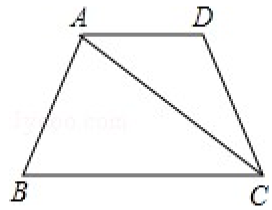
梯形

一、选择题

1. （2014•广西贺州，第9题3分）如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，CA 平分 $\angle BCD$，$\angle B=60°$，若 $AD=3$，则梯形 $ABCD$ 的周长为（　　）



A．$12\sqrt{3}$　　　B．$15\sqrt{3}$　　　C．12　　　D．15

考点：等腰梯形的性质．

分析：过点 A 作 $AE\parallel CD$，交 BC 于点 E，可得出四边形 $ADCE$ 是平行四边形，再根据等腰梯形的性质及平行线的性质得出 $\angle AEB=\angle BCD=60°$，由三角形外角的定义求出 $\angle EAC$ 的度数，故可得出四边形 $ADEC$ 是菱形，再由等边三角形的判定定理得出 $\triangle ABE$ 是等边三角形，由此可得出结论．

解答：解：过点 A 作 $AE\parallel CD$，交 BC 于点 E，

∵梯形 $ABCD$ 是等腰梯形，$\angle B=60°$，

∴$AD\parallel BC$，

∴四边形 $ADCE$ 是平行四边形，

∴$\angle AEB=\angle BCD=60°$，

∵CA 平分 $\angle BCD$，

∴$\angle ACE=\angle BCD=30°$，

∵$\angle AEB$ 是 $\triangle ACE$ 的外角，

∴$\angle AEB=\angle ACE+\angle EAC$，即 $60°=30°+\angle EAC$，

∴$\angle EAC=30°$，

∴$AE=CE=3$，

∴四边形 $ADEC$ 是菱形，

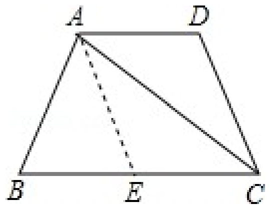
∵$\triangle ABE$ 中，$\angle B=\angle AEB=60°$，

∴△ABE是等边三角形，

∴$AB=BE=AE=3$，

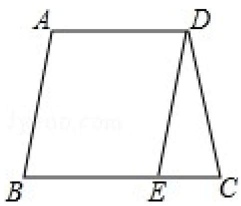
∴梯形$ABCD$的周长$=AB+(BE+CE)+CD+AD=3+3+3+3+3=15$．

故选D．



点评：本题考查的是等腰梯形的性质，根据题意作出辅助线，构造出平行四边形是解答此题的关键．

2.（2014•襄阳，第10题3分）如图，梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$DE\parallel AB$，$DE=DC$，$\angle C=80°$，则$\angle A$等于（　　）



A．80°　　B．90°　　C．100°　　D．110°

考点：梯形；等腰三角形的性质；平行四边形的判定与性质．

点：

分析：根据等边对等角可得$\angle DEC=80°$，再根据平行线的性质可得$\angle B=\angle DEC=80°$，$\angle A=180°-80°=100°$．

解答：解：$\because DE=DC$，$\angle C=80°$，

$\therefore \angle DEC=80°$，

$\because AB\parallel DE$，

$\therefore \angle B=\angle DEC=80°$，

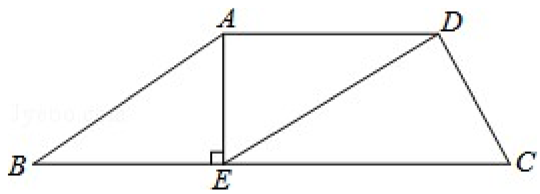
$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \angle A=180°-80°=100°$，

故选：C．

点评：此题主要考查了等腰三角形的性质，以及平行线的性质，关键是掌握两直线平行，同位角相等，同旁内角互补．

3．（2014·台湾，第3题3分）如图，梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，E点在BC上，且$AE\perp BC$．若$AB=10$，$BE=8$，$DE=6\sqrt{3}$，则AD的长度为何？(　　)



A．8　　　B．9　　　C．6　　　D．6

分析：利用勾股定理列式求出AE，再根据两直线平行，内错角相等可得$\angle DAE=90°$，然后利用勾股定理列式计算即可得解．

解：$\because AE\perp BC$，

$\therefore \angle AEB=90°$，

$\because AB=10$，$BE=8$，

$\therefore AE=\;=\;=6$，

$\because AD\parallel BC$，

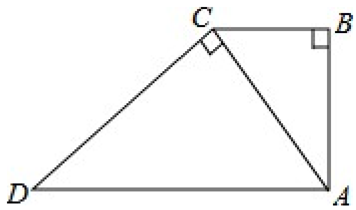
$\therefore \angle DAE=\angle AEB=90°$，

$\therefore AD=\;=\;=6$．

故选C．

点评：本题考查了梯形，勾股定理，是基础题，熟记定理并确定出所求的边所在的直角三角形是解题的关键．

4．（2014•浙江宁波，第8题4分）如图，梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle B=\angle ACD=90°$，$AB=2$，$DC=3$，则$\triangle ABC$与$\triangle DCA$的面积比为（ ）



