

2012 年全新中考数学模拟题一

(考试时间：120 分钟 总分：120 分)

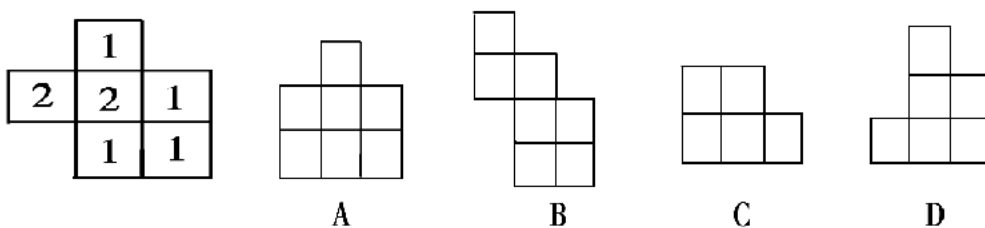
第 I 卷 (选择题 共 30 分)

一. 选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 计 30 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

1. $-\frac{1}{4}$ 的倒数是 ()

- A. 4 B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. -4

2. 如图表示一个由相同小立方块搭成的几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示该位置上小立方块的个数, 那么该几何体的主视图为 ()



第2题图

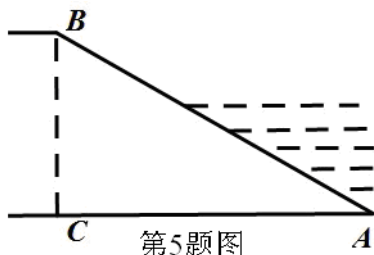
3. 用科学记数法表示 0.0000210, 结果是 ()

- A. 2.10×10^{-4} B. 2.10×10^{-5} C. 2.1×10^{-4} D. 2.1×10^{-5}

4. 对于函数 $y = -k^2x$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象, 下列说法不正确的是 ()

- A. 是一条直线 B. 过点 $(\frac{1}{k}, -k)$
 C. 经过一、三象限或二、四象限 D. y 随着 x 增大而减小

5. 如图所示, 河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1 : \sqrt{3}$, 堤高 $BC = 5m$, 则坡面 AB 的长度是 ()



- A. 10m B. $10\sqrt{3}$ m C. 15m D. $5\sqrt{3}$ m

6. 为了解某班学生每天使用零花钱的情况, 小明随机调查了 15 名同学, 结果如下表:

每天使用零花钱 (单位: 元)	0	1	3	4	5
人数	1	3	5	4	2

关于这 15 名同学每天使用的零花钱, 下列说法正确的是 ()

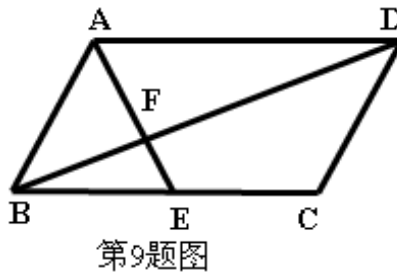
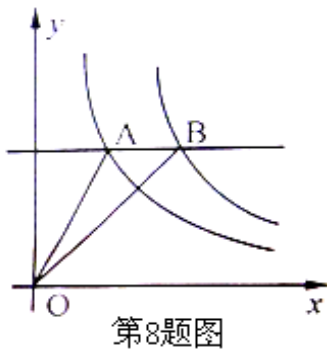
- A. 众数是 5 元 B. 平均数是 2.5 元 C. 极差是 4 元 D. 中位数是 3 元

7. 已知两圆相外切, 连心线长度是 10 厘米, 其中一圆的半径为 6 厘米, 则另一圆的半径是 ()

- A. 16 厘米 B. 10 厘米 C. 6 厘米 D. 4 厘米

8. 如图, 是反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 和 $y = \frac{k_2}{x}$ ($k_1 < k_2$) 在第一象限的图象, 直线 $AB \parallel x$ 轴, 并分别交两条曲线于 A、B 两点, 若 $S_{\triangle AOB} = 2$, 则 $k_2 - k_1$ 的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8



9. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, E 是 BC 的中点, 且 $\angle AEC = \angle DCE$,

则下列结论不正确的是 ()

- A. $S_{\triangle AFD} = 2S_{\triangle EFB}$ B. $BF = \frac{1}{2} DF$
 C. 四边形 AECD 是等腰梯形 D. $\angle AEB = \angle ADC$

10. 若二次函数 $y = (x - m)^2 - 1$, 当 $x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 m 的取值范围是 ()

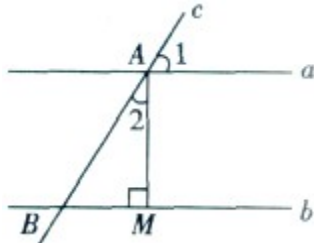
- A. $m = 1$ B. $m > 1$ C. $m \geq 1$ D. $m \leq 1$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二. 填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 计 18 分)

11. 不等式 $2x+1 > 0$ 的解集是_____.

12. 如图所示, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a, b 分别相交于点 A 、点 B , $AM \perp b$, 垂足为点 M , 若 $\angle 1 = 58^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.



13. 把命题“第13题图如果直角三角形的两直角边长分别为 a 、 b , 斜边长为 c , 那么 $a^2 + b^2 = c^2$ ”

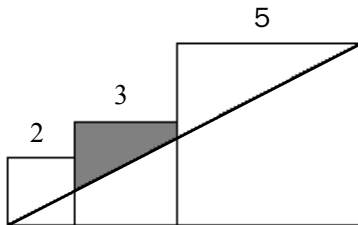
的逆命题改写成“如果……, 那么……”的形式: _____

_____.

14. 某种商品的标价为 200 元, 为了吸引顾客, 按标价的八折出售, 这时仍可盈利 25%, 则这种商品的进价是_____元.

15. 已知一次函数 $y = kx + b$, 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, 对应的函数值 y 的取值范围是 $-4 \leq y \leq 8$, 则 kb 的值为_____

16. 已知三个边长分别为 2、3、5 的正方形如图排列, 则图中阴影部分面积为_____.



第 16 题图

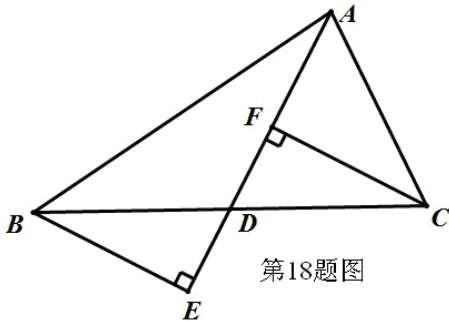
三. 解答题 (共 9 小题, 计 72 分)

17. (本题满分 5 分)

化简, 求值: $\frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - 1} \div (m - 1 - \frac{m - 1}{m + 1})$ 其中 $m = \sqrt{3}$.

18. (本题满分 6 分)

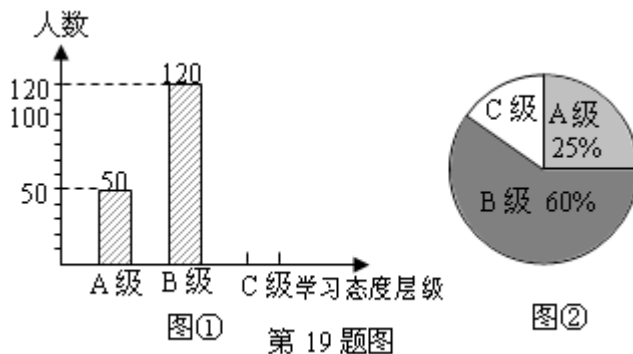
如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是中线，分别过点 B 、 C 作 AD 及其延长线的垂线 BE 、 CF ，垂足分别为点 E 、 F 。求证： $BE=CF$ 。



19. (本题满分 7 分)

