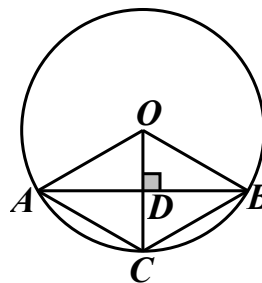


2015 年上海市初中毕业统一学业考试数学试卷

一、选择题：(每题 4 分，共 24 分)

- 1、下列实数中，是有理数的为..... ()
A、 $\sqrt{2}$ ； B、 $\sqrt[3]{4}$ ； C、 π ； D、0.
- 2、当 $a > 0$ 时，下列关于幂的运算正确的是..... ()
A、 $a^0 = 1$ ； B、 $a^{-1} = -a$ ； C、 $(-a)^2 = -a^2$ ； D、 $a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{a^2}$.
- 3、下列 y 关于 x 的函数中，是正比例函数的为..... ()
A、 $y = x^2$ ； B、 $y = \frac{2}{x}$ ； C、 $y = \frac{x}{2}$ ； D、 $y = \frac{x+1}{2}$.
- 4、如果一个正多边形的中心角为 72° ，那么这个正多边形的边数是..... ()
A、4； B、5； C、6； D、7.
- 5、下列各统计量中，表示一组数据波动程度的量是..... ()
A、平均数； B、众数； C、方差； D、频率.
- 6、如图，已知在 $\odot O$ 中， AB 是弦，半径 $OC \perp AB$ ，垂足为点 D ，要使四边形 $OACB$ 为菱形，还需要添加一个条件，这个条件可以是..... ()
A、 $AD = BD$ ； B、 $OD = CD$ ；
C、 $\angle CAD = \angle CBD$ ； D、 $\angle OCA = \angle OCB$.

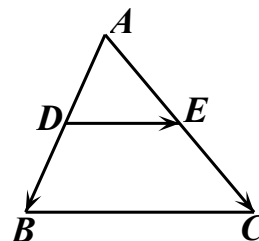


二、填空题：(每题 4 分，共 48 分)

- 7、计算： $|-2| + 2 =$ _____.
- 8、方程 $\sqrt{3x-2} = 2$ 的解是_____.
- 9、如果分式 $\frac{2x}{x+3}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____.
- 10、如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - m = 0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是_____.
- 11、同一温度的华氏度数 $y(^{\circ}\text{F})$ 与摄氏度数 $x(^{\circ}\text{C})$ 之间的函数关系是 $y = \frac{9}{5}x + 32$. 如果某一温度的摄氏温度是 25°C ，那么它的华氏温度是_____ $^{\circ}\text{F}$.
- 12、如果将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向上平移，使它经过点 $A(0, 3)$ ，那么所得新抛物线的表达式是_____.
- 13、某校学生会提倡双休日到养老院参加服务活动，首次活动需要 7 位同学参加，现有包括小杰在内的 50 位同学报名，因此学生会将从这 50 位同学中随机抽取 7 位，小杰被抽到参加首次活动的概率是_____.
- 14、已知某校学生“科技创新社团”成员的年龄与人数情况如下表所示：

年龄(岁)	11	12	13	14	15
人数	5	5	16	15	12

那么“科技创新社团”成员年龄的中位数是_____岁.



15、如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 、边 AC 的中点， $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$ ，那么向量 \overrightarrow{DE} 用向量 \vec{m} 、 \vec{n} 表示为_____。

16、已知 E 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上一点， $AE = AD$ ，过点 E 作 AC 的垂线，交边 CD 于点 F ，那么 $\angle FAD =$ _____度。

17、在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 12$ ，点 A 在 $\odot B$ 上。如果 $\odot D$ 与 $\odot B$ 相交，且点 B 在 $\odot D$ 内，那么 $\odot D$ 的半径长可以等于_____。(只需写出一个符合要求的数)

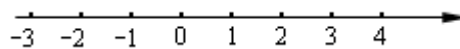
18、已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转，使点 B 落在原 $\triangle ABC$ 的点 C 处，此时点 C 落在点 D 处。延长线段 AD ，交原 $\triangle ABC$ 的边 BC 的延长线于点 E ，那么线段 DE 的长等于_____。

三、解答题

19、(本题满分 10 分)先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2 + 4x + 4} \div \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 1$ 。

20、(本题满分 10 分)

