2014年中考数学分类汇编——与函数有关的选择题压轴题

2014年与函数有关的选择题压轴题，考点涉及：一次函数性质；反比例函数性质，反比例函数比例系数k的几何意义及不等式的性质，；曲线上点的坐标与方程的关系；二次函数的性质，二次函数图象与系数的关系，抛物线与x轴的交点，二次函数与一元二次方程的关系，二次函数与不等式；相似三角形的判定和性质；轴对称的性质. 数学思想涉及：数形结合；化归；方程.现选取部分省市的2014年中考题展示，以飨读者.

【题1】（2014•济宁第8题）"如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与x轴有两个公共点，那么一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根．"请根据你对这句话的理解，解决下面问题：若m、n（m＜n）是关于x的方程 $1-(x-a)(x-b)=0$ 的两根，且a＜b，则a、b、m、n的大小关系是（　　）

A．m＜a＜b＜n　　B．a＜m＜n＜b　　C．a＜m＜b＜n　　D．m＜a＜n＜b

【考点】：抛物线与x轴的交点．

【分析】：依题意画出函数 $y=(x-a)(x-b)$ 图象草图，根据二次函数的增减性求解．

【解答】：解：依题意，画出函数 $y=(x-a)(x-b)$ 的图象，如图所示．

函数图象为抛物线，开口向上，与x轴两个交点的横坐标分别为a，b（a＜b）．

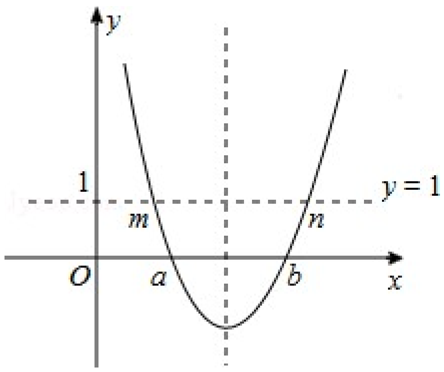
方程 $1-(x-a)(x-b)=0$ 转化为 $(x-a)(x-b)=1$，方程的两根是抛物线 $y=(x-a)(x-b)$ 与直线 $y=1$ 的两个交点．

由m＜n，可知对称轴左侧交点横坐标为m，右侧为n．

由抛物线开口向上，则在对称轴左侧，y随x增大而减少，则有m＜a；在对称轴右侧，y随x增大而增大，则有b＜n．

综上所述，可知m＜a＜b＜n．

故选A．



【点评】：本题考查了二次函数与一元二次方程的关系，考查了数形结合的数学思想．解题时，画出函数草图，由函数图象直观形象地得出结论，避免了繁琐复杂的计算．

【题2】（2014年山东泰安第20题）二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c为常数，且a≠0）中的x与y的部分对应值如下表：

X	－1	0	1	3
y	－1	3	5	3

下列结论：

（1）$ac<0$；

（2）当 $x>1$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小．

（3）3 是方程 $ax^2+(b-1)x+c=0$ 的一个根；

（4）当 $-1<x<3$ 时，$ax^2+(b-1)x+c>0$．

其中正确的个数为（　　）

A．4个　　　　B．3个　　　　C．2个　　　　D．1个

【分析】：根据表格数据求出二次函数的对称轴为直线 $x=1.5$，然后根据二次函数的性质对各小题分析判断即可得解．

【解答】：由图表中数据可得出：$x=1$ 时，$y=5$ 值最大，所以二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 开口向下，$a<0$；又 $x=0$ 时，$y=3$，所以 $c=3>0$，所以 $ac<0$，故（1）正确；

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 开口向下，且对称轴为 $x=\frac{0+3}{2}=1.5$，∴当 $x>1.5$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小，故（2）错误；

∵$x=3$ 时，$y=3$，∴$9a+3b+c=3$，∵$c=3$，∴$9a+3b+3=3$，∴$9a+3b=0$，∴3 是方程 $ax^2+(b-1)x+c=0$ 的一个根，故（3）正确；

∵$x=-1$ 时，$ax^2+bx+c=-1$，∴$x=-1$ 时，$ax^2+(b-1)x+c=0$，∵$x=3$ 时，$ax^2+(b-1)x+c=0$，且函数有最大值，∴当 $-1<x<3$ 时，$ax^2=(b-1)x+c>0$，故（4）正确．

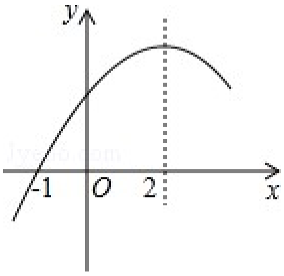
故选 B．

【点评】：本题考查了二次函数的性质，二次函数图象与系数的关系，抛物线与 x 轴的交点，二次函数与不等式，有一定难度．熟练掌握二次函数图象的性质是解题的关键．

【题 3】（2014 年山东烟台第 11 题）二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的部分图象如图，图象过点（-1，0），对称轴为直线　$x=2$，下列结论：

