

方程与代数（一元二次方程）

一、教材内容

八年级第一学期：第十七章 一元二次方程（11课时）

二、“课标”要求

1. 理解一元二次方程的概念；经历一元二次方程解法的探索过程，会用直接开平方法、因式分解法解一元二次方程；再进一步懂得利用配方法求解。体会配方法和探究性学习的价值，增强化归意识
2. 在探索和实践的活动中归纳判别式和求根公式。会求一元二次方程的判别式的值，知道判别式与方程实根情况之间的联系；初步掌握一元二次方程的求根公式（说明）
3. 会用公式法对二次三项式在实数范围内进行因式分解（注意：考纲没提及）

说明：利用一元二次方程的求根公式解方程，这里只涉及判别式为完全平方数的情况，一般情况下的求根问题在“简单的代数方程”主题中学习，并达到掌握求根公式的要求

判别式的应用限于在简单情形下判断实根的情况或判断实根的存在

性

例如：(1) 不解方程，判断方程 $2x^2-5x=-4$ 根的情况

(2) 当 m 为何值时，方程 $x^2+m(x+1)+x=0$ 有两个实数根？

(3) 方程 $x^2+2mx-1=0$ 有两个不相等的实数根吗？为什么？

三、“考纲”要求

考 点	要 求
19．一元二次方程的概念	II
20．一元二次方程的解法	III
21．一元二次方程的求根公式	III
22．一元二次方程的判别式	II

方程与代数 (4)

一元二次方程

一、选择题：(每题 4 分，满分 24 分)

1. 方程 $y^2 + a = 0$ 的根是 ()

- (A) $\pm\sqrt{-a}$; (B) 无解; (C) 0; (D) $\pm\sqrt{-a}$ 或无解.

2. 方程 $2x(x-3)=5(x-3)$ 的根为 ()

- (A) $x = \frac{5}{2}$; (B) $x = 3$; (C) $x = \frac{5}{2}, 3$; (D) $x = \frac{2}{5}$.

3. 方程 $(x-1)(x-3)=1$ 的两个根是 ()

- (A) $x_1 = 1, x_2 = 3$; (B) $x_1 = 2, x_2 = 4$;
(C) $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$; (D) $x_1 = -2 - \sqrt{2}, x_2 = -2 + \sqrt{2}$.

4. 下列说法中正确的是 ()

- (A) 方程 $x^2 - 8 = 0$ 有两个相等的实数根;
(B) 方程 $5x^2 = -2x$ 没有实数根;
(C) 如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个实数根, 那么 $\Delta = 0$;
(D) 如果 a, c 异号, 那么方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数

根.

分解因式,那么 m 的取值范围是 ()

(A) $m > \frac{25}{28}$; (B) $m \neq 0$;

(C) $0 < m < \frac{28}{25}$, 且 $m < 0$; (D) $m < \frac{5}{7}$, 且 $m \neq 0$.

6.若方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两个实根中只有一个根为 0, 那么 ()

(A) $p = q = 0$; (B) $p = 0, q \neq 0$; (C) $p \neq 0, q = 0$; (D)

$p \neq 0, q \neq 0$.

二、填空题：(每题 4 分，满分 48 分)

7.已知关于 x 的方程 $x^2 + mx - 5 = 0$ 的一个根是 5, 那么 $m =$

.

8.关于 y 的方程 $(5y + 4a)(4y - 5a) = 0$ 的根是_____.

9.已知 $mx^2 - 2x + 3 = 0$ 有两个实数根, 则 m _____.

10.若代数式 $x^2 - 2x - 5$ 与 $3x - 1$ 的值互为相反数, 则 x 的值为

11. 若 n 是 $x^2 - mx + n = 0 (n \neq 0)$ 的根, 则 $m - n =$ _____.

12. 关于 x 的方程 $(x - a)^2 + b = 0$ 有解, 则 b 的取值范围是_____.

13. 因式分解: $x^2 - 1 - 2x =$ _____.

14. 已知关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一根是 1 , 一个根为 -1 ,
则 $a + b + c = a - b + c =$ _____.

15. 已知 $3x^2 + x - 1$ 的值为 2 , 则 $9x^2 + 3x - 1$ 的值为_____.

