2014年江苏省徐州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共有8小题．每小题3分，共24分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1．（3分）(2014年江苏徐州)2^{-1}等于（　　）

A．2　B．-2　C．$\frac{1}{2}$　D．$-\frac{1}{2}$

考点：　负整数指数幂．

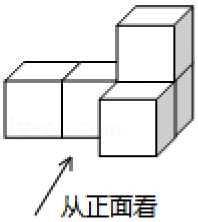
分析：　根据$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}$，可得答案．

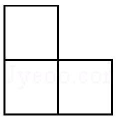
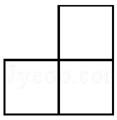
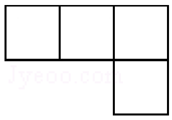
解答：　解：$2^{-1}=\frac{1}{2}$，

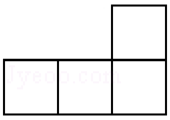
故选：C．

点评：　本题考查了负整数指数幂，负整数指数为正整数指数的倒数．

2．（3分）(2014年江苏徐州)如图使用五个相同的立方体搭成的几何体，其主视图是（　　）



A．　B．　C．

D．

考点：　简单组合体的三视图．

分析：　根据三视图的知识求解．

解答：　解：从正面看：上边一层最右边有1个正方形，

下边一层有3个正方形．

故选D．

点评：　本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图．

3．（3分）(2014年江苏徐州)抛掷一枚均匀的硬币，前2次都正面朝上，第3次正面朝上的概率（　　）

A．大于$\frac{1}{2}$　B．等于$\frac{1}{2}$　C．小于$\frac{1}{2}$　D．不能确定

考点： 概率的意义．

分析： 根据概率的意义解答．

解答： 解：∵硬币由正面朝上和朝下两种情况，并且是等可能，

∴第3次正面朝上的概率是$\frac{1}{2}$．

故选B．

点评： 本题考查了概率的意义，正确理解概率的含义并明确硬币只有正反两个面是解决本题的关键．

4．（3分）(2014年江苏徐州)下列运算中错误的是（　　）

A．$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$　B．$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$　C．$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=2$　D．$(-\sqrt{3})^2=3$

考点： 二次根式的乘除法；二次根式的加减法．

分析： 利用二次根式乘除运算法则以及加减运算法则分别判断得出即可．

解答： 解：A、$\sqrt{2}+\sqrt{3}$无法计算，故此选项正确；

B、$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$，正确，不合题意；

C、$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=2$，正确，不合题意；

D、$(-\sqrt{3})^2=3$，正确，不合题意．

故选：A．

点评： 此题主要考查了二次根式的加减乘除运算，熟练掌握运算法则是解题关键．

5．（3分）(2014年江苏徐州)将函数y=﹣3x的图象沿y轴向上平移2个单位长度后，所得图象对应的函数关系式为（　　）

A．y=﹣3x+2　B．y=﹣3x﹣2　C．y=﹣3（x+2）　D．y=﹣3（x﹣2）

考点： 一次函数图象与几何变换．

分析： 直接利用一次函数平移规律，“上加下减”进而得出即可．

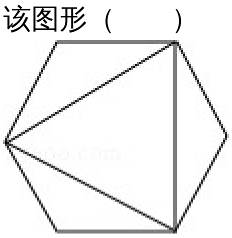
解答： 解：∵将函数y=﹣3x的图象沿y轴向上平移2个单位长度，

∴平移后所得图象对应的函数关系式为：y=﹣3x+2．

故选：A．

点评： 此题主要考查了一次函数图象与几何变换，熟练记忆函数平移规律是解题关键．

6．（3分）(2014年江苏徐州)顺次连接正六边形的三个不相邻的顶点．得到如图的图形，该图形（　　）



A．既是轴对称图形也是中心对称图形

B． 是轴对称图形但并不是中心对称图形

C． 是中心对称图形但并不是轴对称图形

D． 既不是轴对称图形也不是中心对称图形

考点： 中心对称图形；轴对称图形．

分析： 根据正多边形的性质和轴对称图形与中心对称图形的定义解答．

解答： 解：此图形是轴对称图形但并不是中心对称图形，

故选：B．

点评： 此题考查正多边形对称性．关键要记住偶数边的正多边形既是轴对称图形，又是中心对称图形，奇数边的正多边形只是轴对称图形．

7．（3分）(2014年江苏徐州)若顺次连接四边形的各边中点所得的四边形是菱形，则该四边形一定是（　　）

A． 矩形 B． 等腰梯形

C． 对角线相等的四边形 D． 对角线互相垂直的四边形

考点： 中点四边形．

分析： 首先根据题意画出图形，由四边形EFGH是菱形，点E，F，G，H分别是边AD，AB，BC，CD的中点，利用三角形中位线的性质与菱形的性质，即可判定原四边形一定是对角线相等的四边形．