①$4a+b=0$；② $9a+c>3b$；③ $8a+7b+2c>0$；④当 $x>-1$ 时，y 的值随 x 值的增大而增大．

其中正确的结论有（　　）



A．1个　　　　B．2个　　　　C．3个　　　　D．4个

【分析】：根据抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=2$，则有 $4a+b=0$；观察函数图象得到当 $x=-3$ 时，函数值小于 0，则 $9a-3b+c<0$，即 $9a+c<3b$；由于 $x=-1$ 时，$y=0$，则 $a-b+c=0$，易得 $c=-5a$，所以 $8a+7b+2c=8a-28a-10a=-30a$，再根据抛物线开口向下得 $a<0$，于是有 $8a+7b+2c>0$；由于对称轴为直线 $x=2$，根据二次函数的性质得到当 $x>2$ 时，y 随 x 的增大而减小．

【解答】：∵抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=2$，∴$b=-4a$，即 $4a+b=0$，所以①正确；

∵当 $x=-3$ 时，$y<0$，∴$9a-3b+c<0$，即 $9a+c<3b$，所以②错误；

∵抛物线与 x 轴的一个交点为（-1，0），∴ $a-b+c=0$，

而 $b=-4a$，∴$a+4a+c=0$，即 $c=-5a$，∴$8a+7b+2c=8a-28a-10a=-30a$，

∵抛物线开口向下，∴$a<0$，∴$8a+7b+2c>0$，所以③正确；

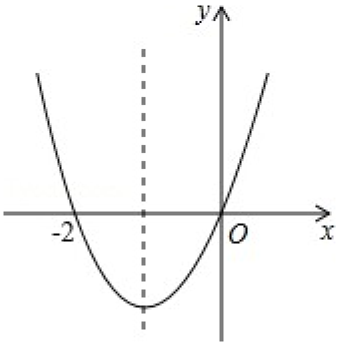
∵对称轴为直线 x=2，

∴当﹣1＜x＜2 时，y 的值随 x 值的增大而增大，当 x＞2 时，y 随 x 的增大而减小，所以④错误．故选 B．

【点评】：本题考查了二次函数图象与系数的关系：二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a≠0），二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小，当 a＞0 时，抛物线向上开口；当 a＜0 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置，当 a 与 b 同号时（即 ab＞0），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 ab＜0），对称轴在 y 轴右；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点．抛物线与 y 轴交于（0，c）；抛物线与 x 轴交点个数由△决定，$\triangle=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；$\triangle=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点；$\triangle=b^2-4ac<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点．

【题 4】（2014•威海第 11 题）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）的图象如图，则下列说法：①c=0；②该抛物线的对称轴是直线 x=﹣1；③当 x=1 时，y=2a；④ $am^2+bm+a>0$（m≠﹣1）．

其中正确的个数是（ ）



A．1	B．2	C．3	D．4

【考点】：二次函数图象与系数的关系．

【分析】：由抛物线与 y 轴的交点判断 c 与 0 的关系，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断．

【解答】：解：抛物线与 y 轴交于原点，c=0，故①正确；

该抛物线的对称轴是：$\frac{-2+0}{2}=-1$，直线 x=﹣1，故②正确；

当 x=1 时，y=2a+b+c，

∵对称轴是直线 x=﹣1，

∴ $-\frac{b}{2a}=-1$，b=2a，

又∵c=0，

∴y=4a，故③错误；

x=m 对应的函数值为 $y=am^2+bm+c$，

x=﹣1 对应的函数值为 y=a﹣b+c，又 x=﹣1 时函数取得最小值，

∴$a-b+c<am^2+bm+c$，即 $a-b<am^2+bm$，

∵b=2a，

∴$am^2+bm+a>0$（m≠－1）．故④正确．

故选：C．

【点评】：本题考查了二次函数图象与系数的关系．二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点抛物线与 x 轴交点的个数确定．

【题 5】（2014•宁波第 12 题）已知点 A（a－2b，2－4ab）在抛物线 $y=x^2+4x+10$ 上，则点 A 关于抛物线对称轴的对称点坐标为（ ）

A．（－3，7）　B．（－1，7）　C．（－4，10）　D．（0，10）

【考点】：二次函数图象上点的坐标特征；坐标与图形变化-对称．

【分析】：把点 A 坐标代入二次函数解析式并利用完全平方公式整理，然后根据非负数的性质列式求出 a、b，再求出点 A 的坐标，然后求出抛物线的对称轴，再根据对称性求解即可．