解不等式组： $\begin{cases} 4x \geq 2x - 6 \\ x - 1 \leq x + 1 \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来。

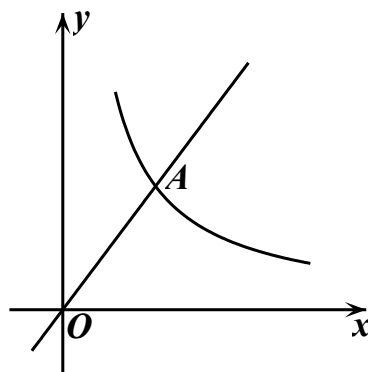


21、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y = \frac{4}{3}x$ 的图像经过点 A ，点 A 的纵坐标为 4，反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像也经过点 A ，第一象限内的点 B 在这个反比例函数的图

像上，过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 C ，且 $AC = AB$ 。

求：(1)这个反比例函数的解析式；(2)直线 AB 的表达式。

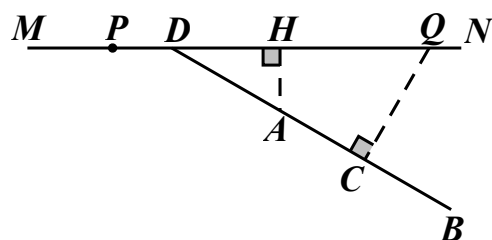


22、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

如图， MN 表示一段笔直的高架道路，线段 AB 表示高架道路旁的一排居民楼．已知点 A 到 MN 的距离为 15 米， BA 的延长线与 MN 相交于点 D ，且 $\angle BDN = 30^\circ$ ，假设汽车在高速道路上行驶时，周围 39 米以内会受到噪音的影响．

(1)过点 A 作 MN 的垂线，垂足为点 H ．如果汽车沿着从 M 到 N 的方向在 MN 上行驶，当汽车到达点 P 处时，噪音开始影响这一排的居民楼，那么此时汽车与点 H 的距离为多少米？

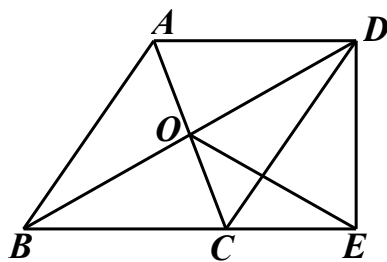
(2)降低噪音的一种方法是在高架道路旁安装隔音板．当汽车行驶到点 Q 时，它与这一排居民楼的距离 QC 为 39 米，那么对于这一排居民楼，高架道路旁安装的隔音板至少需要多少米长？(精确到 1 米)(参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$)



23、(本题满分 12 分，每小题满分各 6 分)

已知：如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ，点 E 在边 BC 的延长线上，且 $OE = OB$ ，联结 DE ．

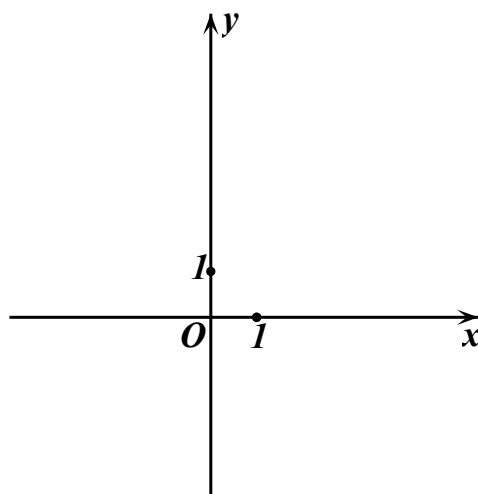
(1)求证： $DE \perp BE$ ；(2)如果 $OE \perp CD$ ，求证： $BD \cdot CE = CD \cdot DE$ ．



24、(本题满分 12 分，每小题满分各 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中(如图)，抛物线 $y = ax^2 - 4$ 与 x 轴的负半轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ， $AB = 2\sqrt{5}$ 。点 P 在抛物线上，线段 AP 与 y 轴的正半轴交于点 C ，线段 BP 与 x 轴相交于点 D 。设点 P 的横坐标为 m 。

