

2012年山东省菏泽市中考数学试卷

一、选择题（本大题共8个小题，每小题3分，共24分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. (2012 菏泽) 点P (-2, 1) 在平面直角坐标系中所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

考点：点的坐标。

解答：解：点P (-2, 1) 在第二象限．

故选B．

2. (2012 菏泽) 在算式 $(-\frac{\sqrt{3}}{3}) \square (-\frac{\sqrt{3}}{3})$ 的 \square 中填上运算符号，使结果最大，这个运算符号是 ()

- A. 加号 B. 减号 C. 乘号 D. 除号

考点：实数的运算；实数大小比较。

解答：解：当填入加号时： $(-\frac{\sqrt{3}}{3}) + (-\frac{\sqrt{3}}{3}) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

当填入减号时： $(-\frac{\sqrt{3}}{3}) - (-\frac{\sqrt{3}}{3}) = 0$;

当填入乘号时： $(-\frac{\sqrt{3}}{3}) \times (-\frac{\sqrt{3}}{3}) = \frac{1}{3}$;

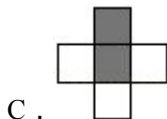
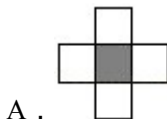
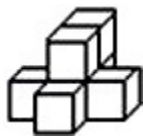
当填入除号时： $(-\frac{\sqrt{3}}{3}) \div (-\frac{\sqrt{3}}{3}) = 1$.

$\because 1 > \frac{1}{3} > 0 > -\frac{2\sqrt{3}}{3}$,

\therefore 这个运算符号是除号．

故选D．

3. (2012 菏泽) 如果用 \square 表示1个立方体，用 \blacksquare 表示两个立方体叠加，用 \blacksquare 表示三个立方体叠加，那么下面图是由7个立方体叠成的几何体，从正前方观察，可画出的平面图形是 ()



考点：简单组合体的三视图。

解答：解：从正前方观察，应看到长有三个立方体，且中间的为三个立方体叠加；高为两个立方体，在中间且有两个立方体叠加．

故选B．

4. (2012 菏泽) 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} mx+ny=8 \\ nx-my=1 \end{cases}$ 的解, 则 $2m-n$ 的算术平方

根为 ()

A. ± 2

B.

C. 2

D. 4

考点: 二元一次方程组的解; 算术平方根。

解答: 解: $\because \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} mx+ny=8 \\ nx-my=1 \end{cases}$ 的解,

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=8 \\ 2n-m=1 \end{cases},$$

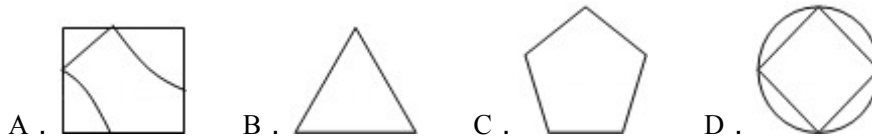
$$\text{解得: } \begin{cases} m=3 \\ n=2 \end{cases},$$

$$\therefore 2m-n=4,$$

$\therefore 2m-n$ 的算术平方根为 2.

故选 C.

5. (2012 菏泽) 下列图形中是中心对称图形是 ()



考点: 中心对称图形。

解答: 解: A、不是中心对称图形, 故本选项错误;

B、不是中心对称图形, 故本选项错误;

C、不是中心对称图形, 故本选项错误;

D、是中心对称图形, 故本选项正确.

故选 D.

6. (2012 菏泽) 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的两个点为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) , 且 $x_1 > x_2$, 则下式关系

成立的是 ()

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 < y_2$

C. $y_1 = y_2$

D. 不能确定

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征。

解答: 解: 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 中, $k=2 > 0$,

① 两点在同一象限内, $y_2 > y_1$;

② A, B 两点不在同一象限内, $y_2 < y_1$.

故选 D.

