

浙江省温州市 2013 年第一次学业模拟考试 数学试卷

亲爱的同学：

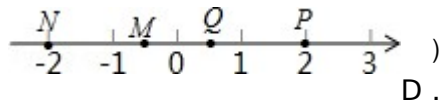
欢迎参加考试！请你认真审题，积极思考，细心答题，发挥最佳水平。答题时，请注意以下几点：

1. 全卷共 4 页，有三大题，24 小题。全卷满分 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 答案必须写在答题纸相应的位置上，写在试题卷、草稿纸上均无效。
3. 参考公式：抛物线 $y=ax^2+bx+c(c\neq 0)$ 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

祝你成功！

一、选择题(共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分)

1. 如图，数轴上表示数 -2 的相反数的点是 ()



- A. 点 P B. 点 Q C. 点 M

点 N

2. 某校羽毛球训练队共有 8 名队员，他们的年龄 (单位：岁) 分别为：

12, 13, 13, 14, 12, 13, 15, 13, 则他们年龄的众数为 ()

- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

3. 中央电视台有一个非常受欢迎的娱乐节目：墙来了！选手需按墙上的空洞造型摆出相同姿势，才能穿墙而过，否则会被墙推入水池。类似地，有一个几何体恰好无缝隙地以三个不同形状的“姿势”穿过“墙”上的三个空洞，则该几何体为



()

- A. B. C. D.

4. 在下列四组点中，可以在同一个正比例函数图象上的一组点是 ()

- A. (2, -3), (-4, 6) B. (-2, 3), (4, 6)
C. (-2, -3), (4, -6) D. (2, 3), (-4, 6)

5. $a^4b - 6a^3b + 9a^2b$ 分解因式得正确结果为 ()

- A. $a^2b(a^2 - 6a + 9)$ B. $a^2b(a - 3)(a + 3)$
C. $b(a^2 - 3)^2$ D. $a^2b(a - 3)^2$

6. 下列调查：

- ① 调查一批灯泡的使用寿命；
- ② 调查全班同学的身高；
- ③ 调查市场上某种食品的色素含量是否符合国家标准；
- ④ 企业招聘，对应聘人员进行面试。

其中符合用抽样调查的是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ②④ D. ②③

7. 2012年7月27日国际奥委会的会旗将在伦敦上空升起，会旗上的图案由五个圆环组成．如图，在这个图案中反映出的两圆的位置关系有（ ）



A. 内切、相交 B. 外离、内切 C. 外切、外离 D. 外离、相交

8. 下列命题中，假命题是（ ）

A. 平行四边形是中心对称图形

B. 三角形三边的垂直平分线相交于一点，这点到三角形三个顶点的距离相等

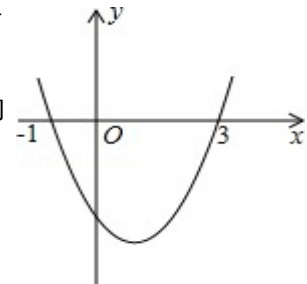
C. 对于简单的随机样本，可以用样本的方差去估计总体的方差

D. 若 $x^2=y^2$ ，则 $x=y$

9. 小颖家离学校 1200 米，其中有一段为上坡路，另一段为下坡路．她去学校共用了 16 分钟．假设小颖上坡路的平均速度是 3 千米/时，下坡路的平均速度是 5 千米/时．若设小颖上坡用了 x 分钟，下坡用了 y 分钟，根据题意可列方程组为（ ）

A. $\begin{cases} 3x+5y=1200 \\ x+y=16 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{3}{60}x+\frac{5}{60}y=1.2 \\ x+y=16 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x+5y=1.2 \\ x+y=16 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{3}{60}x+\frac{5}{60}y=1200 \\ x+y=16 \end{cases}$

10. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，它与 x 轴的两个交点分别为 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ ．对于下列命题：① $b-2a=0$ ；② $abc < 0$ ；③ $a-2b+4c < 0$ ；④ $8a+c > 0$ ．其中正确的有（ ）