【解答】：解：∵点 A（a－2b，2－4ab）在抛物线 $y=x^2+4x+10$ 上，

∴ $(a-2b)^2+4\times(a-2b)+10=2-4ab$，

$a^2-4ab+4b^2+4a-8ab+10=2-4ab$，

$(a+2)^2+4(b-1)^2=0$，

∴a+2=0，b－1=0，

解得 a=－2，b=1，

∴a－2b=－2－2×1=－4，

2－4ab=2－4×（－2）×1=10，

∴点 A 的坐标为（－4，10），

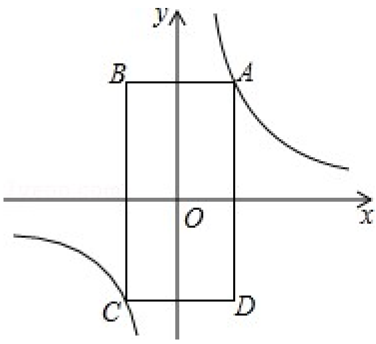
∵对称轴为直线 $x=-\frac{4}{2\times1}=-2$，

∴点 A 关于对称轴的对称点的坐标为（0，10）．

故选 D．

【点评】：本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的对称性，坐标与图形的变化－对称，把点的坐标代入抛物线解析式并整理成非负数的形式是解题的关键．

【题 6】（2014•温州第 10 题）如图，矩形 ABCD 的顶点 A 在第一象限，AB∥x 轴，AD∥y 轴，且对角线的交点与原点 O 重合．在边 AB 从小于 AD 到大于 AD 的变化过程中，若矩形 ABCD 的周长始终保持不变，则经过动点 A 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k≠0）中 k 的值的变化情况是（　　）



A．一直增大　　　　B．一直减小　　　　C．先增大后减小　　　D．先减小后增大

【考点】：反比例函数图象上点的坐标特征；矩形的性质．

【分析】：设矩形 ABCD 中，AB=2a，AD=2b，由于矩形 ABCD 的周长始终保持不变，则 a+b 为定值．根据矩形对角线的交点与原点 O 重合及反比例函数比例系数 k 的几何意义可知 $k=\frac{1}{2}AB\bullet\frac{1}{2}AD=ab$，再根据 a+b 一定时，当 a=b 时，ab 最大可知在边 AB 从小于 AD 到大于 AD 的变化过程中，k 的值先增大后减小．

【解答】：解：设矩形 ABCD 中，AB=2a，AD=2b．

∵矩形 ABCD 的周长始终保持不变，

∴2（2a+2b）=4（a+b）为定值，

∴a+b 为定值．

∵矩形对角线的交点与原点 O 重合

∴$k=\frac{1}{2}AB\bullet\frac{1}{2}AD=ab$，

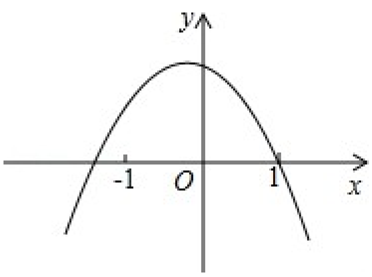
又∵a+b 为定值时，当 a=b 时，ab 最大，

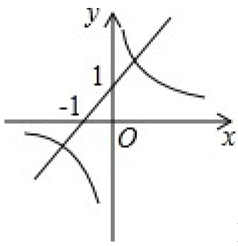
∴在边 AB 从小于 AD 到大于 AD 的变化过程中，k 的值先增大后减小．

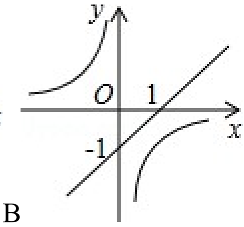
故选 C．

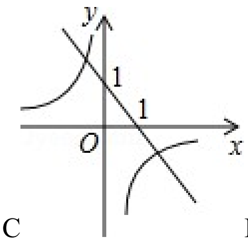
【点评】：本题考查了矩形的性质，反比例函数比例系数 k 的几何意义及不等式的性质，有一定难度．根据题意得出 $k=\frac{1}{2}AB\bullet\frac{1}{2}AD=ab$ 是解题的关键．

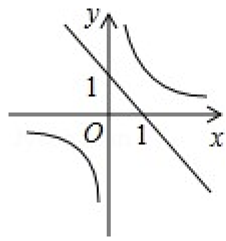
【题 7】（2014 年山东泰安第 17 题）已知函数 y=（x﹣m）（x﹣n）（其中 m＜n）的图象如图所示，则一次函数 y=mx+n 与反比例函数 $y=\frac{m+n}{x}$的图象可能是（　　）