7. (2012 菏泽) 我市今年 6 月某日部分区县的最高气温如下表:

区县	牡丹区	东明	鄄城	郓城	巨野	定陶	开发区	曹县	成武	单县
最高气温	32	32	30	32	30	32	32	32	30	29

(°C)									
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

则这 10 个区县该日最高气温的众数和中位数分别是 ()

- A . 32 , 32 B . 32 , 30 C . 30 , 32 D . 32 , 31

考点：众数；中位数。

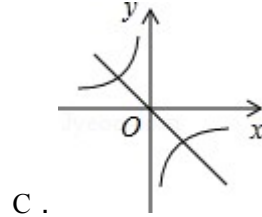
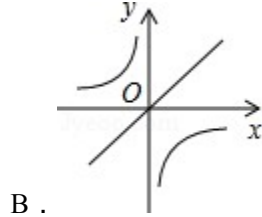
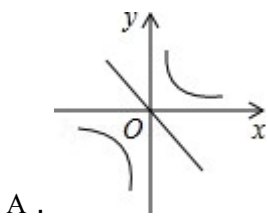
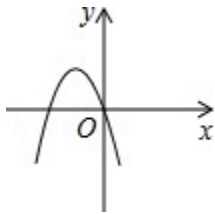
解答：解：在这一组数据中 32 是出现次数最多的，故众数是 32；

处于这组数据中间位置的数是 32、32，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是 32 .

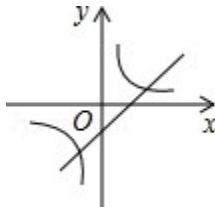
故选 A .

8 . (2012 菏泽) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图所示，那么一次函数 $y = bx + c$

和反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图像大致是 ()



D .



考点：二次函数的图象；一次函数的图象；反比例函数的图象。

解答：解：∵二次函数图象开口向下，

∴ $a < 0$ ，

∵对称轴 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，

∴ $b < 0$ ，

∵二次函数图象经过坐标原点，

∴ $c = 0$ ，

∴一次函数 $y = bx + c$ 过第二四象限且经过原点，反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 位于第二四象限，

纵观各选项，只有 C 选项符合 .

故选 C .

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分 . 把答案填在题中的横线上 .)

9 . (2012 菏泽) 已知线段 $AB = 8\text{cm}$ ，在直线 AB 上画线段 BC ，使它等于 3cm ，则线段 $AC = \underline{\quad\quad}\text{cm}$.

考点：两点间的距离。

解答：解：根据题意，点C可能在线段BC上，也可能在BC的延长线上。

若点C在线段BC上，则 $AC=AB-BC=8-3=5$ （cm）；

若点C在BC的延长线上，则 $AC=AB+BC=8+3=11$ （cm）。

故答案为5或11。

10. (2012 菏泽) 若不等式组 $\begin{cases} x > 3 \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$ ，则 m 的取值范围是_____。

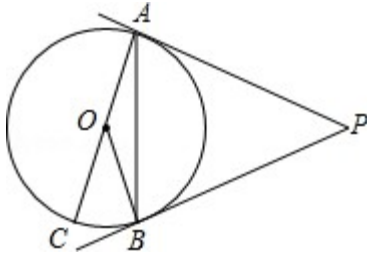
考点：不等式的解集。

解答：解： \because 不等式组 $\begin{cases} x > 3 \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$ ，

$\therefore m \leq 3$ 。

故答案为： $m \leq 3$ 。

11. (2012 菏泽) 如图，PA，PB 是 $\odot O$ 是切线，A，B 为切点，AC 是 $\odot O$ 的直径，若 $\angle P=46^\circ$ ，则 $\angle BAC=$ _____度。



考点：切线的性质。

解答：解： \because PA，PB 是 $\odot O$ 是切线，

$\therefore PA=PB$ ，又 $\angle P=46^\circ$ ，

$\therefore \angle PAB=\angle PBA=\frac{180^\circ-46^\circ}{2}=67^\circ$ ，

又 PA 是 $\odot O$ 是切线，AO 为半径，

$\therefore OA \perp AP$ ，

$\therefore \angle OAP=90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC=\angle OAP-\angle PAB=90^\circ-67^\circ=23^\circ$ 。

故答案为：23

12. (2012 菏泽) 口袋内装有大小、质量和材质都相同的红色1号、红色2号、黄色1号、黄色2号、黄色3号的5个小球，从中摸出两球，这两球都是红色的概率是_____。

考点：列表法与树状图法。

解答：解：列表得：

红1，黄3	红2，黄3	黄1，黄3	黄2，黄3	-
红1，黄2	红2，黄2	黄1，黄2	-	黄3，黄2
红1，黄1	红2，黄1	-	黄2，黄1	黄3，黄1
红1，红2	-	黄1，红2	黄2，红2	黄3，红2
-	红2，红1	黄1，红1	黄2，红1	黄3，红1

\therefore 共有20种等可能的结果，这两球都是红色的有2种情况，

∴从中摸出两球，这两球都是红色的概率是： $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

故答案为： $\frac{1}{10}$.

