

一元一次方程及其应用

一、选择题

1. (2014·台湾, 第19题3分) 桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形的杯子, 杯深均为15公分, 各装有10公分高的水, 且表记录了甲、乙、丙三个杯子的底面积. 今小明将甲、乙两杯内一些水倒入丙杯, 过程中水没溢出, 使得甲、乙、丙三杯内水的高度比变为3:4:5. 若不计杯子厚度, 则甲杯内水的高度变为多少公分? ()

	底面积(平方公分)
甲杯	60
乙杯	80
丙杯	100

A . 5.4

B . 5.7

C . 7.2

D . 7.5

分析：根据甲、乙、丙三杯内水的高度比变为3:4:5, 设后来甲、乙、丙三杯内水的高度为 $3x$ 、 $4x$ 、 $5x$, 由表格中的数据列出方程, 求出方程的解得到 x 的值, 即可确定出甲杯内水的高度.

解：设后来甲、乙、丙三杯内水的高度为 $3x$ 、 $4x$ 、 $5x$,

根据题意得： $60 \times 10 + 80 \times 10 + 100 \times 10 = 60 \times 3x + 80 \times 4x + 100 \times 5x$,

解得： $x = 2.4$,

则甲杯内水的高度变为 $3 \times 2.4 = 7.2$ (公分).

故选C.

点评：此题考查了一元一次方程的应用, 找出题中的等量关系是解本题的关键.

2. (2014·滨州, 第4题3分) 方程 $2x - 1 = 3$ 的解是 ()

A - 1

B $\frac{1}{2}$

C 1

D 2

考点：解一元一次方程

分析：根据移项、合并同类项、系数化为1, 可得答案.

解答：解： $2x - 1 = 3$, 移项, 得

$$2x = 4,$$

系数化为 1 得

$$x=2.$$

故选：D.

点评： 本题考查了解一元一次方程，根据解一元次方程的一般步骤可得答案．

二、填空题

1. (2014•浙江湖州，第 11 题 4 分) 方程 $2x - 1 = 0$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

分析：此题可有两种方法：

(1) 观察法：根据方程解的定义，当 $x = \frac{1}{2}$ 时，方程左右两边相等；

(2) 根据等式性质计算．即解方程步骤中的移项、系数化为 1 .

解：移项得： $2x=1$ ，系数化为 1 得： $x=\frac{1}{2}$.

点评：此题虽很容易，但也要注意方程解的表示方法：填空时应填 $x = \frac{1}{2}$ ，不能直接填 $\frac{1}{2}$.

2. (2014•湘潭，第 15 题，3 分) 七、八年级学生分别到雷锋、毛泽东纪念馆参观，共 589 人，到毛泽东纪念馆的人数是到雷锋纪念馆人数的 2 倍多 56 人．设到雷锋纪念馆的人数为 x 人，可列方程为 $\underline{2x+56=589-x}$.

新*课*标*第*一*网]

考 由实际问题抽象出一元一次方程 .

点：

分 设到雷锋纪念馆的人数为 x 人，则到毛泽东纪念馆的人数为 $(589 - x)$ 人，根据到毛

析：泽东纪念馆的人数是到雷锋纪念馆人数的 2 倍多 56 人．列方程即可 .

解 解：设到雷锋纪念馆的人数为 x 人，则到毛泽东纪念馆的人数为 $(589 - x)$ 人，

答：由题意得， $2x+56=589-x$.

故答案为： $2x+56=589-x$.

点 本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程，解答本题的关键是读懂题意，设出未

评：知数，列出方程 . xk|b|l

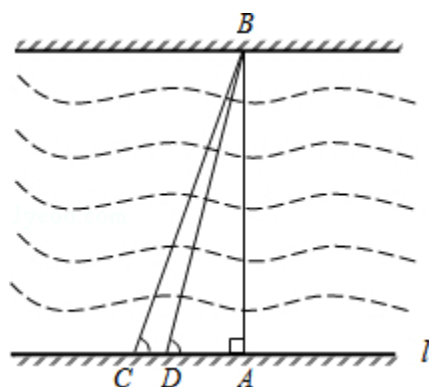
三、解答题

1. (2014•益阳, 第18题, 8分)“中国-益阳”网上消息, 益阳市为了改善市区交通状况, 计划在康富路的北端修建通往资江北岸的新大桥. 如图, 新大桥的两端位于 A 、 B 两点, 小张为了测量 A 、 B 之间的河宽, 在垂直于新大桥 AB 的直线型道路 l 上测得如下数据: $\angle BAD=76.1^\circ$, $\angle BCA=68.2^\circ$, $CD=82$ 米. 求 AB 的长 (精确到 0.1 米).