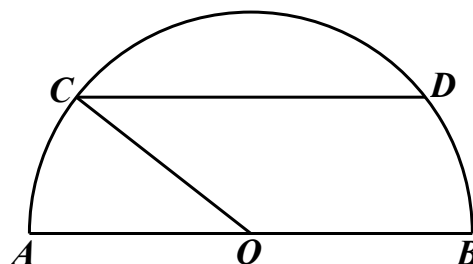
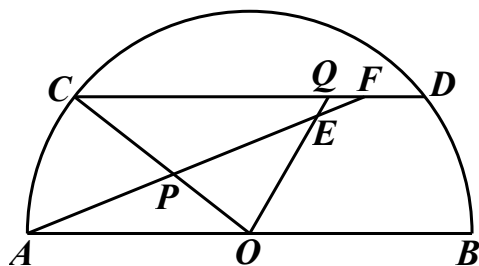
- (1)求这条抛物线的解析式；
- (2)用含 m 的代数式表示线段 CO 的长；
- (3)当 $\tan \angle ODC = \frac{3}{2}$ 时，求 $\angle PAD$ 的正弦值。



25、(本题满分 14 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 5 分，第(3)小题满分 5 分)

已知：如图， AB 是半圆 O 的直径，弦 $CD \parallel AB$ ，动点 P 、 Q 分别在线段 OC 、 CD 上，且 $DQ = OP$ ， AP 的延长线与射线 OQ 相交于点 E 、与弦 CD 相交于点 F (点 F 与点 C 、 D 不重合)， $AB = 20$ ， $\cos \angle AOC = \frac{4}{5}$ 。设 $OP = x$ ， $\triangle CPF$ 的面积为 y 。

- (1)求证： $AP = OQ$ ；
- (2)求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域；
- (3)当 $\triangle OPE$ 是直角三角形时，求线段 OP 的长。



备用图

2015 年上海中考数学解析

一、 选择题：

1	2	3	4	5	6
D	A	C	B	C	B

二、 填空题：

7	8	9	10	11	12
4	$x=2$	$x \neq 3$	$m < -4$	77	$y = x^2 + 2x + 3$
13	14	15	16	17	18
$\frac{7}{50}$	14	$\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}m$	22.5	14	$4\sqrt{3} - 4$

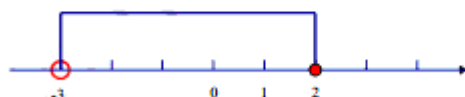
三、 解答题：

19. 原式 = $\frac{x^2}{(x+2)^2} \cdot \frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{x+2}$,

当 $x = \sqrt{2} - 1$ 时, 原式 = $\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2} - 1$

20.
$$\begin{cases} 4x > 2x - 6 \Rightarrow x > -3 \\ \frac{x-1}{3} \leq \frac{x+1}{9} \Rightarrow x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -3 < x \leq 2$$

在数轴上画出解集, 如下图所示:



21. (1) 由已知, $A(3,4)$, 故反比例函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$;

(2) 设 $B\left(m, \frac{12}{m}\right)$, 则 $C\left(0, \frac{12}{m}\right)$.

$$AB = AC, \text{ 即 } (3-m)^2 + \left(4 - \frac{12}{m}\right)^2 = 3^2 + \left(4 - \frac{12}{m}\right)^2$$

解得, $m_1 = 0$ (舍), $m_2 = 6$, 即点 B 的坐标为 $(6,2)$

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + 6$

22. (1) 联结 PA ，由已知， $AP = 39m$ ，在 $Rt\triangle APH$ 中，

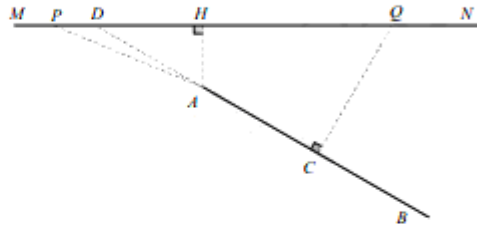
$$PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36 \text{ (米)};$$

(2) 由题意，隔音板位置应从 P 到 Q ，

在 $Rt\triangle ADH$ 中， $DH = AH \cdot \cot 30^\circ = 15\sqrt{3}$ (米)；

$$\text{在 } Rt\triangle CDQ \text{ 中， } DQ = \frac{CQ}{\sin 30^\circ} = \frac{39}{\frac{1}{2}} = 78 \text{ (米)};$$

$$PQ = PH + HQ = PH + DQ - DH = 36 + 78 - 15\sqrt{3} \approx 114 - 15 \times 1.7 = 88.5 \approx 89 \text{ (米)}.$$



