

昌平区 2011—2012 学年第二学期初三年级第一次统一练习

数学试卷参考答案及评分标准

2012 . 1

一、选择题 (共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

1	2	3	4	5	6	7	8
D	D	C	C	D	A	C	B

二、填空题 (共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

题号	9	10	11	12
答案	$x \geq -\frac{1}{2}$	$y(x-2)^2$	1	$\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$

三、解答题 (共 6 道小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

13. 解: 原式 = $3 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} + 1$ 4 分

= $4 + \sqrt{3}$ 5 分

14. 解: $\begin{cases} x - 1 \geq 0, & \text{①} \\ 2(x + 2) > 3x. & \text{②} \end{cases}$

由①得 $x \geq 1$ 2 分

由②得 $x < 4$ 4 分

所以原不等式组的解集为 $1 \leq x < 4$ 5 分

15. 解: 原式 = $\frac{2m}{m^2 - 4} - \frac{1}{m - 2}$ 1 分

= $\frac{2m}{(m+2)(m-2)} - \frac{m+2}{(m+2)(m-2)}$

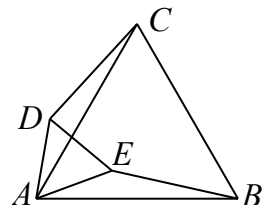
= $\frac{2m - m - 2}{(m+2)(m-2)}$

= $\frac{m - 2}{(m+2)(m-2)}$ 4 分

= $\frac{1}{m+2}$ 5 分

16. 证明: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形,

$\therefore AB = AC, AE = AD, \angle DAE = \angle CAB,$



$$\begin{aligned} &\because \angle DAE - \angle CAE = \angle CAB - \angle CAE, \\ &\therefore \angle DAC = \angle EAB, \\ &\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB. \quad \dots\dots\dots 4 \text{分} \\ &\therefore CD = BE. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分} \end{aligned}$$

17. 解: $x(x-1)^2 - x^2(x-1) + 10$

$$\begin{aligned} \text{原式} &= x(x^2 - 2x + 1) - x^3 + x^2 + 10 \\ &= x^3 - 2x^2 + x - x^3 + x^2 + 10 \\ &= -x^2 + x + 10 \\ &= -(x^2 - x) + 10. \quad \dots\dots\dots 3 \text{分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\because x^2 - x - 6 = 0, \\ &\therefore x^2 - x = 6, \\ &\therefore \text{原式} = 4. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分} \end{aligned}$$

18. 解: 延长 DC , FE 相交于点 H .

$$\begin{aligned} &\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形,} \\ &\therefore AB \parallel DC, AB = CD, AD = BC. \quad \dots\dots\dots 1 \text{分} \end{aligned}$$

$$\therefore \angle B = \angle ECH, \angle BFE = \angle H.$$

$$\because AB = 5, AD = 10,$$

$$\therefore BC = 10, CD = 5.$$

$\because E$ 是 BC 的中点,

$$\therefore BE = EC = \frac{1}{2} BC = 5.$$

$$\therefore \triangle BFE \cong \triangle CHE. \quad \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\therefore CH = BF, EF = EH.$$

$$\because EF \perp AB,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle H = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle BFE$ 中,

$$\because \cos B = \frac{BF}{BE} = \frac{3}{5},$$

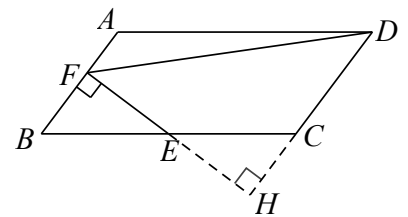
$$\therefore BF = CH = 3.$$

$$\therefore EF = \sqrt{BE^2 - BF^2} = 4, DH = 8.$$

在 $\text{Rt}\triangle FHD$ 中, $\angle H = 90^\circ$,

$$\therefore DF^2 = FH^2 + DH^2 = 8^2 + 8^2 = 2 \times 8^2.$$

$$\therefore DF = 8\sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$



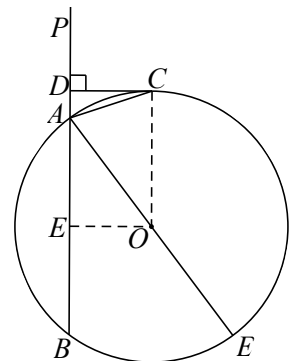
四、解答题 (共 4 道小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

19. (1) 证明: 连结 OC .