16. 某工厂在第一季度的生产中, 一月份的产值为 150 万元,
二、三月份产值的月增长率相同. 已知第一季度的总产值是 650 万元,
求二、三月份的月增长率? 现设二、三月份的月增长率为 x , 则根
据题意可列出方程_____.

17. 当 m _____时, 关于 x 的方程 $mx^2 - 3x = x^2 - mx + 2$ 是一元二次
方程.

18. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 3x + 2 = 0$ 有实数根, 则 k 的非负整
数值是_____.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19 . （本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）解方程：

(1) $3(x+1)^2 = \frac{1}{3}$.

(2) $4x^2 + x - 3 = 0$.

20 . （本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）解方程：

(1) $x^2 + 6x - 7 = 0$.

(2) $x^2 - x - 1 = 0$.

21 . （本题满分 10 分）已知关于 x 的一元二次方程

$(m^2 - 1)x^2 + mx - 3 - m = 0$ 有一根是 1，求 m 的值.

22 . (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 7 分, 第 (2) 小题 3 分) 关于 x 的一元二次方程 $(k - 4)x^2 - 2x - 1 = 0$: (1) 若方程有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围; (2) 当 k 是怎样的正整数时, 方程没有实数根.

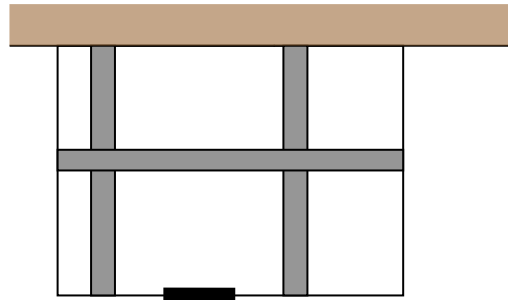
23 . (本题满分 12 分) 已知 x 为实数, 且 $(x^2 - 2x)(x^2 - 2x + 1) = 6$,

求 x 的值.

24 . (本题满分 12 分) 已知三角形的边长 1 和 2 , 第三边长为 $0.09y^2 - 0.21y + 0.1 = 0$ 的根 , 求这个三角形的周长.

25 . (本题满分 14 分 , 第 (1) 题 8 分 , 第 (2) 题 6 分) 某

学校计划利用一片空地建一个学生自行车车棚，其中一面靠墙，这堵墙的长度为 12 米.计划建造车棚的面积为 80 平方米，已知现有的木板材料可使新建板墙的总长为 26 米. (1) 为了方便学生出行，学校决定在与墙平行的一面开一个 2 米宽的门，那么这个车棚的长和宽分别应为多少米？ (2) 如图，为了方便学生取车，施工单位决定在车棚内修建几条等宽的小路，使得停放自行车的面积为 54 平方米，那么小路的宽度是多少米？



参考答案

1. D ; 2. C ; 3. C ; 4. D ; 5. A ; 6. C . 7. $m = -4$; 8.

$y_1 = -\frac{4a}{5}, y_2 = \frac{5a}{4}$; 9. $m \leq \frac{1}{3}$ 且 $m \neq 0$; 10. $x_1 = -3, x_2 = 2$; 11. $m - n = 1$; 12.

$b \leq 0$; 13. $(x - 1 + \sqrt{2})(x - 1 - \sqrt{2})$; 14. 0 ; 15. 8 ; 16.

$150 + 150(1+x) + 150(1+x)^2 = 650$; 17. $m \neq 1$; 18. 1 .

19 . (本题满分 10 分, 每小题满分各 5 分)

(1)解 : 原方程可变形为 , $(x+1)^2 = \frac{1}{9}$ -----2 分

解得 $x+1 = \frac{1}{3}$ 或 $x+1 = -\frac{1}{3}$ -----2 分

所以原方程的根 $x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = -\frac{4}{3}$ - ----1 分

(2)解 : 原方程可变形为 , $(x+1)(4x-3)=0$ -----2 分

可得 $x+1=0$ 或 $4x-3=0$ -----1 分

解得 $x = -1$ 或 $x = \frac{3}{4}$. -----1 分

所以原方程的根 $x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{4}$. -----1分

20 . (本题满分 10 分, 每小题满分各 5 分)