A． 

B 

C 

D． 

【分析】：　根据二次函数图象判断出 $m<-1$，$n=1$，然后求出 $m+n<0$，再根据一次函数与反比例函数图象的性质判断即可．

【解答】：由图可知，$m<-1$，$n=1$，所以，$m+n<0$，

所以，一次函数 $y=mx+n$ 经过第二四象限，且与 y 轴相交于点（0，1），

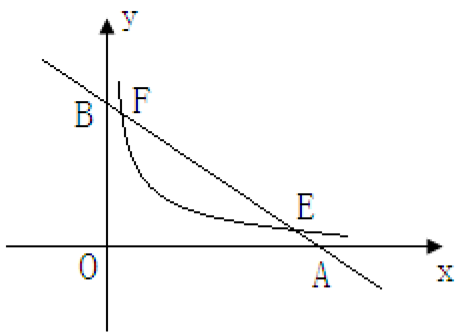
反比例函数 $y=\frac{m+n}{x}$的图象位于第二四象限，

纵观各选项，只有 C 选项图形符合．故选 C．

【点评】：本题考查了二次函数图象，一次函数图象，反比例函数图象，观察二次函数图象判断出 m、n 的取值是解题的关键．

【题 8】（2014.福州第 10 题）如图，已知直线 $y=-x+2$ 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于 E，F 两点. 若 AB=2EF，则 k 的值是【　】

A．-1　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{4}$



【解析】

试题分析：如图，分别过点 F，E 作 x 轴的垂线，过点 E 作 y 轴的垂线，EG，FC 交于点 H，则△FHE∽△BOA.

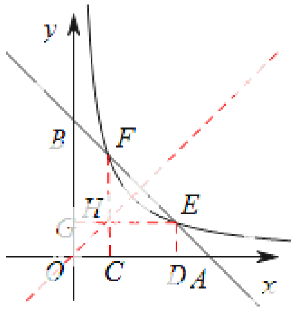
∵直线 $y=-x+2$ 分别与 x 轴，y 轴交于 A，B 两点，∴A（2，0），B（0，2）.

又∵AB=2EF，∴CD=1.

∵整个图形关于直线 $y=x$ 对称，∴可得 $E\left(\frac{3}{2},\ \frac{1}{2}\right)$.

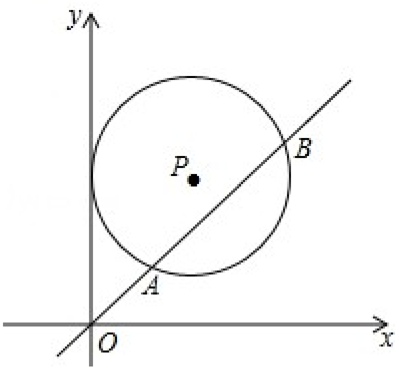
∵点 E 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上，∴ $\frac{1}{2}=\frac{k}{\frac{3}{2}}\Rightarrow k=\frac{3}{4}$

故选 D.



【考点】：1.反比例函数与一次函数交点问题；2.曲线上点的坐标与方程的关系；3.相似三角形的判定和性质；4.轴对称的性质.

【题 9】（2014. 泸州第 12 题）如图，在平面直角坐标系中，⊙P 的圆心坐标是（3，a）（a＞3），半径为 3，函数 y=x 的图象被⊙P 截得的弦 AB 的长为 $4\sqrt{2}$，则 a 的值是（　）



A．4　　B．$3+\sqrt{2}$　　C．$3\sqrt{2}$　　D．$3+\sqrt{3}$

【解答】：解：作 PC⊥x 轴于 C，交 AB 于 D，作 PE⊥AB 于 E，连结 PB，如图，

∵⊙P 的圆心坐标是（3，a），

∴OC=3，PC=a，

把 x=3 代入 y=x 得 y=3，

∴D 点坐标为（3，3），

∴CD=3，

∴△OCD 为等腰直角三角形，

∴△PED 也为等腰直角三角形，

∵PE⊥AB，

∴$AE=BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$，

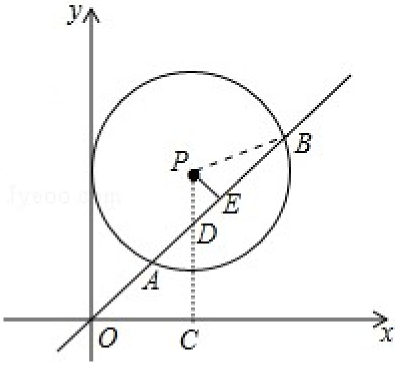
在 Rt△PBE 中，PB=3，

∴PE=$\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}$=1，

∴PD=$\sqrt{2}$PE=$\sqrt{2}$，

∴a=3+$\sqrt{2}$．

故选 B．



【点评】：本题考查了垂径定理：平分弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．也考查了勾股定理和等腰直角三角形的性质．