$$\because OC = OA,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA.$$

$\because AC$ 平分 $\angle PAE$,
 $\therefore \angle DAC = \angle OAC$,
 $\therefore \angle DAC = \angle OCA$,
 $\therefore AD \parallel OC$.
 $\because CD \perp PA$,
 $\therefore \angle ADC = \angle OCD = 90^\circ$,
 即 $CD \perp OC$, 点 C 在 $\odot O$ 上 ,
 $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线 2 分



(2) 解: 过 O 作 $OE \perp AB$ 于 E .
 $\therefore \angle OEA = 90^\circ$.
 $\because AB = 8$,
 $\therefore AE = 4$ 3 分

在 $Rt\triangle AEO$ 中, $\angle AEO = 90^\circ$,
 $\therefore AO^2 = 4^2 + OE^2$.
 $\because \angle EDC = \angle OEA = \angle DCO = 90^\circ$,
 \therefore 四边形 $DEOC$ 是矩形 ,
 $\therefore OC = DE$, $OE = CD$.
 $\therefore AD : DC = 1 : 3$,
 \therefore 设 $AD = x$, 则 $DC = OE = 3x$, $OA = OC = DE = DA + AE = x + 4$,
 $\therefore (x + 4)^2 = 4^2 + (3x)^2$,
 解得 $x_1 = 0$ (不合题意, 舍去) , $x_2 = 1$.
 则 $OA = 5$.
 $\therefore \odot O$ 的半径是 5 5 分

20. 解: (1) 30 , 56 ; 2 分

(2) $y = -56x + 235$. 2 ($3.7 \leq x \leq 4.2$) 4 分

(3) 不能 .

小明从家出发到回家一共需要时间: $1 + 2.2 + 2 \div 4 \times 2 = 4.2$ (小时) , 从 8:00 经过
 4.2 小时已经过了 12:00 ,
 \therefore 不能再 12:00 前回家, 此时离家的距离: $56 \times 0.2 = 11.2$ (千米)
 5 分

21. 解: (1) $80 \div 40\% = 200$ (名)

答: 该校对 200 名学生进行了抽样调查 1

分

(2) 抽样调查学生最喜欢的运动项目的人数统计图

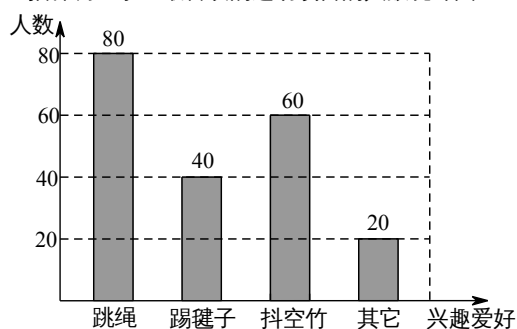


图1

各运动项目的最喜欢人数占抽样总人数百分比统计图

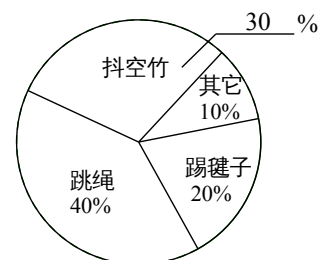


图2

.....

..... 3分

(3)

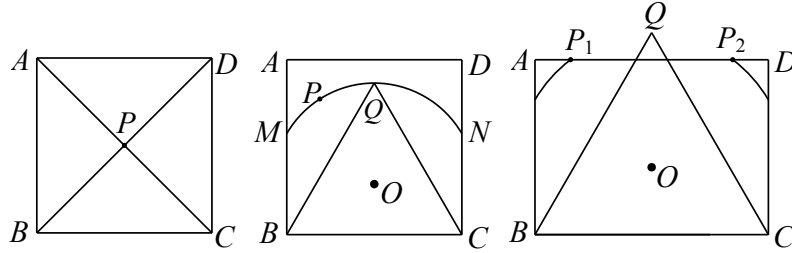
年级	七年级	八年级	九年级
学生人数	120	180	200

$$120+180+200=500 \text{ (名)}$$

$$500 \times 20\% = 100 \text{ (名)}$$

答：全校学生中最喜欢踢毽子活动的人数约为 100 名。 5分

22. 解：



(1) 如图 1，画出对角线 AC 与 BD 的交点即为点 P 。 1分
注：以 BC 为直径作上半圆（不含点 B 、 C ），则该半圆上的任意一点即可。

(2) 如图 2，以 BC 为一边作等边 $\triangle QBC$ ，作 $\triangle QBC$ 的外接圆 $\odot O$ 分别与 AB ， DC 交于点 M ， N ，弧 MN 即为点 P 的集合。 3分