2011年，陕西西安被教育部列为“减负”工作改革试点地区。学生的学业负担过重会严重影响学生对待学习的态度。为此我市教育部门对部分学校的八年级学生对待学习的态度进行了一次抽样调查（把学习态度分为三个层级，A级：对学习很感兴趣；B级：对学习较感兴趣；C级：对学习不感兴趣），并将调查结果绘制成图①和图②的统计图（不完整）。请根据图中提供的信息，解答下列问题：

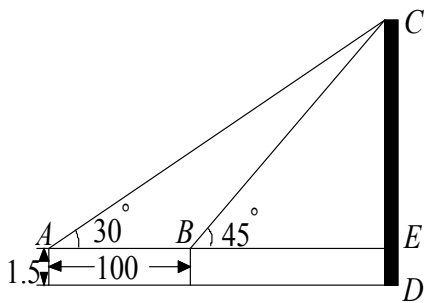
- (1) 此次抽样调查中，共调查了_____名学生；
- (2) 将图①补充完整；
- (3) 求出图②中C级所占的圆心角的度数；
- (4) 根据抽样调查结果，请你估计我市近80000名八年级学生中大约有多少名学生学习态度达标（达标包括A级和B级）？



20. (本题满分 8 分)

如图，为了测量某建筑物 CD 的高度，先在地面上用测角仪自 A 处测得建筑物顶部的仰角是 30° ，然后在水平地面上向建筑物前进了 100m ，此时自 B 处测得建筑物顶部的仰角是 45° 。已知测角仪的高度是 1.5m ，请你计算出该建筑物的高度。（取 $\sqrt{3} = 1.732$ ，结果

精确到 1m ）



第 20 题图

21. (本题满分 8 分)

某汽车运输公司根据实际需要计划购买大、中型两种客车共 20 辆，已知大型客车每辆 62 万元，中型客车每辆 40 万元，设购买大型客车 x (辆)，购车总费用为 y (万元)。

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出自变量 x 的取值范围)；
- (2) 若购买中型客车的数量少于大型客车的数量，请你给出一种费用最省的方案，并求出该方案所需费用。

22. (本题满分 8 分)

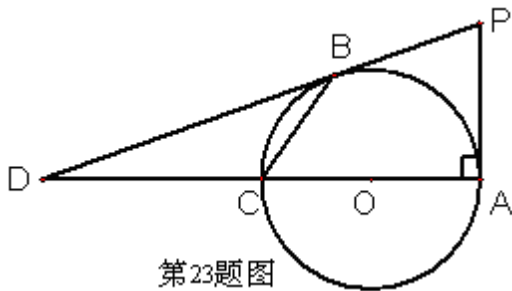
某商场为了吸引顾客，设计了一种促销活动：在一个不透明的箱子里放有 4 个相同的小球，球上分别标有“0 元”、“10 元”、“20 元”和“30 元”的字样．规定：顾客在本商场同一日内，每消费满 200 元，就可以在箱子里先后摸出两个球（第一次摸出后不放回），商场根据两小球所标金额的和返还相应价格的购物券，可以重新在本商场消费，某顾客刚好消费 200 元．

- (1) 该顾客至少可得到_____元购物券，至多可得到_____元购物券；
- (2) 请你用画树状图或列表的方法，求出该顾客所获得购物券的金额不低于 30 元的概率．

23. (本题满分 8 分)

如图所示，AC 为 $\odot O$ 的直径且 $PA \perp AC$ ，BC 是 $\odot O$ 的一条弦，直线 PB 交直线 AC 于点

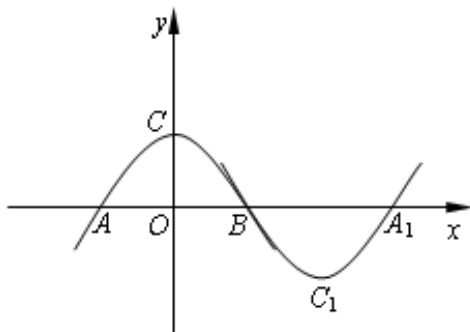
D， $\frac{DB}{DP} = \frac{DC}{DO} = \frac{2}{3}$ ．(1) 求证：直线 PB 是 $\odot O$ 的切线；(2) 求 $\cos \angle BCA$ 的值