A．2：3

B．2：5

C．4：9

D．$\sqrt{2}:\sqrt{3}$

考点：相似三角形的判定与性质．

分析：先求出$\triangle CBA\backsim\triangle ACD$，求出$\frac{BC}{AC}=\frac{2}{3}$，$COS\angle ACB\bullet COS\angle DAC=\frac{4}{9}$，得出$\triangle ABC$与$\triangle DCA$的面积比$=\frac{4}{9}$．

解答：解：$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \angle ACB=\angle DAC$

又$\because \angle B=\angle ACD=90°$，

$\therefore \triangle CBA\backsim\triangle ACD$

$\frac{BC}{AC}=\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{DC}$，

$AB=2$，$DC=3$，

$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{DC}=\frac{2}{3}$，

$\therefore \frac{BC}{AC}=\frac{2}{3}$，

$\therefore COS\angle ACB=\frac{BC}{AC}=\frac{2}{3}$，

$COS\angle DAC=\frac{AC}{DA}=\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{BC}{AC}\bullet\frac{AC}{DA}=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$，新*课*标*第*一*网

$\therefore \frac{BC}{DA}=\frac{4}{9}$，

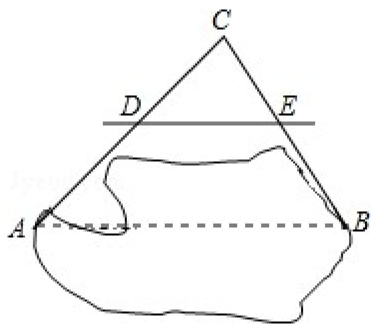
$\because$△*ABC*与△*DCA*的面积比$=\frac{BC}{DA}$，

$\therefore$△*ABC*与△*DCA*的面积比$=\frac{4}{9}$，

故选：C．

点评：本题主要考查了三角形相似的判定及性质，解决本题的关键是明确△*ABC*与△*DCA*的面积比$=\frac{BC}{DA}$．

5.（2014•湘潭，第3题，3分）如图，*AB*是池塘两端，设计一方法测量*AB*的距离，取点*C*，连接*AC*、*BC*，再取它们的中点*D*、*E*，测得*DE*=15米，则*AB*=（　　）米．



（第1题图）

A．7.5　　B．15　　C．22.5　　D．30

考点：三角形中位线定理

分析：根据三角形的中位线得出*AB*=2*DE*，代入即可求出答案．

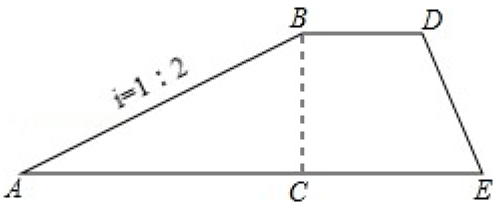
解答：解：$\because$*D*、*E*分别是*AC*、*BC*的中点，*DE*=15米，

$\therefore$*AB*=2*DE*=30米，

故选D．

点评：本题考查了三角形的中位线的应用，注意：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半．

6.（2014•德州，第 7 题 3 分）如图是拦水坝的横断面，斜坡 AB 的水平宽度为 12 米，斜面坡度为 1：2，则斜坡 AB 的长为（　　）



A．$4\sqrt{3}$米　　B．$6\sqrt{5}$米　　C．$12\sqrt{5}$米　　D．24 米

考点：解直角三角形的应用-坡度坡角问题．

分析：先根据坡度的定义得出 BC 的长，进而利用勾股定理得出 AB 的长．

解答：解：在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\because \frac{BC}{AC}=i=\frac{1}{2}$，$AC=12$ 米，

$\therefore BC=6$ 米，

根据勾股定理得：

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=6\sqrt{5}$米，

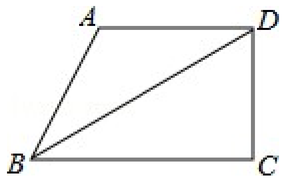
故选 B．

点评：此题考查了解直角三角形的应用－坡度坡角问题，勾股定理，难度适中．根据坡度的定义求出 BC 的长是解题的关键．

二.填空题新*课*标*第*一*网]

1．（2014•广西玉林市、防城港市，第 17 题 3 分）如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle C=90°$，$\angle A=120°$，$AD=2$，BD 平分$\angle ABC$，则梯形 $ABCD$ 的周长是__$7+\sqrt{3}$

．



考点：直角梯形．

分析：根据题意得出 $AB=AD$，进而得出 BD 的长，再利用在直角三角形中 $30°$所对的边等于斜边的一半，进而求出 CD 以及利用勾股定理求出 BC 的长，即可得出梯形 $ABCD$ 的周长．