参考数据:

$$\sin 76.1^\circ \approx 0.97, \cos 76.1^\circ \approx 0.24, \tan 76.1^\circ \approx 4.0;$$

$$\sin 68.2^\circ \approx 0.93, \cos 68.2^\circ \approx 0.37, \tan 68.2^\circ \approx 2.5.$$



(第1题图)

考 解直角三角形的应用.

点:

分 设 $AD=x$ 米, 则 $AC=(x+82)$ 米. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 根据三角函数得到

析 $AB=2.5(x+82)$, 在 $Rt\triangle ABD$ 中, 根据三角函数得到 $AB=4x$, 依此得到关于 x 的方程, 进一步即可求解.

解 解: 设 $AD=x$ 米, 则 $AC=(x+82)$ 米.

答: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\tan \angle BCA = \frac{AB}{AC}$,

$$\therefore AB = AC \cdot \tan \angle BCA = 2.5(x+82).$$

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\tan \angle BDA = \frac{AB}{AD}$,

$$\therefore AB = AD \cdot \tan \angle BDA = 4x.$$

$$\therefore 2.5(x+82) = 4x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{410}{3}.$$

$$\therefore AB=4x=4 \times \frac{410}{3} \approx 546.7.$$

答：AB的长约为546.7米。

点 此题考查了解直角三角形的应用，主要是三角函数的基本概念及运算，关键是用数

评：学知识解决实际问题。

2. (2014•益阳，第19题，10分) 某电器超市销售每台进价分别为200元、170元的A、B两种型号的电风扇，下表是近两周的销售情况：

销售时段	销售数量		销售收入	
	A种型号	B种型号	A种型号	B种型号
第一周	3台	5台	1800元	
第二周	4台	10台	3100元	

(进价、售价均保持不变，利润=销售收入-进货成本)

(1) 求A、B两种型号的电风扇的销售单价；

(2) 若超市准备用不多于5400元的金额再采购这两种型号的电风扇共30台，求A种型号的电风扇最多能采购多少台？

(3) 在(2)的条件下，超市销售完这30台电风扇能否实现利润为1400元的目标？若能，请给出相应的采购方案；若不能，请说明理由。

考 二元一次方程组的应用；一元一次方程的应用；一元一次不等式的应用。

点：

分 (1) 设A、B两种型号电风扇的销售单价分别为x元、y元，根据3台A型号5台B

析：型号的电扇收入1800元，4台A型号10台B型号的电扇收入3100元，列方程组求解；

(2) 设采购A种型号电风扇a台，则采购B种型号电风扇(30-a)台，根据金额不多余5400元，列不等式求解；

(3) 设利润为1400元，列方程求出a的值为20，不符合(2)的条件，可知不能实现目标。

解 解：(1) 设A、B两种型号电风扇的销售单价分别为x元、y元，

答：依题意得：
$$\begin{cases} 3x+5y=1800 \\ 4x+10y=3100 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=250 \\ y=210 \end{cases},$$

答：A、B 两种型号电风扇的销售单价分别为 250 元、210 元；

(2) 设采购 A 种型号电风扇 a 台，则采购 B 种型号电风扇 $(30 - a)$ 台。

依题意得： $200a + 170(30 - a) \leq 5400$ ，

解得： $a \leq 10$ 。

答：超市最多采购 A 种型号电风扇 10 台时，采购金额不多于 5400 元；

(3) 依题意有： $(250 - 200)a + (210 - 170)(30 - a) = 1400$ ，

解得： $a = 20$ ，

$\because a > 10$ ，

\therefore 在 (2) 的条件下超市不能实现利润 1400 元的目标。

点 本题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用，解答本题的关键是读懂题

评： 意，设出未知数，找出合适的等量关系和不等关系，列方程组和不等式求解。

3. (2014•株洲，第 20 题，6 分) 家住山脚下的孔明同学想从家出发登山游玩，据以往的经验，他获得如下信息：

- (1) 他下山时的速度比上山时的速度每小时快 1 千米；
- (2) 他上山 2 小时到达的位置，离山顶还有 1 千米；
- (3) 抄近路下山，下山路程比上山路程近 2 千米；
- (4) 下山用 1 个小时；