24. (本题满分 10 分)

如图所示，抛物线 $m: y = ax^2 + b$ ($a < 0, b > 0$) 与 x 轴于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C . 将抛物线 m 绕点 B 旋转 180° ，得到新的抛物线 n ，它的顶点为 C_1 ，与 x 轴的另一个交点为 A_1 .

- (1) 当 $a = -1, b = 1$ 时，求抛物线 n 的解析式；
- (2) 四边形 AC_1A_1C 是什么特殊四边形，请写出结果并说明理由；
- (3) 若四边形 AC_1A_1C 为矩形，请求出 a 和 b 应满足的关系式.



第24题图

25. (本题满分 12 分)

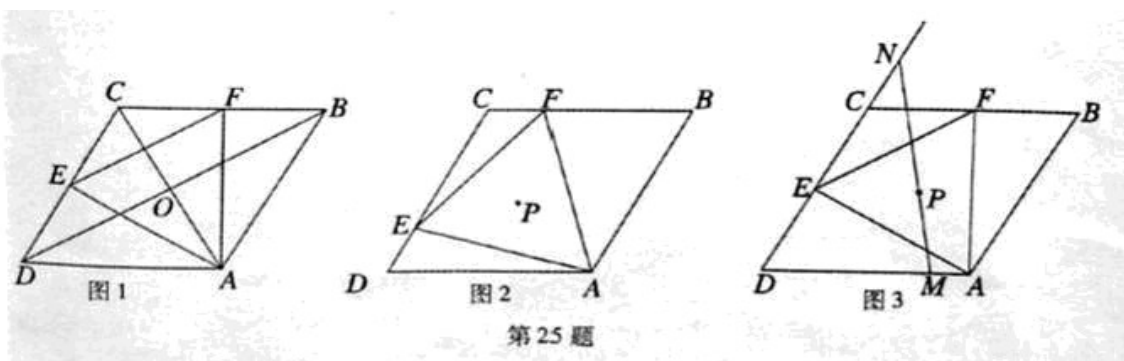
已知菱形 $ABCD$ 的边长为 1. $\angle ADC = 60^\circ$ ，等边 $\triangle AEF$ 两边分别交边 DC 、 CB 于点 E 、 F .

(1) 特殊发现：如图 1，若点 E 、 F 分别是边 DC 、 CB 的中点. 求证：菱形 $ABCD$ 对角线 AC 、 BD 交点 O 即为等边 $\triangle AEF$ 的外心；

(2) 若点 E 、 F 始终分别在边 DC 、 CB 上移动. 记等边 $\triangle AEF$ 的外心为点 P .

① 猜想验证：如图 2. 猜想 $\triangle AEF$ 的外心 P 落在哪一直线上，并加以证明；

② 拓展运用：如图 3，当 $\triangle AEF$ 面积最小时，过点 P 任作一直线分别交边 DA 于点 M ，交边 DC 的延长线于点 N ，试判断 $\frac{1}{DM} + \frac{1}{DN}$ 是否为定值. 若是. 请求出该定值；若不是. 请说明理由.



第25题

参考答案

一.选择题

1. D
2. C
3. B
4. C
5. A
6. D
7. D
8. C
9. A
10. C

二.填空题

11. $x > -\frac{1}{2}$

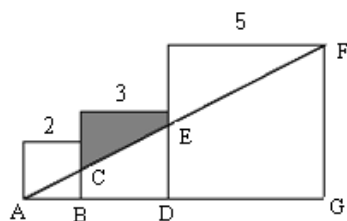
12. 32°

13. 如果 a 、 b 、 c 是一个三角形的三条边，并且 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形。