(1)解:由 $x^2 + 6x - 7 = 0$ 得 $x^2 + 6x = 7$ -----1分

得 $x^2 + 6x + 3^2 = 3^2 + 7$ -----1分

即 $(x + 3)^2 = 16$ -----1分

所以 $x + 3 = \pm 4$ -----1分

故 $x_1 = 1, x_2 = -7$ -----1分

(2) 解: $a=1, b=-1, c=-1$ -----1分

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$ -----1分

所以 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ -----2分

故 $x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ -----1分

21 . 解:由题意 $(m^2 - 1) + m - 3 - m = 0$ -----2分

整理得 $m^2 - 4 = 0$ -----2分

得 $m = \pm 2$ -----2分

$\because m^2 - 1 \neq 0, m \neq \pm 1$ -----2分

$\therefore m = \pm 2$ -----2分

22 .

解: $\Delta = 4 + 4(k - 4) = 4k - 12$ -----2分

(1) 当 $4k - 12 > 0$ -----1分

即 $k > 3$ -----1分

又 $\because k - 4 \neq 0$ -----1分

$k \neq 4$ -----1分

所以, 当 $k > 3$ 且 $k \neq 4$ 时, 方程 $(k - 4)x^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

-----1分

(2) 当 $4k - 12 < 0$ -----1分

即 $k < 3$ -----1分

因为 k 是正整数, 所以 $k = 1$ 或 $k = 2$ -----1分

所以, 当 $k = 1$ 或 $k = 2$ 时, 方程 $(k - 4)x^2 - 2x - 1 = 0$ 没有实数根.

23 . (本题满分 12 分)

解: 原方程可变形为 $(x^2 - 2x)^2 + (x^2 - 2x) - 6 = 0$ -----2分

可化为 $(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 2x - 2) = 0$ -----2分

可得 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 或 $x^2 - 2x - 2 = 0$ -----1分

当 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 时

$\Delta = 4 - 12 < 0$ -----2分

所以方程没有实数根 -----1分

当 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 时

$\Delta = 4 + 8 = 12$ -----2分

所以 $x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$ -----2分

所以 x 的值为 $1 \pm \sqrt{3}$

24. 解: 将方程 $0.09y^2 - 0.21y + 0.1 = 0$ 整理得

$9y^2 - 21y + 10 = 0$ -----1分

变形为 $(3y - 2)(3y - 5) = 0$ -----2分

可得 $3y - 2 = 0$ 或 $3y - 5 = 0$ -----1分

解得 $y = \frac{2}{3}$ 或 $y = \frac{5}{3}$ -----2分

当 $y = \frac{2}{3}$ 时, $1 + \frac{2}{3} < 2$ -----2分

所以不成立 -----1分

当 $y = \frac{5}{3}$ 时, $1 + \frac{5}{3} > 2$, 符合要求 -----2 分

所以, 三角形的周长为 $1 + 2 + \frac{5}{3} = \frac{14}{3}$. -----1 分

25. (1)解:设垂直于墙的一面长为 x 米, 平行于墙的一面长为

$(26 + 2 - 2x)$ 米, -----1 分.

由题意得 $x(26 + 2 - 2x) = 80$ -----2 分

整理方程得 $x^2 + 14x - 40 = 0$ -----1 分

解得 $x_1 = 4, x_2 = 10$ -----1 分

当 $x_1 = 4$ 时, $26 + 2 - 2x = 28 - 8 = 20 > 12$ 不合题意舍去;

当 $x_2 = 10$ 时, $26 + 2 - 2x = 28 - 20 = 8 < 12$ 符合题意. -----1

分

答: 垂直于墙的一面长为 10 米, 平行于墙的一面长为 8 米.

-----1 分

(2)解:设小路的宽度为 x 米, -----1 分

由题意得 $(10 - x)(8 - 2x) = 54$ -----2 分

整理方程得 $x^2 - 14x + 13 = 0$ -----1 分

解得 $x_1 = 13, x_2 = 1$ -----1分

经检验： $x_2 = 1$ 符合实际题意 -----1分

答:小路的宽度为1米. -----1分