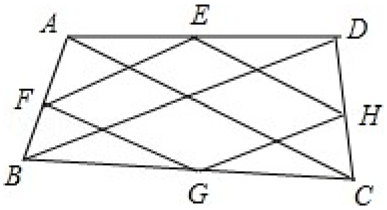
解答： 解：如图，根据题意得：四边形EFGH是菱形，点E，F，G，H分别是边AD，AB，BC，CD的中点，

∴EF=FG=CH=EH，BD=2EF，AC=2FG，

∴BD=AC．

∴原四边形一定是对角线相等的四边形．

故选C．



点评： 此题考查了菱形的性质与三角形中位线的性质．此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用．

8．（3分）(2014年江苏徐州)点A、B、C在同一条数轴上，其中点A、B表示的数分别为﹣3、1，若BC=2，则AC等于（　　）

A． 3 B． 2 C． 3或5 D． 2或6

考点： 两点间的距离；数轴．

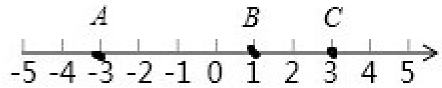
分析： 要求学生分情况讨论A，B，C三点的位置关系，即点C在线段AB内，点C在线段AB外．

解答： 解：此题画图时会出现两种情况，即点C在线段AB内，点C在线段AB外，所以要分两种情况计算．

点 A、B 表示的数分别为﹣3、1，

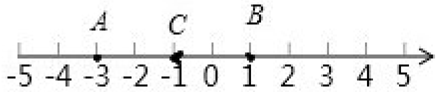
AB=4．

第一种情况：在 AB 外，



AC=4+2=6；

第二种情况：在 AB 内，



AC=4﹣2=2．

故选：D．

点评： 在未画图类问题中，正确画图很重要．本题渗透了分类讨论的思想，体现了思维的严密性，在今后解决类似的问题时，要防止漏解．

二、填空题（本大题共有 10 小题．每小题 3 分，共 30 分．不需要写出解答过程，请把答案直接写在答题卡的相应位置上）

9．（3 分）(2014 年江苏徐州)函数 $y=\frac{2}{x-1}$中，自变量 x 的取值范围为 __x≠1__ ．

考点： 函数自变量的取值范围．

分析： 根据分母不等于 0 列式计算即可得解．

解答： 解：由题意得，x﹣1≠0，

解得 x≠1．

故答案为：x≠1．

点评： 本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负．

10．（3 分）(2014 年江苏徐州)我国“钓鱼岛”周围海域面积约 170 000km^2，该数用科学记数法可表示为 __1.7×10^5__ ．

考点： 科学记数法—表示较大的数．

分析： 科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 1≤|a|＜10，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

解答： 解：170 000=1.7×10^5，

故答案为：1.7×10^5．

点评： 此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 1≤|a|＜10，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

11．（3 分）(2014 年江苏徐州)函数 y=2x 与 y=x+1 的图象交点坐标为 __（1，2）__ ．

考点： 两条直线相交或平行问题．

专题： 计算题．

分析： 根据两条直线的交点坐标，就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解，所以解方程组$\begin{cases}y=2x\\y=x+1\end{cases}$即可得到两直线的交点坐标．

解答： 解：解方程组$\begin{cases}y=2x\\y=x+1\end{cases}$得$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$，

所以函数 $y=2x$ 与 $y=x+1$ 的图象交点坐标为（1，2）．

故答案为（1，2）．

点评： 本题考查了两条直线相交或平行问题：两条直线的交点坐标，就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解；若两条直线是平行的关系，那么他们的自变量系数相同，即 k 值相同．