根据上面信息，他作出如下计划：

- (1) 在山顶游览 1 个小时；
- (2) 中午 12:00 回到家吃中餐。

若依据以上信息和计划登山游玩，请问：孔明同学应该在什么时间从家出发？

考 一元一次方程的应用。

点：

分 由 (1) 得 $v_{\text{下}} = (v_{\text{上}} + 1)$ 千米/小时。

析： 由 (2) 得 $S = 2v_{\text{上}} + 1$

由 (3)、(4) 得 $2v_{\text{上}} + 1 = v_{\text{下}} + 2$ 。

根据 $S = vt$ 求得计划上、下山的时间，然后可以得到共需的时间为：上、下山时间 + 山

顶游览时间 .

解 解：设上山的速度为 v ，下山的速度为 $(v+1)$ ，则

答： $2v+1=v+1+2$ ，

解得 $v=2$.

即上山速度是 2 千米/小时 .

则下山的速度是 3 千米/小时，山高为 5 千米 .

则计划上山的时间为： $5\div 2=2.5$ （小时），

计划下山的时间为：1 小时，

则共用时间为： $2.5+1+1=4.5$ （小时），

所以出发时间为： $12:00 - 4$ 小时 30 分钟 $=7:30$.

答：孔明同学应该在 7 点 30 分从家出发 .

点 本题考查了应用题 . 该题的信息量很大，是不常见的应用题 . 需要进行相关的信息

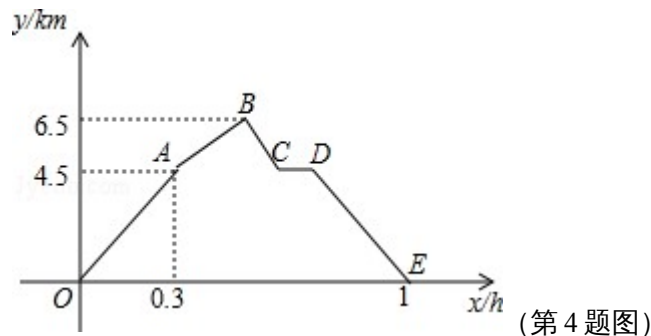
评：整理，只有理清了它们的关系，才能正确解题 .

4. (2014 年江苏南京，第 25 题) 从甲地到乙地，先是一段平路，然后是一段上坡路，小明骑车从甲地出发，到达乙地后立即原路返回甲地，途中休息了一段时间，假设小明骑车在平路、上坡、下坡时分别保持匀速前进 . 已知小明骑车上坡的速度比在平路上的速度每小时少 5km ，下坡的速度比在平路上的速度每小时多 5km . 设小明出发 $x\text{h}$ 后，到达离甲地 $y\text{km}$ 的地方，图中的折线 $OABCDE$ 表示 y 与 x 之间的函数关系 .

(1) 小明骑车在平路上的速度为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{km/h}$ ；他途中休息了 $\underline{\hspace{2cm}}\text{h}$ ；

(2) 求线段 AB 、 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式；

(3) 如果小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 0.15h ，那么该地点离甲地多远？



考点：一次函数的解析式的运用，一元一次方程的运用

分析： (1) 由速度=路程 \div 时间就可以求出小明在平路上的速度，就可以求出返回的时间，进而得出途中休息的时间；

(2) 先由函数图象求出小明到达乙地的时间就可以求出 B 的坐标和 C 的坐标就可以由待定系数法求出解析式；

(3) 小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 $0.15h$ ，由题意可以得出这个地点只能在破路上。设小明第一次经过该地点的时间为 t ，则第二次经过该地点的时间为