14. 128

15. -24 或 -48

16. 3.75 【解析】 本题考查三角形的相似，直角三角形和正方形的面积.由题意易知： $\triangle ABC \sim \triangle ADE \sim \triangle AGF$ ，相似比为 $2 : 5 : 10$ ，所以面积比为 $4 : 25 : 100$. $\triangle AGF$ 的面积为 $(5 \times 10) \div 2 = 25$ ， $\triangle ADE$ 的面积为 6.25 ， $\triangle ABC$ 的面积为 1 ，所以四边形 $BCED$ 的面积为 $6.25 - 1 = 5.25$ ，图中阴影部分面积 $3 \times 3 - 5.25 = 3.75$



第 16 题图

三.解答题

17. 解：原式 = $\frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - 1} \cdot \frac{(m-1)(m+1) - (m-1)}{m+1}$

$$= \frac{(m-1)^2}{(m-1)(m+1)} \cdot \frac{m+1}{m^2-1-m+1} = \frac{m-1}{m+1} \cdot \frac{m+1}{m^2-m} = \frac{m-1}{m^2-m}$$

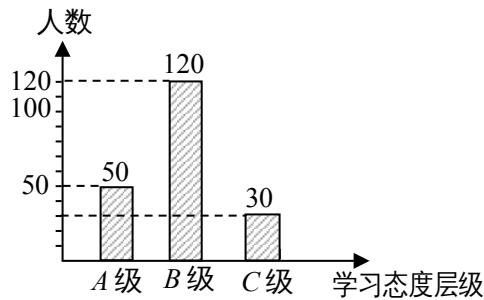
$$= \frac{m-1}{m(m-1)} = \frac{1}{m}$$

∴当 $m = \sqrt{3}$ 时，原式 = $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

18. 证明 ∵在 $\triangle ABC$ 中， AD 是中线，∴ $BD=CD$ ，∵ $CF \perp AD$ ， $BE \perp AD$ ，∴ $\angle CFD = \angle BED = 90^\circ$ ，在 $\triangle BED$ 与 $\triangle CFD$ 中，∵ $\angle BED = \angle CFD$ ， $\angle BDE = \angle CDF$ ， $BD = CD$ ，∴ $\triangle BED \cong \triangle CFD$ ，∴ $BE = CF$.

19. 解：(1) 200；

(2) $200 - 120 - 50 = 30$ (人) . 画图正确 .



(3) C 所占圆心角度数 = $360^\circ \times (1 - 25\% - 60\%) = 54^\circ$.

(4) $80000 \times (25\% + 60\%) = 68000$

∴估计我市初中生中大约有 68000 名学生学习态度达标 .

20. 解：设 $CE = xm$ ，则由题意可知 $BE = xm$ ， $AE = (x + 100)m$.

在 $Rt\triangle AEC$ 中， $\tan \angle CAE = \frac{CE}{AE}$ ，即 $\tan 30^\circ = \frac{x}{x+100}$

$$\therefore \frac{x}{x+100} = \frac{\sqrt{3}}{3}, 3x = \sqrt{3}(x+100)$$

$$\text{解得 } x = 50 + 50\sqrt{3} = 136.6$$

$$\therefore CD = CE + ED = (136.6 + 1.5) = 138.1 \approx 138(m)$$

答：该建筑物的高度约为 138m .

21. 解：(1) 因为购买大型客车 x 辆，所以购买中型客车 $(20 - x)$ 辆 .

$$y = 62x + 40(20 - x) = 22x + 800$$

(2) 依题意得 $20 - x < x$. 解得 $x > 10$.

$\because y = 22x + 800$, y 随着 x 的增大而增大, x 为整数,

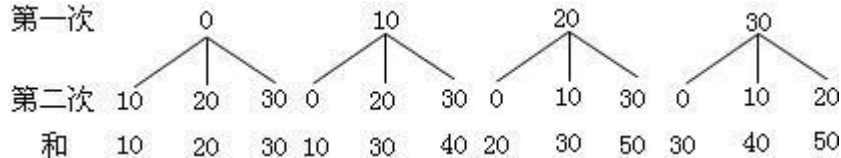
\therefore 当 $x = 11$ 时, 购车费用最省, 为 $22 \times 11 + 800 = 1\,042$ (万元).