12．（3 分）(2014 年江苏徐州)若 $ab=2$，$a-b=-1$，则代数式 a^2b-ab^2 的值等于 <u>－2</u> ．

考点： 因式分解-提公因式法．

分析： 首先提取公因式 ab，进而将已知代入求出即可．

解答： 解：∵$ab=2$，$a-b=-1$，

∴$a^2b-ab^2=ab(a-b)=2\times(-1)=-2$．

故答案为：－2．

点评： 此题主要考查了提取公因式法分解因式，正确提取公因式是解题关键．

13．（3 分）(2014 年江苏徐州)半径为 4cm，圆心角为 60°的扇形的面积为 <u>$\frac{8}{3}\pi$</u> cm^2．

考点： 扇形面积的计算．

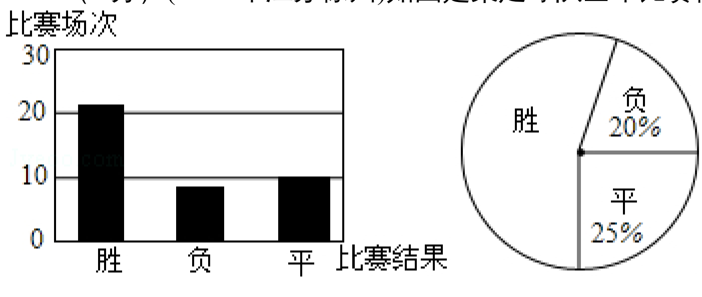
分析： 直接利用扇形面积公式求出即可．

解答： 解：半径为 4cm，圆心角为 60°的扇形的面积为：$\frac{60\pi\times4^2}{360}=\frac{8}{3}\pi$（$cm^2$）．

故答案为：$\frac{8}{3}\pi$．

点评： 此题主要考查了扇形的面积公式应用，熟练记忆扇形面积公式是解题关键．

14．（3 分）(2014 年江苏徐州)如图是某足球队全年比赛情况统计图：

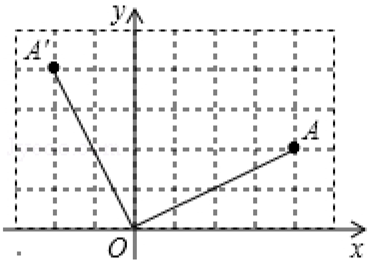


根据图中信息，该队全年胜了 <u>22</u> 场．

考点：　条形统计图；扇形统计图．
专题：　图表型．
分析：　用平的场次除以所占的百分比求出全年比赛场次，然后乘以胜场所占的百分比计算即可得解．
解答：　解：全年比赛场次=10÷25%=40，
胜场：40×（1﹣20%﹣25%）=40×55%=22 场．
故答案为：22．
点评：　本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

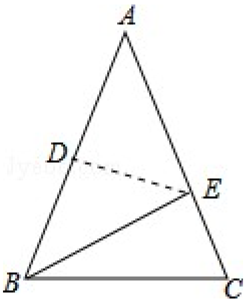
15．（3 分）(2014 年江苏徐州)在平面直角坐标系中，将点 A（4，2）绕原点逆时针方向旋转 90°后，其对应点 A′的坐标为＿（﹣2，4）＿．

考点：　坐标与图形变化-旋转．
分析：　建立网格平面直角坐标系，然后确定出点 A 与 A′的位置，再写出坐标即可．
解答：　解：如图 A′的坐标为（﹣2，4）．
故答案为：（﹣2，4）．



点评：　本题考查了坐标与图形变化﹣旋转，作出图形，利用数形结合的思想求解更形象直观．

16．（3 分）(2014 年江苏徐州)如图，在等腰三角形纸片 ABC 中，AB=AC，∠A=50°，折叠该纸片，使点 A 落在点 B 处，折痕为 DE，则∠CBE=＿15＿°．



考点：　等腰三角形的性质；翻折变换（折叠问题）．
分析：　由 AB=AC，∠A=50°，根据等边对等角及三角形内角和定理，可求得∠ABC 的度数，又由折叠的性质，求得∠ABE 的度数，继而求得∠CBE 的度数．
解答：　解：∵AB=AC，∠A=50°，

$\therefore \angle ACB=\angle ABC=\frac{1}{2}(180°-50°)=65°$，

∵将△ABC折叠，使点A落在点B处，折痕为DE，∠A=50°，

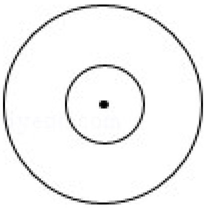
$\therefore \angle ABE=\angle A=50°$，

$\therefore \angle CBE=\angle ABC-\angle ABE=65°-50°=15°$．

故答案为：15．

点评：　此题考查了折叠的性质、等腰三角形的性质及三角形内角和定理．此题难度适中，注意掌握折叠前后图形的对应关系，注意数形结合思想的应用．

17．（3分）(2014年江苏徐州)如图，以O为圆心的两个同心圆中，大圆与小圆的半径分别为3cm和1cm，若圆P与这两个圆都相切，则圆P的半径为__1或2__cm．