A. 3 个 B. 2 个

C. 1 个 D. 0 个

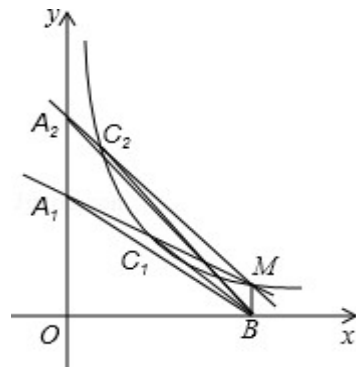
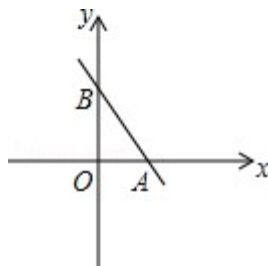
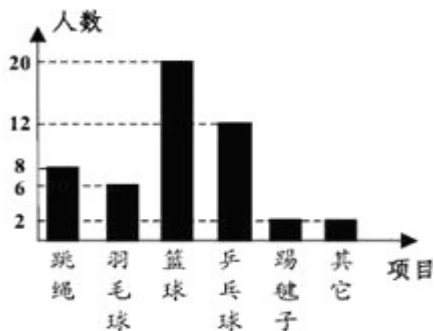
二. 填空题 (共 6 小题，每题 5 分，共 30 分)

11. 已知 $x+y=-5$ ， $xy=6$ ，则 $x^2+y^2=$ _____.

12. 小程对本班 50 名同学进行了“我最喜爱的运动项目”的调查，统计出了最喜爱跳绳、羽毛球、篮球、乒乓球、踢毽子等运动项目的人数．根据调查结果绘制了人数分布直方图．若将其转化为扇形统计图，那么最喜爱打篮球的人数所在扇形区域的圆心角的度数为_____°.

13. 如图，直线 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A、B 两点，把 $\triangle AOB$ 绕点 A 旋转

90° 后得到 $\triangle AO'B'$ ，则点 B' 的坐标是_____.



第 12 题图

第 13 题图

第 16 题图

14. 已知 $\sqrt{a}(a - \sqrt{3}) < 0$, 若 $b = 2 - a$, 则 b 的取值范围是_____.

15. 如果关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x - a \geq 0 \\ 2x - b \leq 0 \end{cases}$ 的整数解仅有 1, 2, 那么适合这个不等式组的整

数 a, b 组成的有序数对 (a, b) 共有_____个.

16. 如图, 点 M 是反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 在第一象限内图象上的点, 作 $MB \perp x$ 轴于 B . 过点 M

的第一条直线交 y 轴于点 A_1 , 交反比例函数图象于点 C_1 , 且 $A_1C_1 = \frac{1}{2}A_1M$, $\triangle A_1C_1B$ 的

面积记为 S_1 ; 过点 M 的第二条直线交 y 轴于点 A_2 , 交反比例函数图象于点 C_2 , 且 $A_2C_2 = \frac{1}{4}A_2M$, $\triangle A_2C_2B$ 的面积记为 S_2 ; 过点 M 的第三条直线交 y 轴于点 A_3 , 交反比例函数图

象于点 C_3 , 且 $A_3C_3 = \frac{1}{8}A_3M$, $\triangle A_3C_3B$ 的面积记为 S_3 ; 以此类推...; 则 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots$

$+ S_8 =$ _____.

三、解答题 (本题有 8 小题, 共 80 分. 解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程)

17. (10 分) (1) 计算: $(-\frac{1}{2})^0 + (-2)^3 + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$.

(2) 解方程: $(x - 3)^2 - 9 = 0$.

18. (8 分) 如图, 已知线段 AB ,

(1) 线段 AB 为腰作一个黄金三角形 (尺规作图, 要求保留作图痕迹, 不必写出作法);

(友情提示: 三角形两边之比为黄金比的等腰三角形叫做黄金三角形)

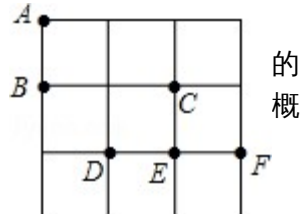
(2) 若 $AB = 2$, 求出你所作的黄金三角形的周长.

A _____ B

19. (8 分) 在 3×3 的方格纸中, 点 A, B, C, D, E, F 分别位于如图所示的小正方形的顶点上.

(1) 从 A, D, E, F 四个点中任意取一点, 以所取的这一点及点 B, C 为顶点画三角形, 则所画三角形是等腰三角形的概率是_____;

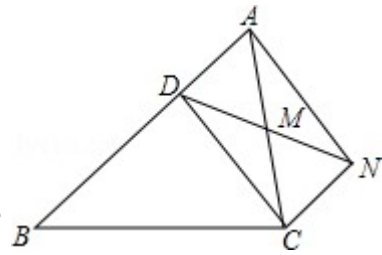
(2) 从 A, D, E, F 四个点中先后任意取两个不同的点, 以所取这两点及点 B, C 为顶点画四边形, 求所画四边形是平行四边形的概率 (用树状图或列表法求解).