解答：解：过点 A 作 $AE\perp BD$ 于点 E，

$\because AD\parallel BC$，$\angle A=120°$，

$\therefore \angle ABC=60°$，$\angle ADB=\angle DBC$，

$\because BD$ 平分$\angle ABC$，

$\therefore \angle ABD=\angle DBC=30°$，

$\therefore \angle ABE=\angle ADE=30°$，

$\therefore AB=AD$，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AD=1$，

$\therefore DE=\sqrt{3}$，则 $BD=2\sqrt{3}$，

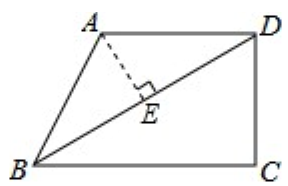
$\because \angle C=90°$，$\angle DBC=30°$，

$\therefore DC=\frac{1}{2}BD=\sqrt{3}$，

$\therefore BC=\sqrt{BD^2-CD^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=3$，

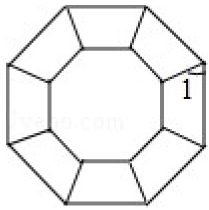
$\therefore$梯形 $ABCD$ 的周长是：$AB+AD+CD+BC=2+2+\sqrt{3}+3=7+\sqrt{3}$．

故答案为：$7+\sqrt{3}$．



点评：此题主要考查了直角梯形的性质以及勾股定理和直角三角形中 $30°$所对的边等于斜边的一半等知识，得出$\angle DBC$ 的度数是解题关键．

2.（2014•扬州，第 13 题，3 分）如图，若该图案是由 8 个全等的等腰梯形拼成的，则图中的$\angle 1=$__67.5°__．



（第 1 题图）

考点：等腰梯形的性质；多边形内角与外角

分析：首先求得正八边形的内角的度数，则∠1 的度数是正八边形的度数的一半．

解答：解：正八边形的内角和是：（8﹣2）×180°=1080°，

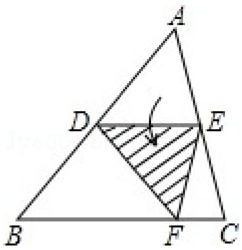
则正八边形的内角是：1080÷8=135°，

则$\angle 1=\frac{1}{2}\times 135°=67.5°$．

故答案是：67.5°．

点评：本题考查了正多边形的内角和的计算，正确求得正八边形的内角的度数是关键．

3. （2014•扬州，第 14 题，3 分）如图，△*ABC* 的中位线 *DE*=5*cm*，把△*ABC* 沿 *DE* 折叠，使点 *A* 落在边 *BC* 上的点 *F* 处，若 *A*、*F* 两点间的距离是 8*cm*，则△*ABC* 的面积为__40__ cm^3．



（第 2 题图）

考点：翻折变换（折叠问题）；三角形中位线定理

分析：根据对称轴垂直平分对应点连线，可得 *AF* 即是△*ABC* 的高，再由中位线的性质求出 *BC*，继而可得△*ABC* 的面积．新 课 标

解答：解：∵*DE* 是△*ABC* 的中位线，

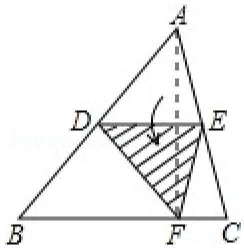
答： $\therefore DE \parallel BC$，$BC=2DE=10cm$；

由折叠的性质可得：$AF \perp DE$，

$\therefore AF \perp BC$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \times AF=\frac{1}{2}\times 10\times 8=40cm^2$．

故答案为：40．



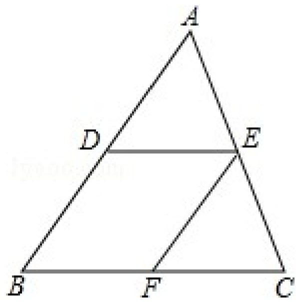
点评： 本题考查了翻折变换的性质及三角形的中位线定理，解答本题的关键是得出 AF 是 $\triangle ABC$ 的高．

三.解答题

1. （2014 年江苏南京，第 19 题）如图，在$\triangle ABC$中，D、E 分别是 AB、AC 的中点，过点 E 作 $EF \parallel AB$，交 BC 于点 F．

（1）求证：四边形 $DBFE$ 是平行四边形；

（2）当$\triangle ABC$ 满足什么条件时，四边形 $DBEF$ 是菱形？为什么？



（第 1 题图）

考点：三角形的中位线、菱形的判定

分析：(1）根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $DE \parallel BC$，然后根据两组对边分别平行的四边形是平行四边形证明；

（2）根据邻边相等的平行四边形是菱形证明．

（1）证明：$\because D$、E 分别是 AB、AC 的中点，

$\therefore DE$ 是$\triangle ABC$ 的中位线，$\therefore DE \parallel BC$，又$\because EF \parallel AB$，$\therefore$四边形 $DBFE$ 是平行四边形；

（2）解答：当 $AB=BC$ 时，四边形 $DBEF$ 是菱形．

理由如下：$\because D$ 是 AB 的中点，$\therefore BD=\frac{1}{2}AB$，$\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE=\frac{1}{2}BC$，$\because AB=BC$，$\therefore BD=DE$，又$\because$四边形 $DBFE$ 是平行四边形，$\therefore$四边形 $DBFE$ 是菱形．

点评：本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半，平行四边形的判定，菱形的判定以及菱形与平行四边形的关系，熟记性质与判定方法是解题的关键．