考点：　圆与圆的位置关系．

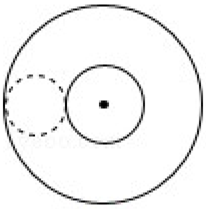
专题：　分类讨论．

分析：　如解答图所示，符合条件的圆P有两种情形，需要分类讨论．

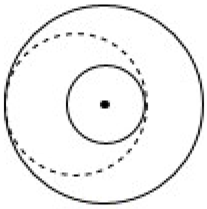
解答：　解：由题意，圆P与这两个圆都相切

若圆P与两圆均外切，如图①所示，此时圆P的半径$=\frac{1}{2}(3-1)=1cm$；

若圆P与两圆均内切，如图②所示，此时圆P的半径$=\frac{1}{2}(3+1)=2cm$．



图①



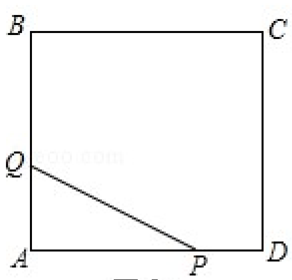
图②

综上所述，圆P的半径为1cm或2cm．

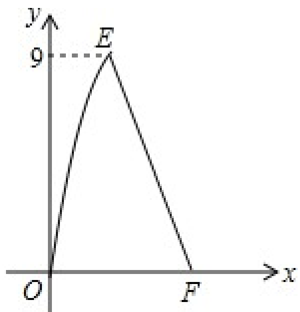
故答案为：1或2．

点评：　本题考查了圆与圆的位置关系，解题的关键是确定如何与两圆都相切，难度中等．

18．（3分）(2014年江苏徐州)如图①，在正方形ABCD中，点P沿边DA从点D开始向点A以1cm/s的速度移动；同时，点Q沿边AB、BC从点A开始向点C以2cm/s的速度移动．当点P移动到点A时，P、Q同时停止移动．设点P出发xs时，△PAQ的面积为ycm^2，y与x的函数图象如图②，则线段EF所在的直线对应的函数关系式为__$y=-3x+18$__．



图①



图②

考点： 动点问题的函数图象．

分析： 根据从图②可以看出当Q点到B点时的面积为9，求出正方形的边长，再利用三角形的面积公式得出EF所在的直线对应的函数关系式．

解答： 解：∵点P沿边DA从点D开始向点A以1cm/s的速度移动；点Q沿边AB、BC从点A开始向点C以2cm/s的速度移动．

∴当P点到AD的中点时，Q到B点，

从图②可以看出当Q点到B点时的面积为9，

∴$9=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}AD\right)\bullet AB$，

∵AD=AB，

∴AD=6，即正方形的边长为6，

当Q点在BC上时，AP=6﹣x，△APQ的高为AB，

∴$y=\frac{1}{2}(6-x)\times 6$，即$y=-3x+18$．

故答案为：$y=-3x+18$．

点评： 本题主要考查了动点函数的图象，解决本题的关键是求出正方形的边长．

三、解答题（本大题共有10小题，共86分．请在答题卡指定区域作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19．（10分）(2014年江苏徐州)（1）计算：$(-1)^2+\sin30^\circ-\sqrt[3]{8}$；

（2）计算：$\left(a+\frac{1}{a-2}\right)\div\left(1+\frac{1}{a-2}\right)$．

考点： 实数的运算；分式的混合运算；特殊角的三角函数值．

专题： 计算题．

分析： （1）原式第一项利用乘方的意义化简，第二项利用特殊角的三角函数值计算，最后一项利用立方根定义化简，计算即可得到结果；

（2）原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分即可得到结果．

解答： 解：（1）原式$=1+\frac{1}{2}-2=-\frac{1}{2}$；

（2）原式$=\frac{a(a-2)+1}{a-2}\div\frac{a-2+1}{a-2}=\frac{(a-1)^2}{a-2}\bullet\frac{a-2}{a-1}=a-1$．

点评： 此题考查了实数的运算，以及分式的混合运算，熟练掌握运算法则解本题的关键．

20．（10 分）(2014 年江苏徐州)（1）解方程：$x^2+4x-1=0$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}-2x\leqslant 0\\ 3x-1<5\end{cases}$．