20. (8 分) 如图, 小丽想知道自家门前小河的宽度, 于是她按以下办法测出了如下数据: 小丽在河岸边选取点 A , 在点 A 的对岸选取一个参照点 C , 测得



$\angle CAD=30^\circ$ ；小丽沿岸向前走 30m 选取点 B，并测得 $\angle CBD=60^\circ$ 。请根据以上数据，用你所学的数学知识，帮小丽计算小河的宽度。

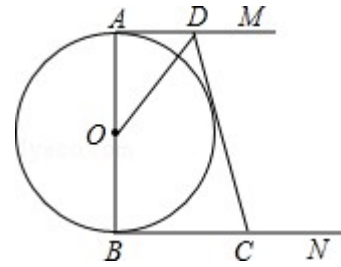


21. (10分) 已知：如图，D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点， $CN \parallel AB$ ，DN 交 AC 于点 M， $MA=MC$ 。

- ① 求证： $CD=AN$ ；
- ② 若 $\angle AMD=2\angle MCD$ ，求证：四边形 ADCN 是矩形。

22. (10分) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AM，BN 分别切 $\odot O$ 于点 A，B，CD 交 AM，BN 于点 D，C，DO 平分 $\angle ADC$ 。

- (1) 求证：CD 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $AD=4$ ， $BC=9$ ，求 $\odot O$ 的半径 R。



23. (12分) 库尔勒某乡 A，B 两村盛产香梨，A 村有香梨 200 吨，B 村有香梨 300 吨，现将这些香梨运到 C，D 两个冷藏仓库。已知 C 仓库可储存 240 吨，D 仓库可储存 260 吨，从 A 村运往 C，D 两处的费用分别为每吨 40 元和 45 元；从 B 村运往 C，D 两处的费用分别为每吨 25 元和 32 元。设从 A 村运往 C 仓库的香梨为 x 吨，A，B 两村运香梨往两仓库的运输费用分别为 y_A 元， y_B 元。

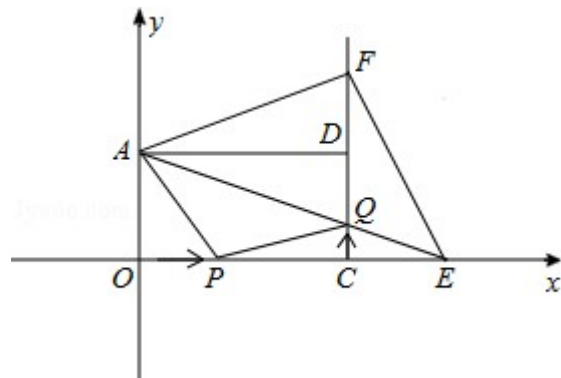
- (1) 请填写下表，并求出 y_A ， y_B 与 x 之间的函数关系式；

	C	D	总计
A	x 吨		200 吨
B			300 吨
总计	240 吨	260 吨	500 吨

- (2) 当 x 为何值时，A 村的运费较少？
- (3) 请问怎样调运，才能使两村的运费之和最小？求出最小值。

24. (14分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 AOCD 的顶点 A 的坐标是

$(0, 4)$ ，现有两动点 P，Q，点 P 从点 O 出发沿线段 OC (不包括端点 O，C) 以每秒 2 个单位长度的速度匀速向点 C 运动，点 Q 从点 C 出发沿线段 CD (不包括端点 C，D) 以每秒 1 个单位长度的速度匀速向点 D 运动。点 P，Q 同时出发，同时停止，设运动时间为 t (秒)，当 $t=2$ (秒) 时， $PQ=2\sqrt{5}$ 。



- (1) 求点 D 的坐标，并直接写出 t 的取值范围。

(2) 连接 AQ 并延长交 x 轴于点 E, 把 AE 沿 AD 翻折交 CD 延长线于点 F, 连接 EF, 则 $\triangle AEF$ 的面积 S 是否随 t 的变化而变化? 若变化, 求出 S 与 t 的函数关系式; 若不变化, 求出 S 的值.

(3) 在 (2) 的条件下, t 为何值时, 四边形 APQF 是梯形?