$(t+0.15)h$ ，根据距离甲地的距离相等建立方程求出其解即可。

解答：(1) 小明骑车在平路上的速度为： $4.5 \div 0.3 = 15$ ，

\therefore 小明骑车在上坡路的速度为： $15 - 5 = 10$ ，

小明骑车在上坡路的速度为： $15 + 5 = 20$ 。

\therefore 小明返回的时间为： $(6.5 - 4.5) \div 2 + 0.3 = 0.4$ 小时，

\therefore 小明骑车到达乙地的时间为： $0.3 + 2 \div 10 = 0.5$ 。

\therefore 小明途中休息的时间为： $1 - 0.5 - 0.4 = 0.1$ 小时。

故答案为： $15, 0.1$

(2) 小明骑车到达乙地的时间为 0.5 小时， $\therefore B(0.5, 6.5)$ 。

小明下坡行驶的时间为： $2 \div 20 = 0.1$ ， $\therefore C(0.6, 4.5)$ 。

设直线 AB 的解析式为 $y = k_1x + b_1$ ，由题意，得
$$\begin{cases} 4.5 = 0.3k_1 + b_1 \\ 6.5 = 0.5k_1 + b_1 \end{cases}$$
，解得：
$$\begin{cases} k_1 = 10 \\ b_1 = 1.5 \end{cases}$$
，

$\therefore y = 10x + 1.5$ ($0.3 \leq x \leq 0.5$)；

设直线 BC 的解析式为 $y = k_2x + b_2$ ，由题意，得
$$\begin{cases} 6.5 = 0.5k_2 + b_2 \\ 4.5 = 0.6k_2 + b_2 \end{cases}$$
，解得：
$$\begin{cases} k_2 = -20 \\ b_2 = 16.5 \end{cases}$$
，

$\therefore y = -20x + 16.5$ ($0.5 < x \leq 0.6$)

(3) 小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 $0.15h$ ，由题意可以得出这个地点只能在破路上。设小明第一次经过该地点的时间为 t ，则第二次经过该地点的时间为

$(t+0.15)h$ ，由题意，得

$10t + 1.5 = -20(t+0.15) + 16.5$ ，解得： $t = 0.4$ ， $\therefore y = 10 \times 0.4 + 1.5 = 5.5$ ， \therefore 该地点离甲地

$5.5km$ 。

点评：本题考查了行程问题的数量关系的运用，待定系数法求一次函数的解析式的运用，一元一次方程的运用，解答时求出一次函数的解析式是关键。

5. (2014•泰州，第20题，8分) 某篮球运动员去年共参加40场比赛，其中3分球的命中率为0.25，平均每场有12次3分球未投中。

- (1) 该运动员去年的比赛中共投中多少个 3 分球？
- (2) 在其中的一场比赛中，该运动员 3 分球共出手 20 次，小亮说，该运动员这场比赛中一定投中了 5 个 3 分球，你认为小亮的说法正确吗？请说明理由．

考 一元一次方程的应用；概率的意义

点：

分 (1) 设该运动员共出手 x 个 3 分球，则 3 分球命中 $0.25x$ 个，未投中 $0.75x$ 个，根据

析：“某篮球运动员去年共参加 40 场比赛，平均每场有 12 次 3 分球未投中”列出方程，解方程即可；

(2) 根据概率的意义知某事件发生的概率，就是在大量重复试验的基础上事件发生的频率稳定到的某个值；由此加以理解即可．

解 解：(1) 设该运动员共出手 x 个 3 分球，根据题意，得

答：
$$\frac{0.75x}{40}=12,$$

解得 $x=640$ ，

$$0.25x=0.25 \times 640=160 \text{ (个)},$$

答：运动员去年的比赛中共投中 160 个 3 分球；

(2) 小亮的说法不正确；

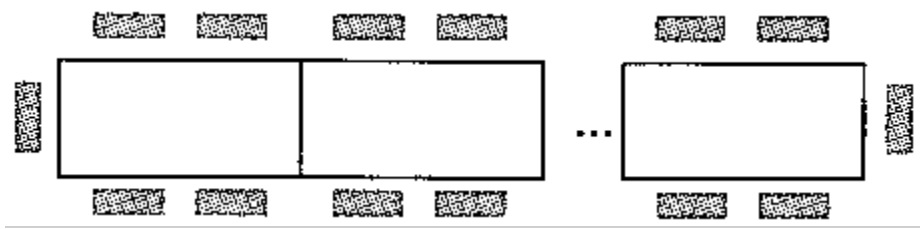
3 分球的命中率为 0.25，是相对于 40 场比赛来说的，而在其中的一场比赛中，虽然该运动员 3 分球共出手 20 次，但是该运动员这场比赛中不一定投中了 5 个 3 分球．