考点： 解一元一次不等式组；解一元二次方程-配方法．

分析： （1）利用配方法求出 x 的值即可．

（2）分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可．

解答： 解：（1）原式可化为 $(x^2+4x+4-4)-1=0$，即 $(x+2)^2=5$，

两边开方得，$x+2=\pm\sqrt{5}$，

解得 $x_1=-2+\sqrt{5}$，$x_2=-2-\sqrt{5}$；

（2）$\begin{cases}-2x\leqslant 0①\\ 3x-1<5②\end{cases}$，

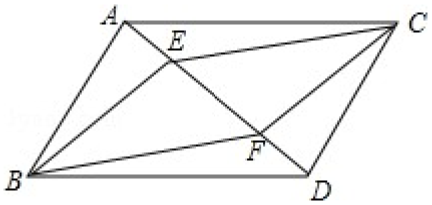
由①得，$x\geq 0$，由②得，$x<2$，

故此不等式组的解集为：$0\leq x<2$．

点评： 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

21．（7 分）(2014 年江苏徐州)已知：如图，在平行四边形 ABCD 中，点 E、F 在 AC 上，且 AE=CF．

求证：四边形 BEDF 是平行四边形．

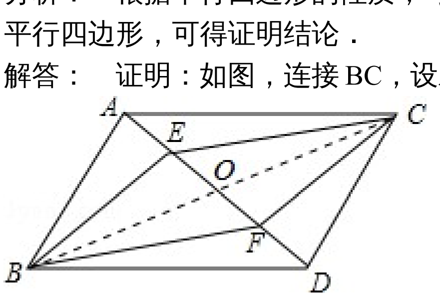


考点： 平行四边形的判定与性质．

专题： 证明题．

分析： 根据平行四边形的性质，可得对角线互相平分，根据对角线互相平分的四边形式平行四边形，可得证明结论．

解答： 证明：如图，连接 BC，设对角线交于点 O．



∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴OA=OD，OB=OC．

∵AE=DF，OA﹣AE=OD﹣DF，

∴OE=OF．
∴四边形BEDF是平行四边形．
点评： 本题考查了平行四边形的判定与性质，利用了平行四边形的对角线互相平分，对角线互相平分的四边形是平行四边形．

22．（7分）(2014年江苏徐州)甲、乙两人在5次打靶测试中命中的环数如下：
甲：8，8，7，8，9
乙：5，9，7，10，9
（1）填写下表：

	平均数	众数	中位数	方差
甲	8	8	8	0.4
乙	8	9	9	3.2

（2）教练根据这5次成绩，选择甲参加射击比赛，教练的理由是什么？
（3）如果乙再射击1次，命中8环，那么乙的射击成绩的方差 变小 ．（填"变大"、"变小"或"不变"）．

考点： 方差；算术平均数；中位数；众数．
专题： 计算题．
分析： （1）根据众数、平均数和中位数的定义求解；
（2）根据方差的意义求解；
（3）根据方差公式求解．
解答： 解：（1）甲的众数为8，乙的平均数$=\frac{1}{5}$（5+9+7+10+9）=8，乙的中位数为9；
（2）因为他们的平均数相等，而甲的方差小，发挥比较稳定，所以选择甲参加射击比赛；
（3）如果乙再射击1次，命中8环，那么乙的射击成绩的方差变小．
故答案为：8，8，9；变小．
点评： 本题考查了方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差．方差通常用s^2来表示，计算公式是：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$；方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好．也考查了算术平均数、中位数和众数．

23．（8分）(2014年江苏徐州)某学习小组由3名男生和1名女生组成，在一次合作学习后，开始进行成果展示．
（1）如果随机抽取1名同学单独展示，那么女生展示的概率为 $\frac{1}{4}$ ；
（2）如果随机抽取2名同学共同展示，求同为男生的概率．

考点： 列表法与树状图法．
专题： 计算题．
分析： （1）4名学生中女生1名，求出所求概率即可；
（2）列表得出所有等可能的情况数，找出同为男生的情况数，即可求出所求概率．