13 . (2012 菏泽) 将 4 个数 a, b, c, d 排成 2 行、2 列，两边各加一条竖直线记成

$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ，定义 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ ，上述记号就叫做 2 阶行列式 . 若 $\begin{vmatrix} x+1 & 1-x \\ 1-x & x+1 \end{vmatrix} = 8$ ，则 $x =$

考点：整式的混合运算；解一元一次方程。

解答：解：根据题意化简 $\begin{vmatrix} x+1 & 1-x \\ 1-x & x+1 \end{vmatrix} = 8$ ，得： $(x+1)^2 - (1-x)^2 = 8$ ，

整理得： $x^2 + 2x + 1 - (1 - 2x + x^2) = 8$ ，即 $4x = 8$ ，

解得： $x = 2$.

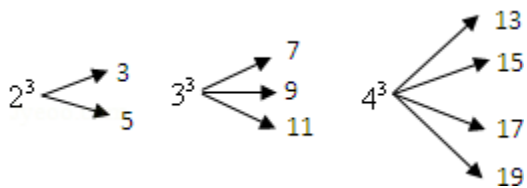
故答案为：2

14 . (2012 菏泽) 一个自然数的立方，可以分裂成若干个连续奇数的和 . 例如： 2^3 ，

3^3 和 4^3 分别可以按如图所示的方式“分裂”成 2 个、3 个和 4 个连续奇数的和，即

$2^3 = 3 + 5$ ； $3^3 = 7 + 9 + 11$ ； $4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$ ；……；

若 6^3 也按照此规律来进行“分裂”，则 6^3 “分裂”出的奇数中，最大的奇数是_____ .



考点：规律型：数字的变化类。

解答：解：由 $2^3 = 3 + 5$ ，分裂中的第一个数是： $3 = 2 \times 1 + 1$ ，
 $3^3 = 7 + 9 + 11$ ，分裂中的第一个数是： $7 = 3 \times 2 + 1$ ，
 $4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$ ，分裂中的第一个数是： $13 = 4 \times 3 + 1$ ，
 $5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$ ，分裂中的第一个数是： $21 = 5 \times 4 + 1$ ，
 $6^3 = 31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41$ ，分裂中的第一个数是： $31 = 6 \times 5 + 1$ ，
所以 6^3 “分裂”出的奇数中最大的是 $6 \times 5 + 1 + 2 \times (6 - 1) = 41$.

故答案为：41 .

三、解答题 (本大题共 7 个小题，共 72 分 . 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤 .)

15. (2012 菏泽) (1) 先化简, 再求代数式的值. $(\frac{2}{a+1} + \frac{a+2}{a^2-1}) \div \frac{a}{a+1}$, 其中

$$a = (-1)^{2012} + \tan 60^\circ.$$

考点: 分式的化简求值; 特殊角的三角函数值.

解答: 解: 原式 $= \frac{2(a-1) + (a+2)}{(a+1)(a-1)} \times \frac{a+1}{a} = \frac{3a}{(a+1)(a-1)} \times \frac{a+1}{a} = \frac{3}{a-1}$.

当 $a = (-1)^{2012} + \tan 60^\circ = 1 + \sqrt{3}$ 时,

$$\text{原式} = \frac{3}{1 + \sqrt{3} - 1} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

(2) 解方程: $(x+1)(x-1) + 2(x+3) = 8$.

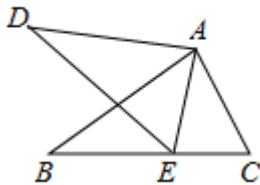
考点: 解一元二次方程-因式分解法.