浙江省温州市 2013 年第一次学业模拟考试

数学参考答案

一、选择题 (共 10 小题, 每题 4 分, 共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	A	A	D	B	D	D	B	B

二、填空题 (共 6 小题, 每题 5 分, 共 30 分)

题号	11	12	13	14	15	16
答案	13	144	$(-1, -2)$ 或 $(5, 2)$	$2 - \sqrt{3} < b < 2$	6	$\frac{255}{512}$

第 16 题: 解: 过点 M 作 $MD \perp y$ 轴于点 D, 过点 A_1 作 $A_1E \perp BM$ 于点 E, 过点 C_1 作 $C_1F \perp BM$ 于点 F,

\because 点 M 是反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 在第一象限内图象上的点,

$\therefore OB \times BM = 1,$

$\therefore S_{\triangle A_1EM} = \frac{1}{2} OB \times MB = \frac{1}{2},$

$\because A_1C_1 = \frac{1}{2} A_1M,$ 即 C_1 为 A_1M 中点,

$\therefore C_1$ 到 BM 的距离 C_1F 为 A_1 到 BM 的距离 A_1E 的一半,

$\therefore S_1 = S_{\triangle EMC_1} = \frac{1}{2} S_{\triangle A_1EM} = \frac{1}{4},$

$\therefore S_{\triangle EMA_2} = \frac{1}{2} BM \cdot A_2 \text{ 到 } BM \text{ 距离} = \frac{1}{2} \times BM \times BO = \frac{1}{2},$

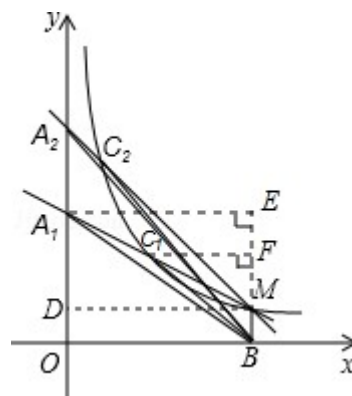
$\because A_2C_2 = \frac{1}{4} A_2M,$

$\therefore C_2$ 到 BM 的距离为 A_2 到 BM 的距离的 $\frac{3}{4},$

$\therefore S_2 = S_{\triangle A_2C_2B} = \frac{1}{4} S_{\triangle EMA_2} = \frac{1}{8},$

同理可得: $S_3 = \frac{1}{16}, S_4 = \frac{1}{32} \dots$

$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^9},$



$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256} + \frac{1}{512},$$

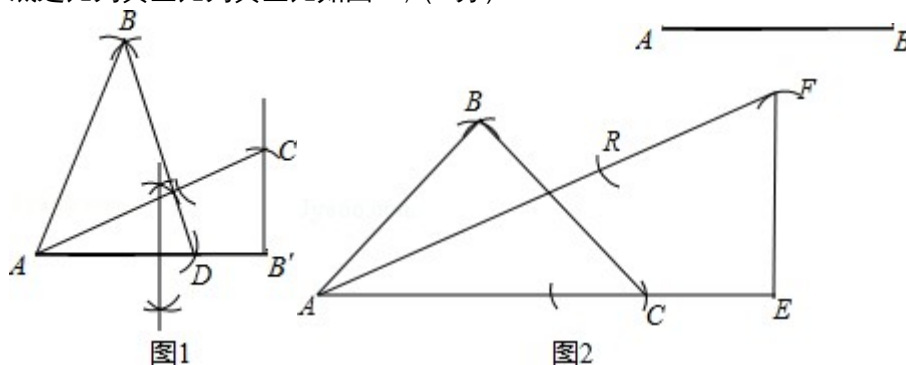
$$= \frac{255}{512},$$

三、解答题 (本题有 8 小题, 共 80 分. 解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程)

17. (1) 解: $(-\frac{1}{2})^0 + (-2)^3 + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2|$
 $= 1 - 8 + 3 + 2$ (3分)
 $= -2$. (5分)

(2) 解: 移项得: $(x-3)^2 = 9$,
 开平方得: $x-3 = \pm 3$, (1分)
 则 $x-3=3$ 或 $x-3=-3$, (3分)
 解得: $x_1=6, x_2=0$. (5分)

18. 解: (1) 可分为两种情况: 底与腰之比均为黄金比的等腰三角形如图 1, (2分) 腰与底之比为黄金比如图 2, (4分)



(2) \therefore 如图 1, $AB=2$, 当底与腰之比为黄金比时:

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore AD = \sqrt{5}-1,$$

$$\therefore AB+AD+BD = \sqrt{5}+3, \text{ (6分)}$$

如图 2, 当腰与底之比为黄金比时,

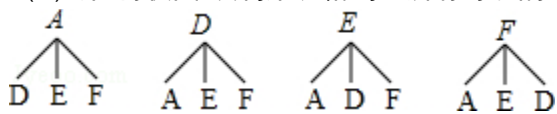
$$\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore AC = \sqrt{5}+1,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 周长为 } 5+\sqrt{5}. \text{ (8分)}$$

19. 解: (1) 根据从 A、D、E、F 四个点中任意取一点, 一共有 4 种可能, 只有选取 D 点时, 所画三角形是等腰三角形, 故 $P(\text{所画三角形是等腰三角形}) = \frac{1}{4}$; (2分)

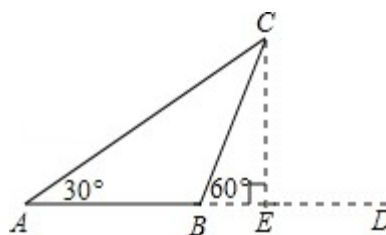
(2) 用“树状图”或利用表格列出所有可能的结果:



\therefore 以点 A、E、B、C 为顶点及以 D、F、B、C 为顶点所画的四边形是平行四边形, (6分)

\therefore 所画的四边形是平行四边形的概率 $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. (8分)

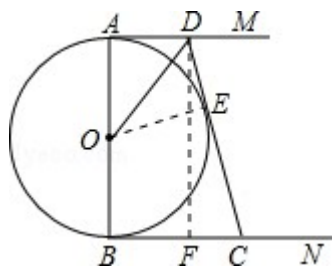
20. 解：过点 C 作 $CE \perp AD$ 于点 E，
 由题意得， $AB=30\text{m}$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ， $\angle CBD=60^\circ$ ，
 故可得 $\angle ACB = \angle CAB = 30^\circ$ ，(2分)
 即可得 $AB=BC=30\text{m}$ ，(4分)
 设 $BE=x$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，可得 $CE=\sqrt{3}x$ ，
 又 $\because BC^2=BE^2+CE^2$ ，即 $900=x^2+3x^2$ ，(6分)
 解得： $x=15$ ，即可得 $CE=15\sqrt{3}\text{m}$ 。(8分)
 答：小丽自家门前的小河的宽度为 $15\sqrt{3}\text{m}$ 。



21. 证明：① $\because CN \parallel AB$ ，
 $\therefore \angle DAC = \angle NCA$ ，(1分)
 在 $\triangle AMD$ 和 $\triangle CMN$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle NCA \\ MA = MC \\ \angle AMD = \angle CMN \end{cases}$$
，
 $\therefore \triangle AMD \cong \triangle CMN$ (ASA)，(2分)
 $\therefore AD = CN$ ，(3分)
 又 $\because AD \parallel CN$ ，
 \therefore 四边形 ADCN 是平行四边形，(4分)
 $\therefore CD = AN$ ；(5分)
 ② $\because \angle AMD = 2\angle MCD$ ， $\angle AMD = \angle MCD + \angle MDC$ ，
 $\therefore \angle MCD = \angle MDC$ ，(6分)
 $\therefore MD = MC$ ，(7分)
 由①知四边形 ADCN 是平行四边形，
 $\therefore MD = MN = MA = MC$ ，(8分)
 $\therefore AC = DN$ ，(9分)
 \therefore 四边形 ADCN 是矩形。(10分)

22. (1) 证明：过 O 点作 $OE \perp CD$ 于点 E，
 $\because AM$ 切 $\odot O$ 于点 A，
 $\therefore OA \perp AD$ ，(1分)
 又 $\because DO$ 平分 $\angle ADC$ ，
 $\therefore OE = OA$ ，(2分)
 $\because OA$ 为 $\odot O$ 的半径，
 $\therefore OE$ 是 $\odot O$ 的半径，且 $OE \perp DC$ ，(3分)
 $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线。(4分)
 (2) 解：过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F，
 $\because AM, BN$ 分别切 $\odot O$ 于点 A, B，
 $\therefore AB \perp AD, AB \perp BC$ ，(5分)
 \therefore 四边形 ABFD 是矩形，
 $\therefore AD = BF, AB = DF$ ，(6分)
 又 $\because AD = 4, BC = 9$ ，
 $\therefore FC = 9 - 4 = 5$ ，(7分)
 $\because AM, BN, DC$ 分别切 $\odot O$ 于点 A, B, E，
 $\therefore DA = DE, CB = CE$ ，(8分)
 $\therefore DC = AD + BC = 4 + 9 = 13$ ，(9分)



在 Rt $\triangle DFC$ 中, $DC^2=DF^2+FC^2$,

$$\therefore DF = \sqrt{DC^2 - FC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12,$$

$\therefore AB=12$, (10分)

$\therefore \odot O$ 的半径 R 是 6.