解答：　解：（1）如果随机抽取 1 名同学单独展示，那么女生展示的概率为$\frac{1}{4}$；

（2）列表如下：

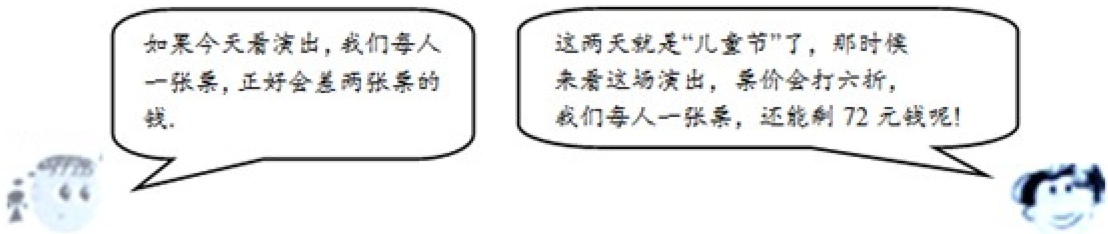
	男	男	男	女
男	－－－	（男，男）	（男，男）	（女，男）
男	（男，男）	－－－	（男，男）	（女，男）
男	（男，男）	（男，男）	－－－	（女，男）
女	（男，女）	（男，女）	（男，女）	－－－

所有等可能的情况有 12 种，其中同为男生的情况有 6 种，

则 $P=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$．

点评：　此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

24．（8 分）(2014 年江苏徐州)几个小伙伴打算去音乐厅观看演出，他们准备用 360 元购买门票．下面是两个小伙伴的对话：



根据对话的内容，请你求出小伙伴们的人数．

考点：　分式方程的应用．

分析：　设票价为 x 元，根据图中所给的信息可得小伙伴的人数为：$\frac{360-72}{0.6x}$，根据小伙伴的人数不变，列方程求解．

解答：　解：设票价为 x 元，

由题意得，$\frac{360-72}{0.6x}=\frac{360}{x}+2$，

解得：x=60，

则小伙伴的人数为：$\frac{360-72}{0.6\times 60}=8$．

答：小伙伴们的人数为 8 人．

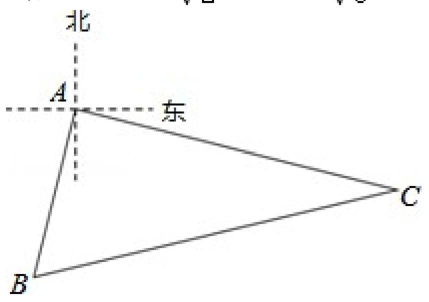
点评：　本题考查了分式方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程求解．

25．（8 分）(2014 年江苏徐州)如图，轮船从点 A 处出发，先航行至位于点 A 的南偏西 15°且点 A 相距 100km 的点 B 处，再航行至位于点 A 的南偏东 75°且与点 B 相距 200km 的点 C 处．