解答: 解: 原方程可化为 $x^2 + 2x - 3 = 0$.

$$\therefore (x+3)(x-1) = 0,$$

$$\therefore x_1 = -3, x_2 = 1.$$

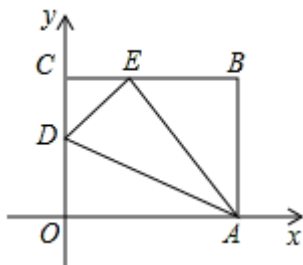
16. (2012 菏泽) (1) 如图, $\angle DAB = \angle CAE$, 请补充一个条件: _____, 使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.



考点: 相似三角形的判定.

解答: 解: $\angle D = \angle B$ 或 $\angle AED = \angle C$.

(2) 如图, OABC 是一张放在平面直角坐标系中的矩形纸片, O 为原点, 点 A 在 x 轴的正半轴上, 点 C 在 y 轴的正半轴上, $OA = 10$, $OC = 8$. 在 OC 边上取一点 D, 将纸片沿 AD 翻折, 使点 O 落在 BC 边上的点 E 处, 求 D, E 两点的坐标.



考点: 翻折变换 (折叠问题); 坐标与图形性质; 勾股定理;

解答: 解: 依题意可知, 折痕 AD 是四边形 OAED 的对称轴,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AE = AO = 10, AB = 8, BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

$$\therefore CE = 4,$$

∴E (4, 8) .

在 Rt△DCE 中, $DC^2+CE^2=DE^2$,

又∵DE=OD ,

∴ $(8 - OD)^2+4^2=OD^2$, ,

∴OD=5 ,

∴D (0, 5) .

17. (2012 菏泽) (1) 如图, 一次函数 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 的图象分别与 x 轴、y 轴交于点

A、B, 以线段 AB 为边在第一象限内作等腰 Rt△ABC, $\angle BAC=90^\circ$. 求过 B、C 两点直线的解析式.

考点: 一次函数综合题。

解答: 解: 一次函数 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 中, 令 $x=0$ 得: $y=2$;

令 $y=0$, 解得 $x=3$.

则 A 的坐标是 (0, 2) , C 的坐标是 (3, 0) .

作 $CD \perp x$ 轴于点 D .

∵ $\angle BAC=90^\circ$,

∴ $\angle OAB + \angle CAD = 90^\circ$,

又∵ $\angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$,

∴ $\angle ACD = \angle BAO$

又∵ $AB=AC$, $\angle BOA = \angle CDA = 90^\circ$

∴ $\triangle ABO \cong \triangle CAD$,

∴ $AD=OB=2$, $CD=OA=3$, $OD=OA+AD=5$.

则 C 的坐标是 (5, 3) .

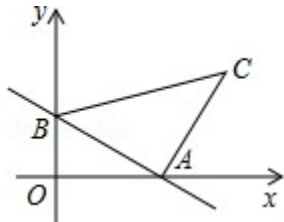
设 BC 的解析式是 $y=kx+b$,

根据题意得: $\begin{cases} b=2 \\ 5k+b=3 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k=-\frac{1}{5} \\ b=2 \end{cases}$.

则 BC 的解析式是: $y = -\frac{1}{5}x + 2$.

(2) 我市某校为了创建书香校园, 去年购进一批图书. 经了解, 科普书的单价比文学书的单价多 4 元, 用 12000 元购进的科普书与用 8000 元购进的文学书本数相等. 今年文学书和科普书的单价和去年相比保持不变, 该校打算用 10000 元再购进一批文学书和科普书, 问购进文学书 550 本后至多还能购进多少本科普书?



考点: 分式方程的应用; 一元一次不等式的应用。

解答: 解: 设文学书的单价是 x 元/本 .