点 此题考查了一元一次方程的应用及概率的意义．解题关键是要读懂题目的意思，根

评：据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程及正确理解概率的含义．

6．(2014·浙江金华，第 20 题 8 分) 一种长方形餐桌的四周可坐 6 人用餐，现把若干张这样的餐桌按如图方式拼接．

- (1) 若把 4 张、8 张这样的餐桌拼接起来，四周分别可坐多少人？
- (2) 若用餐的人数有 90 人，则这样的餐桌需要多少张？



【答案】 (1) 18, 34 ; (2) 22.

【解析】

试题分析： (1) 根据寻找的规律，每增加 1 张这样的餐桌可增加 4 人求解即可.

(2) 根据寻找的规律，列一元一次方程求解即可.

试题解析： (1) 寻找规律：

1 张这样的餐桌四周可坐 6 人，2 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $6+4$ 人，3 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $6+4\times 2$ 人，4 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $6+4\times 3$ 人，…… n 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $6+4(n-1)$ 人.

\therefore 4 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 18 人，8 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 34 人.

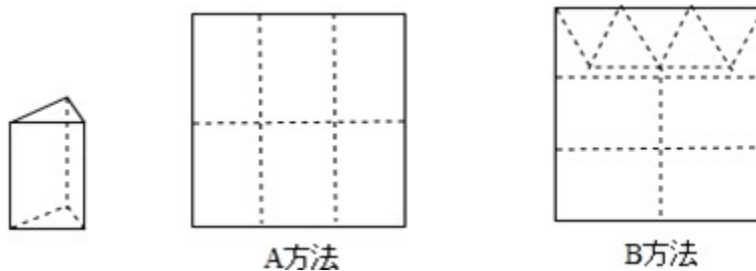
(2) $\because n$ 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $6+4(n-1)$ 人，

\therefore 若用餐的人数有 90 人，则 $6+4(n-1)=90$ ，解得 $n=22$.

\therefore 若用餐的人数有 90 人，则这样的餐桌需要 22 张.

7. (2014•浙江宁波，第 24 题 10 分) 用正方形硬纸板做三棱柱盒子，每个盒子由 3 个矩形侧面和 2 个正三角形底面组成，硬纸板以如图两种方法裁剪 (裁剪后边角料不再利用)

A 方法：剪 6 个侧面； B 方法：剪 4 个侧面和 5 个底面 .



现有 19 张硬纸板，裁剪时 x 张用 A 方法，其余用 B 方法 .

(1) 用 x 的代数式分别表示裁剪出的侧面和底面的个数；

(2) 若裁剪出的侧面和底面恰好全部用完，问能做多少个盒子？

考点：一元一次方程的应用；列代数式．

分析： (1) 由 x 张用 A 方法，就有 $(19-x)$ 张用 B 方法，就可以分别表示出侧面个数和底面个数；

(2) 由侧面个数和底面个数比为 $3:2$ 建立方程求出 x 的值，求出侧面的总数就可以求出结论．

解答： 解：(1) \therefore 裁剪时 x 张用 A 方法，
 \therefore 裁剪时 $(19-x)$ 张用 B 方法．
 \therefore 侧面的个数为： $6x+4(19-x) = (2x+76)$ 个，
底面的个数为： $5(19-x) = (95-5x)$ 个；