（1）求点 C 与点 A 的距离（精确到 1km）；

（2）确定点 C 相对于点 A 的方向．

（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）



考点： 解直角三角形的应用-方向角问题．

分析： （1）作辅助线，构造直角三角形，解直角三角形即可；

（2）利用勾股定理的逆定理，判定△ABC为直角三角形；然后根据方向角的定义，即可确定点C相对于点A的方向．

解答： 解：（1）如右图，过点A作AD⊥BC于点D．

由图得，∠ABC=75°﹣10°=60°．

在Rt△ABD中，∵∠ABC=60°，AB=100，

∴BD=50，AD=$50\sqrt{3}$．

∴CD=BC﹣BD=200﹣50=150．

在Rt△ACD中，由勾股定理得：

AC=$\sqrt{AD^2+CD^2}=100\sqrt{3}\approx173$（km）．

答：点C与点A的距离约为173km．

（2）在△ABC中，∵$AB^2+AC^2=100^2+(100\sqrt{3})^2=40000$，

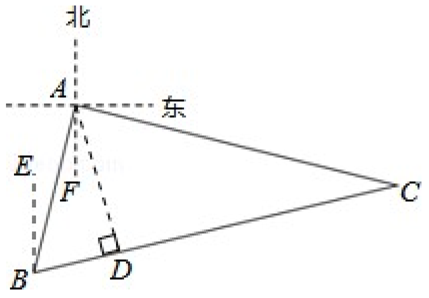
$BC^2=200^2=40000$，

∴$AB^2+AC^2=BC^2$，

∴∠BAC=90°，

∴∠CAF=∠BAC﹣∠BAF=90°﹣15°=75°．

答：点C位于点A的南偏东75°方向．

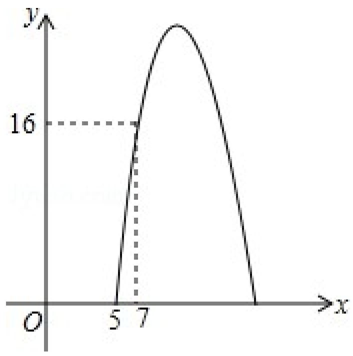


点评： 考查了解直角三角形的应用﹣方向角问题，关键是熟练掌握勾股定理，体现了数学应用于实际生活的思想．

26．（8分）(2014年江苏徐州)某种上屏每天的销售利润y（元）与销售单价x（元）之间满足关系：$y=ax^2+bx-75$．其图象如图．

（1）销售单价为多少元时，该种商品每天的销售利润最大？最大利润为多少元？

（2）销售单价在什么范围时，该种商品每天的销售利润不低于16元？



考点： 二次函数的应用．

分析： （1）根据待定系数法，可得二次函数解析式，根据顶点坐标，可得答案；

（2）根据函数值大于或等于16，可得不等式的解集，可得答案．

解答： 解；（1）$y=ax^2+bx-75$ 图象过点（5，0）、（7，16），

$\therefore \begin{cases} 25a+5b-75=0 \\ 49a+7b-75=16 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} a=-1 \\ b=20 \end{cases}$，

$y=-x^2+20x-75$ 的顶点坐标是（10，25）

当 $x=10$ 时，$y_{最大}=25$，

答：销售单价为10元时，该种商品每天的销售利润最大，最大利润为25元；

（2）∵函数 $y=-x^2+20x-75$ 图象的对称轴为直线 $x=10$，

可知点（7，16）关于对称轴的对称点是（13，16），

又∵函数 $y=-x^2+20x-75$ 图象开口向下，

∴当 $7\le x\le 13$ 时，$y\ge 16$．

答：销售单价不少于7元且不超过13元时，该种商品每天的销售利润不低于16元．

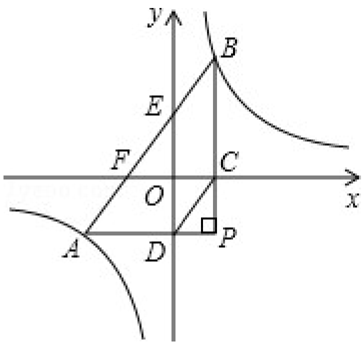
点评： 本题考查了二次函数的应用，利用待定系数法求解析式，利用顶点坐标求最值，利用对称点求不等式的解集．

27．（10分）(2014年江苏徐州)如图，将透明三角形纸片PAB的直角顶点P落在第四象限，顶点A、B分别落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象的两支上，且PB⊥x于点C，PA⊥y于点D，AB分别与x轴，y轴相交于点E、F．已知B（1，3）．

（1）k=__3__；

（2）试说明AE=BF；

（3）当四边形ABCD的面积为 $\frac{21}{4}$ 时，求点P的坐标．



考点： 反比例函数综合题．

专题： 综合题．

分析： （1）根据反比例函数图象上点的坐标特征易得 k=3；

（2）设 A 点坐标为（a，$\frac{3}{a}$），易得 D 点坐标为（0，$\frac{3}{a}$），P 点坐标为（1，$\frac{3}{a}$），C 点坐标为（1，0），根据图形与坐标的关系得到 PB=3－$\frac{3}{a}$，PC=－$\frac{3}{a}$，PA=1－a，PD=1，则可计算出$\frac{PC}{PB}$=$\frac{PD}{PA}$=$\frac{1}{1-a}$，加上∠CPD=∠BPA，根据相似的判定得到△PCD∽△PBA，则∠PCD=∠PBA，于是判断 CD∥BA，根据平行四边形的判定方法易得四边形 BCDE、ADCF 都是平行四边形，所以 BE=CD，AF=CD，则 BE=AF，于是有 AE=BF；

（3）利用四边形 ABCD 的面积=$S_{\triangle PAB}-S_{\triangle PCD}$，和三角形面积公式得到$\frac{1}{2}$•（3－$\frac{3}{a}$）•（1－a）－$\frac{1}{2}$•1•（－$\frac{3}{a}$）=$\frac{21}{4}$，整理得 $2a^2+3a=0$，然后解方程求出 a 的值，再写出 P 点坐标．