23. (1) $\because OB = OE$ ， $\therefore \angle OEB = \angle OBE$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行 XRS 四边形， $\therefore OB = OD$ ；

$\because OB = OE$ ， $\therefore OD = OE$ ， $\therefore \angle OED = \angle ODE$ ；

\because 在 $\triangle BED$ 中， $\angle OEB + \angle OBE + \angle OED + \angle ODE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle OEB + \angle OED = 90^\circ$ ，即 $\angle BED = 90^\circ$ ，故 $DE \perp BE$ 。

(2) 设 OE 交 CD 于 H 。

$\because OE \perp CD$ 于 H ， $\therefore \angle CHE = 90^\circ$ ， $\therefore \angle CEH + \angle HCE = 90^\circ$ ；

$\because \angle CED = 90^\circ$ ， $\therefore \angle CDE + \angle DCE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle CEH$ ；

$\because \angle OEB = \angle OBE$ ， $\therefore \angle OBE = \angle CDE$ ；

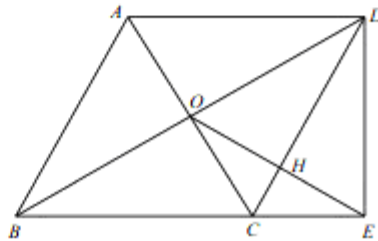
在 $\triangle CED$ 与 $\triangle DEB$ 中

$$\begin{cases} \angle CED = \angle DEB \\ \angle CDE = \angle DBE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CED \sim \triangle DEB$

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{CD}{DB}, \text{ 即 } BD \cdot CE = CD \cdot DE$$

得证。



24. (1) $AB = 2\sqrt{5}$, $OB = 4$

$\therefore OA = 2$, 即 $A(-2, 0)$

\therefore 二次函数解析式为 $y = x^2 - 4$

(2) 由(1)得, $P(m, m^2 - 4)$

$\therefore l_{AP}: y = (m-2)x + 2(m-2)$

$l_{BP}: y = mx - 4$

$\therefore OC = 2m - 4$, $OD = \frac{4}{m}$

(3) $\tan \angle ODC = \frac{OC}{OD} = \frac{m(m-2)}{2} = \frac{3}{2}$

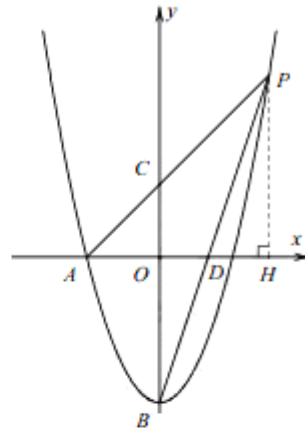
解得, $m = 3$ (舍负)

作 $PH \perp x$ 轴

$\therefore PH = m^2 - 4 = 5$, $AH = AO + OH = 5$

$\therefore AP = 5\sqrt{2}$

$\therefore \sin \angle PAD = \frac{PH}{AP} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



25. (1) 联结 OD

$AO = OD$, $\angle AOC = \angle C = \angle ODQ$

$OP = OQ$

$\therefore \triangle AOP \cong \triangle ODQ$

$\therefore AP = OQ$

(2) 作 $PH \perp OA$

$\therefore OH = \frac{4}{5}OP = \frac{4}{5}x$, $PH = \frac{3}{5}x$

$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}AO \cdot PH = 3x$

又 $\triangle PFC \sim \triangle PAO$

$\therefore \frac{y}{S_{\triangle AOP}} = \left(\frac{CP}{OP}\right)^2 = \left(\frac{10-x}{x}\right)^2$, 即 $y = \frac{3x^2 - 60x + 300}{x} \left(\frac{50}{13} < x < 10\right)$

(3) 当 $\angle POE = 90^\circ$ 时, $CQ = \frac{OC}{\cos \angle QCO} = \frac{25}{2}$, $OP = DQ = CD - CQ = \frac{7}{2}$ (舍)

当 $\angle OPE = 90^\circ$ 时, $OP = AO \cdot \cos \angle COA = 8$

当 $\angle OEP = 90^\circ$ 时, $\angle AOQ = \angle DQO = \angle APO$

$\therefore \angle AOC = \angle AEO$, 即 $\angle OEP = \angle COA$, 即, 此种情况 XRS 不存在

\therefore 线段 OP 的长为 8