依题意得： $\frac{12000}{x+4} = \frac{8000}{x}$

解得： $x=8$ ，经检验 $x=8$ 是方程的解，并且符合题意。

$\therefore x+4=12$

所以，去年购进的文学书和科普书的单价分别是 8 元和 12 元。

② 设购进文学书 550 本后至多还能购进 y 本科普书。

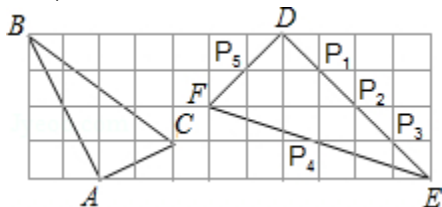
依题意得 $550 \times 8 + 12y \leq 10000$ ，解得 $y \leq 466\frac{2}{3}$ ，

由题意取最大整数解， $y=466$ 。

所以，至多还能够进 466 本科普书。

18. (2012 菏泽) 如图，在边长为 1 的小正方形组成的网格中， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在格点上， P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 是 $\triangle DEF$ 边上的 5 个格点，请按要求完成下列各题：

- (1) 试证明三角形 $\triangle ABC$ 为直角三角形；
- (2) 判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似，并说明理由；
- (3) 画一个三角形，使它的三个顶点为 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 中的 3 个格点并且与 $\triangle ABC$ 相似 (要求：用尺规作图，保留痕迹，不写作法与证明)。



考点：作图—相似变换；勾股定理的逆定理；相似三角形的判定。

解答：解：(1) 根据勾股定理，得 $AB=2\sqrt{5}$ ， $AC=\sqrt{5}$ ， $BC=5$ ；

显然有 $AB^2+AC^2=BC^2$ ，

根据勾股定理的逆定理得 $\triangle ABC$ 为直角三角形；

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似。

根据勾股定理，得 $AB=2\sqrt{5}$ ， $AC=\sqrt{5}$ ， $BC=5$ ，

$DE=4\sqrt{2}$ ， $DF=2\sqrt{2}$ ， $EF=2\sqrt{10}$ 。

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

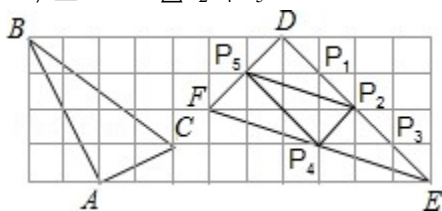
(3) 如图：连接 P_2P_5, P_2P_4, P_4P_5 ，

$\therefore P_2P_5=\sqrt{10}$ ， $P_2P_4=\sqrt{2}$ ， $P_4P_5=2\sqrt{2}$ ，

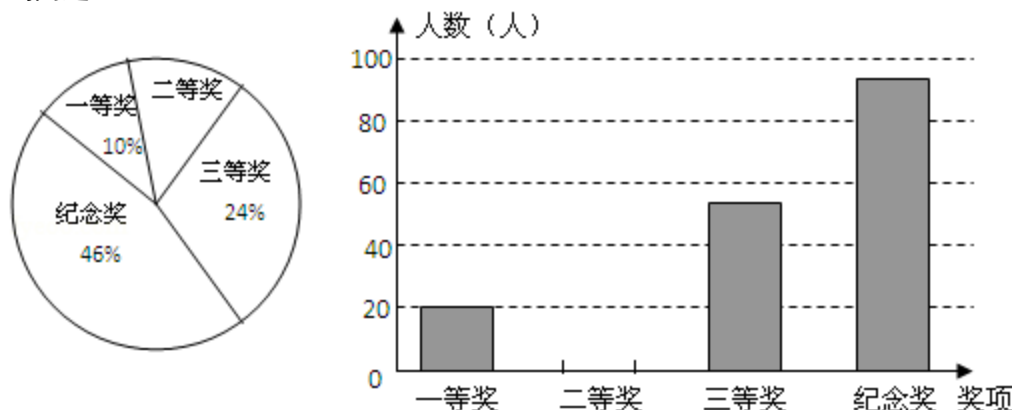
$AB=2\sqrt{5}$ ， $AC=\sqrt{5}$ ， $BC=5$ ，

$$\therefore \frac{P_2P_5}{BC} = \frac{P_4P_5}{AB} = \frac{P_2P_4}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle P_2P_4P_5$ 。



19. (2012 菏泽) 某中学举行数学知识竞赛, 所有参赛学生分别设有一、二、三等奖和纪念奖, 获奖情况已绘制成如图所示的两幅不完整的统计图. 根据图中所给出的信息解答下列问题:



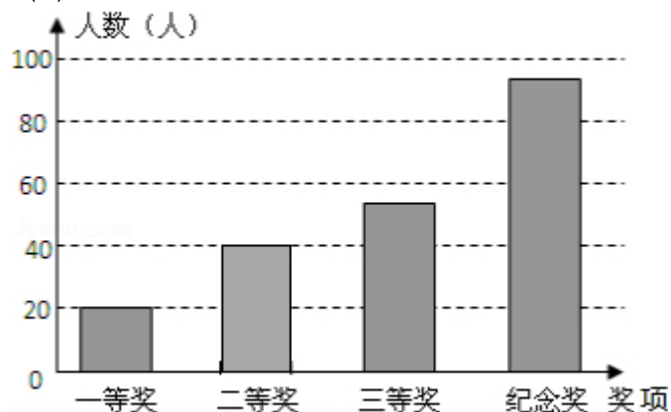
- (1) 二等奖所占的比例是多少?
- (2) 这次数学知识竞赛获得二等奖的人数是多少?
- (3) 请将条形统计图补充完整;
- (4) 若给所有参赛学生每人发一张卡片, 各自写上自己的名字, 然后把卡片放入一个不透明的袋子里, 摇匀后任意摸出一张, 求摸出的卡片上是写有一等奖学生名字的概率.

考点: 条形统计图; 扇形统计图; 概率公式.

解答: 解: (1) 由 $1 - 10\% - 24\% - 46\% = 20\%$, 所以二等奖所占的比例为 20%

(2) 参赛的总人数为: $20 \div 10\% = 200$ 人,
这次数学知识竞赛获得二等奖的人数是: $200 \times 20\% = 40$ 人;

(3)



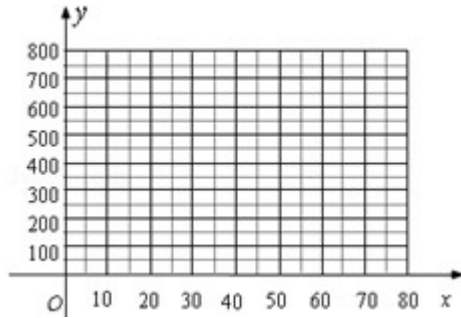
(4) 摸出的卡片上是写有一等奖学生名字的概率为: $20 \div 200 = \frac{1}{10}$.

20. (2012 菏泽) 牡丹花会前夕, 我市某工艺厂设计了一款成本为 10 元/件的工艺品投放市场进行试销. 经过调查, 得到如下数据:

销售单价 x (元/件)	...	20	30	40	50	60	...
每天销售量 (y 件)	...	500	400	300	200	100	...

- (1) 把上表中 x 、 y 的各组对应值作为点的坐标, 在下面的平面直角坐标系中描出相应的点, 猜想 y 与 x 的函数关系, 并求出函数关系式;
- (2) 当销售单价定为多少时, 工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大? 最大利润是多少? (利润=销售总价 - 成本总价)

(3) 菏泽市物价部门规定，该工艺品销售单价最高不能超过 35 元/件，那么销售单价定为多少时，工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大？



考点：二次函数的应用；一次函数的应用。

解答：解：(1) 画图如图：

由图可猜想 y 与 x 是一次函数关系，

设这个一次函数为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

\therefore 这个一次函数的图象经过 $(20, 500)$ 、 $(30, 400)$ 这两点，

$$\therefore \begin{cases} 500 = 20k + b \\ 400 = 30k + b \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -10 \\ b = 700 \end{cases}$$