此时需购买大型客车 11 辆, 中型客车 9 辆.

答: 购买大型客车 11 辆, 中型客车 9 辆时, 购车费用最省, 为 1 042 万元.

22. 解: (1) 10, 50;

(2) 解法一 (树状图):



从上图可以看出, 共有 12 种等可能结果, 其中大于或等于 30 元共有 8 种可能结果,

因此 $P(\text{不低于 } 30 \text{ 元}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$;

解法二 (列表法):

第一次 \ 第二次	0	10	20	30
0		10	20	30
10	10		30	40
20	20	30		50
30	30	40	50	

(以下过程同“解法一”)

23. 解: (1) 证明: 连接 OB 、 OP

$$\because \frac{DB}{DP} = \frac{DC}{DO} = \frac{2}{3} \text{ 且 } \angle D = \angle D$$

$$\therefore \triangle BDC \sim \triangle PDO \therefore \angle DBC = \angle DPO \therefore BC \parallel OP$$

$$\therefore \angle BCO = \angle POA \quad \angle CBO = \angle BOP$$

$$\because OB = OC \therefore \angle OCB = \angle CBO \therefore \angle BOP = \angle POA$$

$$\text{又} \because OB = OA \quad OP = OP \therefore \triangle BOP \cong \triangle AOP \therefore \angle PBO = \angle PAO$$

$$\text{又} \because PA \perp AC \therefore \angle PBO = 90^\circ \therefore \text{直线 } PB \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线}$$

(2) 由 (1) 知 $\angle BCO = \angle POA$ 设 $PB = a$, 则 $BD = 2a$

$$\text{又} \because PA = PB = a \therefore AD = 2\sqrt{2}a$$

$$\text{又} \because BC \parallel OP \therefore \frac{DC}{CO} = 2 \therefore DC = CA = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a$$

$$\therefore OA = \frac{\sqrt{2}}{2}a \therefore OP = \frac{\sqrt{6}}{2}a \therefore \cos \angle BCA = \cos \angle POA = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

24. 解：(1) 当 $a=-1, b=1$ 时，抛物线 m 的解析式为： $y = -x^2 + 1$.

令 $x=0$ ，得： $y=1$. $\therefore C(0,1)$.

令 $y=0$ ，得： $x=\pm 1$. $\therefore A(-1,0)$ ， $B(1,0)$

$\therefore C$ 与 C_1 关于点 B 中心对称， $\therefore C_1(2, -1)$.

\therefore 抛物线 n 的解析式为： $y = (x-2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 3$

(2) 四边形 AC_1A_1C 是平行四边形.

理由： $\therefore C$ 与 C_1 、 A 与 A_1 都关于点 B 中心对称，

$\therefore AB = BA_1, BC = BC_1$,

\therefore 四边形 AC_1A_1C 是平行四边形.

(3) 令 $x=0$ ，得： $y=b$. $\therefore C(0, b)$.

令 $y=0$ ，得： $ax^2 + b = 0$ ， $\therefore x = \pm \sqrt{-\frac{b}{a}}$ ，

$\therefore A(-\sqrt{-\frac{b}{a}}, 0), B(\sqrt{-\frac{b}{a}}, 0)$ ， $\therefore AB = 2\sqrt{-\frac{b}{a}}, BC = \sqrt{OC^2 + OB^2} = \sqrt{b^2 - \frac{b}{a}}$.

要使平行四边形 AC_1A_1C 是矩形，必须满足 $AB = BC$ ，

$\therefore 2\sqrt{-\frac{b}{a}} = \sqrt{b^2 - \frac{b}{a}}$ ， $\therefore 4 \times (-\frac{b}{a}) = b^2 - \frac{b}{a}$ ，

$\therefore ab = -3$. $\therefore a, b$ 应满足关系式 $ab = -3$.