23. (1) 填写如下: 每空 1 分

	C	D	总计
A		(200 - x) 吨	
B	(240 - x) 吨	(60+x) 吨	

由题意得: $y_A=40x+45(200-x)=-5x+9000$; $y_B=25(240-x)+32(60+x)=7x+7920$;

(2) 对于 $y_A=-5x+9000$ ($0 \leq x \leq 200$),

$\therefore k=-5 < 0$,

\therefore 此一次函数为减函数,

则当 $x=200$ 吨时, y_A 最小, 其最小值为 $-5 \times 200 + 9000 = 8000$ (元) (3分)

(3) 设两村的运费之和为 W ,

则 $W=y_A+y_B=-5x+9000+7x+7920=2x+16920$ ($0 \leq x \leq 200$), (8分)

$\therefore k=2 > 0$,

\therefore 此一次函数为增函数, (10分)

则当 $x=0$ 时, W 有最小值, W 最小值为 16920 元. (11分)

此时调运方案为: 从 A 村运往 C 仓库 0 吨, 运往 D 仓库为 200 吨, B 村应往 C 仓库运 240 吨, 运往 D 仓库 60 吨. (12分)

24. (1) 由题意可知, 当 $t=2$ (秒) 时, $OP=4$, $CQ=2$,

在 Rt $\triangle PCQ$ 中, 由勾股定理得: $PC = \sqrt{PQ^2 - CQ^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = 4$,

$\therefore OC=OP+PC=4+4=8$, (2分)

又: 矩形 AOCD, A (0, 4), \therefore D (8, 4).

点 P 到达终点所需时间为 $\frac{8}{2}=4$ 秒, 点 Q 到达终点所需时间为 $\frac{4}{1}=4$ 秒, 由题意可知, t 的取值

范围为: $0 < t < 4$. (4分)

(2) 结论: $\triangle AEF$ 的面积 S 不变化.

\because AOCD 是矩形, $\therefore AD \parallel OE$, $\therefore \triangle AQD \sim \triangle EQC$, (5分)

$$\therefore \frac{CE}{AD} = \frac{CQ}{DQ}, \text{ 即 } \frac{CE}{8} = \frac{t}{4-t}, \text{ 解得 } CE = \frac{8t}{4-t}.$$

由翻折变换的性质可知: $DF=DQ=4-t$, 则 $CF=CD+DF=8-t$. (6分)

$$S = S_{\text{梯形} AOCF} + S_{\triangle FCE} - S_{\triangle AOE}$$

$$= \frac{1}{2} (OA+CF) \cdot OC + \frac{1}{2} CF \cdot CE - \frac{1}{2} OA \cdot OE$$

$$= \frac{1}{2} [4 + (8-t)] \times 8 + \frac{1}{2} (8-t) \cdot \frac{8t}{4-t} - \frac{1}{2} \times 4 \times (8 + \frac{8t}{4-t}) \quad (8分)$$

化简得: $S=32$ 为定值. 所以 $\triangle AEF$ 的面积 S 不变化, $S=32$. (9分)

(3) 若四边形 APQF 是梯形, 因为 AP 与 CF 不平行, 所以只有 $PQ \parallel AF$.

由 $PQ \parallel AF$ 可得: $\triangle CPQ \sim \triangle DAF$, (10分)

$$\therefore \frac{CP}{AD} = \frac{CQ}{DF}, \text{ 即 } \frac{8-2t}{8} = \frac{t}{4-t}, \text{ 化简得 } t^2 -$$

$$12t + 16 = 0, \text{ (11分)}$$

$$\text{解得: } t_1 = 6 + 2\sqrt{5}, t_2 = 6 - 2\sqrt{5}, \text{ (13分)}$$

由 (1) 可知, $0 < t < 4$, $\therefore t_1 = 6 + 2\sqrt{5}$ 不符合题意, 舍去.

\therefore 当 $t = (6 - 2\sqrt{5})$ 秒时, 四边形 APQF 是梯形. (14分)