\therefore 函数关系式是 $y = -10x + 700$ 。

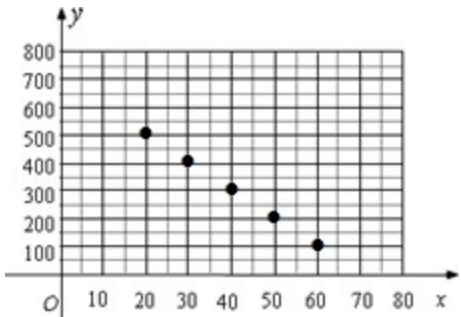
(2) 设工艺厂试销该工艺品每天获得的利润是 W 元，依题意得：

$$W = (x - 10)(-10x + 700) = -10x^2 + 800x - 7000 = -10(x - 40)^2 + 9000$$

\therefore 当 $x = 40$ 时， W 有最大值 9000。

(3) 对于函数 $W = -10(x - 40)^2 + 9000$ ，当 $x \leq 35$ 时， W 的值随着 x 值的增大而增大，

\therefore 销售单价定为 35 元/件时，工艺厂试销该工艺品每天获得的利润最大。

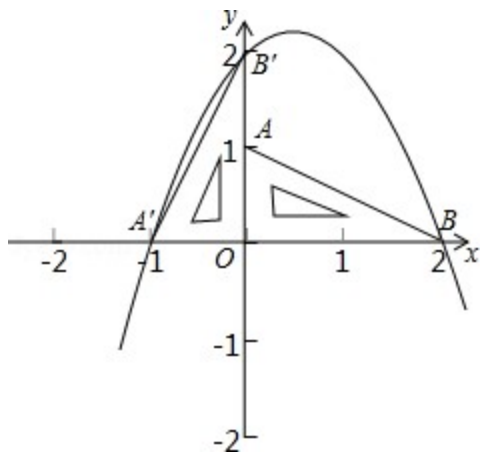


21. (2012 菏泽) 如图，在平面直角坐标系中放置一直角三角板，其顶点为 $A(0, 1)$ ， $B(2, 0)$ ， $O(0, 0)$ ，将此三角板绕原点 O 逆时针旋转 90° ，得到 $\triangle A'B'O$ 。

(1) 一抛物线经过点 A' 、 B' 、 B ，求该抛物线的解析式；

(2) 设点 P 是在第一象限内抛物线上的一动点，是否存在点 P ，使四边形 $PB'A'B$ 的面积是 $\triangle A'B'O$ 面积 4 倍？若存在，请求出 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

(3) 在 (2) 的条件下，试指出四边形 $PB'A'B$ 是哪种形状的四边形？并写出四边形 $PB'A'B$ 的两条性质。



考点：二次函数综合题。

解答：解：(1) $\triangle A'B'O$ 是由 $\triangle ABO$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° 得到的，

又 $A(0, 1)$ ， $B(2, 0)$ ， $O(0, 0)$ ，

$\therefore A'(-1, 0)$ ， $B'(0, 2)$ 。

设抛物线的解析式为： $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ，

\because 抛物线经过点 A' 、 B' 、 B ，

$$\therefore \begin{cases} 0 = a - b + c \\ 2 = c \\ 0 = 4a + 2b + c \end{cases}, \text{解之得} \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases},$$

\therefore 满足条件的抛物线的解析式为 $y = -x^2 + x + 2$ 。

(2) $\because P$ 为第一象限内抛物线上的一动点，

设 $P(x, y)$ ，则 $x > 0, y > 0$ ， P 点坐标满足 $y = -x^2 + x + 2$ 。

连接 PB, PO, PB' ，

$$\therefore S_{\text{四边形}PB'A'B} = S_{\triangle B'OA'} + S_{\triangle PB'O} + S_{\triangle POB}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot y$$

$$= x + (-x^2 + x + 2) + 1 = -x^2 + 2x + 3$$

假设四边形 $PB'A'B$ 的面积是 $\triangle A'B'O$ 面积的 4 倍，则

$$-x^2 + 2x + 3 = 4,$$

$$\text{即 } x^2 - 2x + 1 = 0, \text{解之得 } x = 1, \text{此时 } y = -1^2 + 1 + 2 = 2, \text{即 } P(1, 2).$$

\therefore 存在点 $P(1, 2)$ ，使四边形 $PB'A'B$ 的面积是 $\triangle A'B'O$ 面积的 4 倍。

(3) 四边形 $PB'A'B$ 为等腰梯形，答案不唯一，下面性质中的任意 2 个均可。

① 等腰梯形同一底上的两个内角相等；② 等腰梯形对角线相等；

③ 等腰梯形上底与下底平行；④ 等腰梯形两腰相等。

或用符号表示：

① $\angle B'A'B = \angle PBA'$ 或 $\angle A'B'P = \angle BPB'$ ；② $PA' = B'B$ ；③ $B'P \parallel A'B$ ；④ $B'A' = PB$ 。