25. 解：(1) 证明：如图 1，分别连接 OE 、 OF

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore AC \perp BD$ ， BD 平分 $\angle ADC$. $AD = DC = BC$

$\therefore \angle COD = \angle COB = \angle AOD = 90^\circ$.

$\angle ADO = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

又： $\therefore E$ 、 F 分别为 DC 、 CB 中点

$\therefore OE = \frac{1}{2} CD$ ， $OF = \frac{1}{2} BC$ ， $AO = \frac{1}{2} AD$

$\therefore OE = OF = OA$ \therefore 点 O 即为 $\triangle AEF$ 的外心.

(2)

① 猜想：外心 P 一定落在直线 DB 上.

证明：如图 2，分别连接 PE 、 PA ，过点 P 分别作 $PI \perp CD$ 于 I ， $PJ \perp AD$ 于 J

$\therefore \angle PIE = \angle PJD = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ADC = 60^\circ$

$\therefore \angle IPJ = 360^\circ - \angle PIE - \angle PJD - \angle JDI = 120^\circ$

\therefore 点 P 是等边 $\triangle AEF$ 的外心， $\therefore \angle EPA = 120^\circ$ ， $PE = PA$ ，

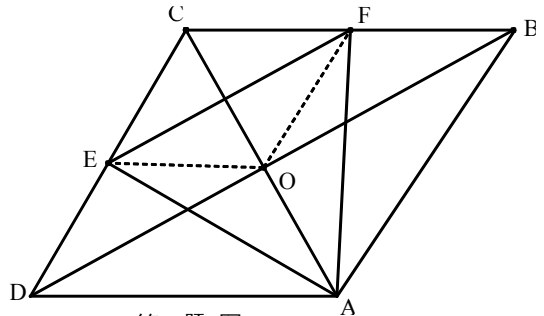
$\therefore \angle IPJ = \angle EPA$ ， $\therefore \angle IPE = \angle JPA$

$\therefore \triangle PIE \cong \triangle PJA$ ， $\therefore PI = PJ$

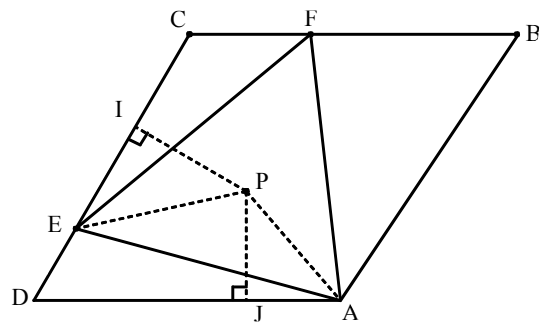
\therefore 点 P 在 $\angle ADC$ 的平分线上，即点 P 落在直线 DB 上.

② $\frac{1}{DM} + \frac{1}{DN}$ 为定值 2.

当 $AE \perp DC$ 时， $\triangle AEF$ 面积最小，



第25题 图1



第25题 图2

此时点 E、F 分别为 DC、CB 中点 .

连接 BD、AC 交于点 P，由 (1)

可得点 P 即为 $\triangle AEF$ 的外心

解法一：如图 3 . 设 MN 交 BC 于点 G

设 $DM=x$ ， $DN=y(x \neq 0, y \neq 0)$ ，则 $CN = y - 1$

$\because BC \parallel DA \therefore \triangle GBP \sim \triangle MDP \therefore BG = DM = x$.

$\therefore CG = 1 - x$

$\because BC \parallel DA, \therefore \triangle NCG \sim \triangle NDM$

$$\therefore \frac{CN}{DN} = \frac{CG}{DM}, \therefore \frac{y-1}{y} = \frac{1-x}{x}$$

$$\therefore x + y = 2xy$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2, \text{ 即 } \frac{1}{DM} + \frac{1}{DN} = 2$$

其它解法略。