(2) 由题意，得

$$\frac{2x+76}{95-5x} = \frac{3}{2},$$

解得： $x=7$ ，

$$\therefore \text{盒子的个数为：} \frac{2 \times 7 + 76}{3} = 30.$$

答：裁剪出的侧面和底面恰好全部用完，能做 30 个盒子．

点评： 本题考查了列一元一次方程解实际问题的运用，一元一次方程的解法的运用，列代数式的运用，解答时根据裁剪出的侧面和底面个数相等建立方程是关键．

8. (2014•滨州，第 19 题 3 分) (1) 解方程： $2 - \frac{2x+1}{3} = \frac{1+x}{2}$

考点： 解一元一次方程．

专题： 计算题．

分析： (1) 方程去分母，去括号，移项合并，将 x 系数化为 1，即可求出解；

解答： 解：(1) 去分母得： $12 - 2(2x+1) = 3(1+x)$ ，
去括号得： $12 - 4x - 2 = 3 + 3x$ ，

移项合并得： $-7x = -7$ ，

解得： $x=1$ ；

点评： 此题考查了解一元一次方程，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

9．（2014•德州，第20题8分）目前节能灯在城市已基本普及，今年山东省面向县级及农村地区推广，为响应号召，某商场计划购进甲，乙两种节能灯共1200只，这两种节能灯的进价、售价如下表：

	进价（元/只）	售价（元/只）
甲型	25	30
乙型	45	60

（1）如何进货，进货款恰好为46000元？

（2）如何进货，商场销售完节能灯时获利最多且不超过进货价的30%，此时利润为多少元？

考 一次函数的应用；一元一次方程的应用

点：

分 （1）设商场购进甲型节能灯 x 只，则购进乙型节能灯 $(1200-x)$ 只，根据两种节能灯的总价为46000元建立方程求出其解即可；

（2）设商场购进甲型节能灯 a 只，则购进乙型节能灯 $(1200-a)$ 只，商场的获利为 y 元，由销售问题的数量关系建立 y 与 a 的解析式就可以求出结论．

解 解：（1）设商场购进甲型节能灯 x 只，则购进乙型节能灯 $(1200-x)$ 只，由题意，

答： 得

$$25x+45(1200-x)=46000，$$

解得： $x=400$ ．

∴购进乙型节能灯 $1200-400=800$ 只．

答：购进甲型节能灯400只，购进乙型节能灯800只进货款恰好为46000元；

（2）设商场购进甲型节能灯 a 只，则购进乙型节能灯 $(1200-a)$ 只，商场的获利为 y 元，由题意，得

$$y=(30-25)a+(60-45)(1200-a)，$$

$$y=-10a+18000．$$

∴商场销售完节能灯时获利最多且不超过进货价的30%，

$$\therefore -10a+18000 \leq [25a+45(1200-a)] \times 30\%$$

$$\therefore a \geq 450.$$

$$\therefore y = -10a+18000,$$

$$\therefore k = -10 < 0,$$

$\therefore y$ 随 a 的增大而减小，

$$\therefore a=450 \text{ 时, } y \text{ 最大} = 13500 \text{ 元.}$$

\therefore 商场购进甲型节能灯 450 只，购进乙型节能灯 750 只时的最大利润为 13500 元。

点 本题考查了单价 \times 数量=总价的运用，列了一元一次方程解实际问题的运用，一次函

评：数的解析式的运用，解答时求出求出一次函数的解析式是关键。

10. (2014·菏泽，第 17 题 7 分) (1) 食品安全是关乎民生的问题，在食品中添加过量的添加剂对人体有害，但适量的添加剂对人体无害且有利于食品的储存和运输，某饮料加工厂生产的 A 、 B 两种饮料均需加入同种添加剂， A 饮料每瓶需加该添加剂 2 克， B 饮料每瓶需加该添加剂 3 克，已知 270 克该添加剂恰好生产了 A 、 B 两种饮料共 100 瓶，问 A 、 B 两种饮料各生产了多少瓶？

考点：一元一次方程的应用；

分析：(1) 设 A 饮料生产了 x 瓶，则 B 饮料生产了 $(100-x)$ 瓶，根据 270 克该添加剂恰好生产了 A 、 B 两种饮料共 100 瓶，列方程求解；

解答：解：(1) 设 A 饮料生产了 x 瓶，则 B 饮料生产了 $(100-x)$ 瓶，

$$\text{由题意得, } 2x+3(100-x)=270,$$

$$\text{解得: } x=30, 100-x=70,$$

答： A 饮料生产了 30 瓶，则 B 饮料生产了 70 瓶；

点评：本题考查了一元一次方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，找出合适的等量关系，列方程组求解。