ n = -5 \end{cases}$ ，

\therefore 直线 AC 的解析式为 $y = -x - 5$ ，

作 $PQ \parallel y$ 轴交 AC 于 Q，如图 1，则 $Q(-2, -3)$ ，

$\therefore PQ = 3 - (-3) = 6$ ，

$$\therefore S_{\triangle APC} = S_{\triangle APQ} + S_{\triangle CPQ} = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot 5 = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15;$$

(3) ①证明：∵∠APE=∠CPE，

而 PH⊥AD，

∴△PAD 为等腰三角形，

∴AH=DH，

设 P(x, -x²-6x-5)，则 OH=-x，OD=-x-DH，

∴PH∥OC，

∴△PHD~△COD，

∴PH:OC=DH:OD，即 (-x²-6x-5):5=DH:(-x-DH)，

$$\therefore DH = -x - \frac{5}{x+6},$$

而 AH+OH=5，

$$\therefore -x - x - \frac{5}{x+6} = 5,$$

整理得 2x²+17x+35=0，解得 x₁=- $\frac{7}{2}$ ，x₂=-5 (舍去)，

$$\therefore OH = \frac{7}{2},$$

$$\therefore AH = 5 - \frac{7}{2} = \frac{3}{2},$$

∴HE∥OC，

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AH}{OH} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{7};$$

②能. 设 P(x, -x²-6x-5)，则 E(x, -x-5)，

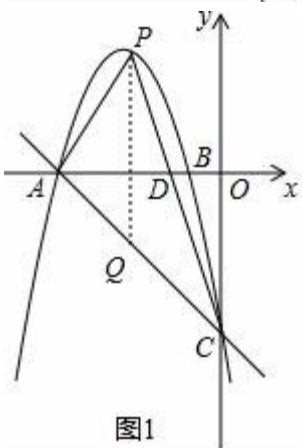
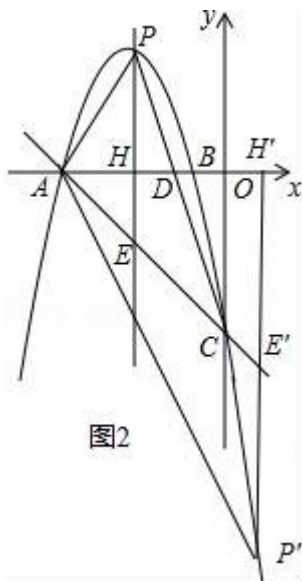
当 PA=PE，因为∠PEA=45°，所以∠PAE=45°，则点 P 与 B 点重合，此时 P 点坐标为 (-1, 0)；

当 AP=AE，如图 2，则 PH=HE，即 |-x²-6x-5| = |-x-5|，解 -x²-6x-5 = -x-5 得 x₁=-5 (舍去)，x₂=0 (舍去)；解 -x²-6x-5 = x+5 得 x₁=-5 (舍去)，x₂=-2，此时 P 点坐标为 (-2, 3)；

当 E'A=E'P，如图 2，AE' = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E'H' = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (x+5)，P'E' = -x-5 - (-x²-6x-5) = x²+5x，则 x²+5x = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$(x+5)，解得 x_1 = -5 (舍去)，x_2 = \sqrt{2}，此时 P 点坐标为 (\sqrt{2}, -7-6\sqrt{2})，$$

综上所述，满足条件的 P 点坐标为 (-1, 0)，(-2, 3)，($\sqrt{2}$, -7-6 $\sqrt{2}$)。



【点评】 本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征和等腰三角形的判定；会运用待定系数法求函数解析式；理解坐标与图形性质，能运用相似比计算线段的长；会运用方程的思想和分类讨论的思想解决问题．