解答： 解：（1）把 B（1，3）代入 y=$\frac{3}{x}$得 k=1×3=3；

故答案为 3；

∵AD=4，AB=3，

∴BD=5，

$S_{\triangle CFE}$=（$\frac{CF}{4}$）^{2}•$S_{\triangle DAB}$

=$\frac{CF^2}{16}$×$\frac{1}{2}$×3×4

=$\frac{3CF^2}{8}$．

∴$S_{矩形ABCD}$=2$S_{\triangle CFE}$

=$\frac{3CF^2}{4}$．

∵四边形 EFCG 是矩形，

∴FC∥EG．

∴∠FCE=∠CEG．

∵∠GDC=∠CEG，∠FCE=∠FDE，

∴$\angle GDC=\angle FDE$．

∵$\angle FDE+\angle CDB=90°$，

∴$\angle GDC+\angle CDB=90°$．

∴$\angle GDB=90°$

Ⅰ．当点 E 在点 A（E′）处时，点 F 在点 B（F′）处，点 G 在点 D（G′处，如图 2① 所示．

此时，CF=CB=4．

Ⅱ．当点 F 在点 D（F″）处时，直径 $F''G''\perp BD$，

如图 2② 所示，

此时⊙O 与射线 BD 相切，CF=CD=3．

Ⅲ．当 $CF\perp BD$ 时，CF 最小，此时点 F 到达 F‴，

如图 2③ 所示．

$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\cdot CD=\frac{1}{2}BD\cdot CF'''$．

∴$4\times3=5\times CF'''$．

∴$CF'''=\frac{12}{5}$．

∴$\frac{12}{5}\leq CF\leq4$．

∵$S_{矩形ABCD}=\frac{3CF^2}{4}$，

∴$\frac{3}{4}\times\left(\frac{12}{5}\right)^2\leq S_{矩形ABCD}\leq\frac{3}{4}\times4^2$．

∴$\frac{108}{25}\leq S_{矩形ABCD}\leq12$．

∴矩形 EFCG 的面积最大值为 12，最小值为$\frac{108}{25}$．

②∵$\angle GDC=\angle FDE$=定值，点 G 的起点为 D，终点为 G″，

∴点 G 的移动路线是线段 DG″．

∵$\angle GDC=\angle FDE$，$\angle DCG''=\angle A=90°$，

∴$\triangle DCG''\backsim\triangle DAB$．

∴$\frac{DC}{DA}=\frac{DG''}{DB}$．

∴$\frac{3}{4}=\frac{DG''}{5}$．

∴$DG''=\frac{15}{4}$．

∴点 G 移动路线的长为$\frac{15}{4}$．

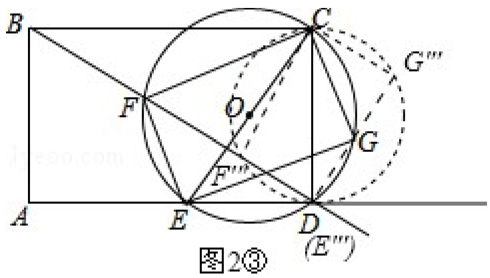


图2③

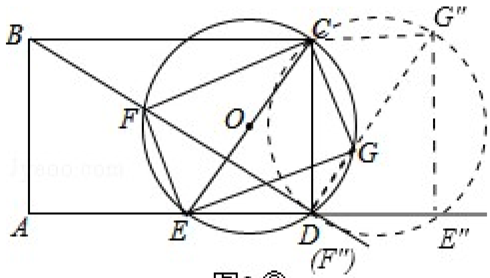


图2 ②

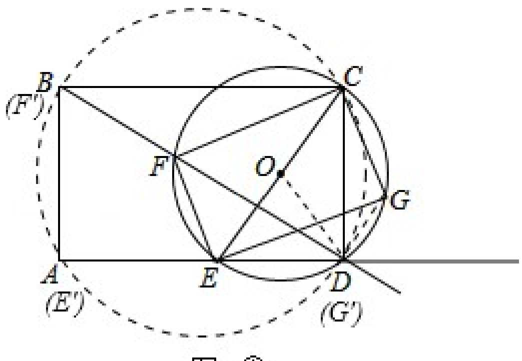


图2 ①

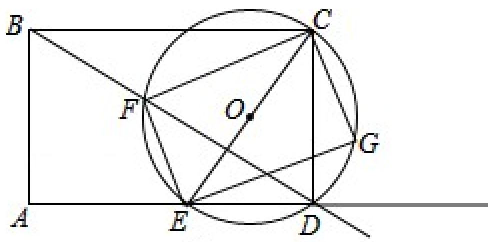


图1

点评： 本题考查了矩形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、圆周角定理、直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半、垂线段定理等知识，考查了动点的移动的路线长，综合性较强．而发现∠CDG=∠ADB 及∠FCE=∠ADB 是解决本题的关键．