(3) 如图 3，以 BC 为一边作等边 $\triangle QBC$ ，作 $\triangle QBC$ 的外接圆 $\odot O$ 与 AD 交于点 P_1 、 P_2 ，点 P_1 、 P_2 即为所求。 5分

五、解答题（共 3 道小题，第 23 小题 6 分，第 24，25 小题各 8 分，共 22 分）

23. 解：(1) 当 $k = -1$ 时，方程 $-4x - 4 = 0$ 为一元一次方程，此方程有一个实数根；

当 $k \neq -1$ 时，方程 $(k+1)x^2 + (3k-1)x + 2k-2 = 0$ 是一元二次方程，

$$\Delta = (3k-1)^2 - 4(k+1)(2k-2) = (k-3)^2.$$

$$\because (k-3)^2 \geq 0, \text{ 即 } \Delta \geq 0,$$

$\therefore k$ 为除 -1 外的任意实数时，此方程总有两个实数根。 3分

... 2分

综上所述，无论 k 取任意实数，方程总有实数根。

$$(2) x = \frac{1-3k \pm (k-3)}{2(k+1)}, x_1 = -1, x_2 = \frac{4}{k+1} - 2.$$

\because 方程的两个根是整数根，且 k 为正整数，

\therefore 当 $k=1$ 时，方程的两根为 $-1, 0$ ；

当 $k=3$ 时，方程的两根为 $-1, -1$ 。

$\therefore k=1, 3$ 。 4分

(3) \because 抛物线 $y = (k+1)x^2 + (3k-1)x + 2k-2$ 与 x 轴的两个交点之间的距离为 3，

$\therefore, x_1 - x_2 = 3, \text{ 或 } x_2 - x_1 = 3 .$

当 $x_1 - x_2 = 3$ 时, $k = -3$; 当 $x_2 - x_1 = 3$ 时, $k = 0$.

综上所述, $k = 0, -3$ 6分

24. 解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ $C(0, 3)$ 三点,

$$\therefore \begin{cases} 9a + 3b + 3 = 0 \\ a - b + 3 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} .$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$, 顶点 M 为 $(1, 4)$ 2分

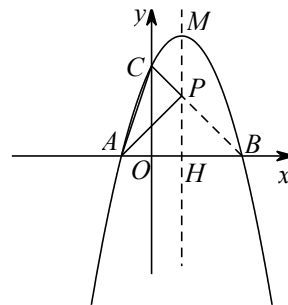
2分

(2) \because 点 A 、 B 关于抛物线的对称轴对称,
 \therefore 连结 BC 与抛物线对称轴交于一点, 即为所求点 P .
 设对称轴与 x 轴交于点 H ,

$\because PH \parallel y$ 轴,
 $\therefore \triangle PHB \sim \triangle CBO$.
 $\therefore \frac{PH}{CO} = \frac{BH}{BO}$.

由题意得 $BH = 2, CO = 3, BO = 3$,
 $\therefore PH = 2$.

$\therefore P(1, 2)$ 5分



(3) $\because A(-1, 0) B(3, 0), C(0, 3), M(1, 4)$,
 $\therefore S_{\text{四边形} ABMC} = 9$.

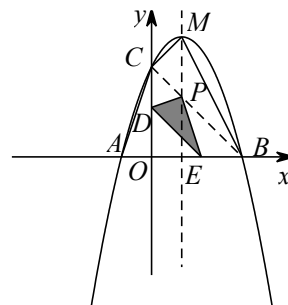
$\therefore S_{\text{四边形} ABMC} = 9S_{\triangle PDE}, \therefore S_{\triangle PDE} = 1$.

$\because OC = OD, \therefore \angle OCB = \angle OBC = 45^\circ$.
 $\because DE \parallel PC, \therefore \angle ODE = \angle OED = 45^\circ$.
 $\therefore OD = OE = 3 - m$.

$\therefore S_{\text{四边形} PDOE} = \frac{9}{2} - \frac{3}{2}m$,

$\therefore S_{\triangle PDE} = S_{\text{四边形} PDOE} - S_{\triangle DOE} = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m$ ($0 < m < 3$).

$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m = 1$. 解得, $m_1 = 1, m_2 = 2$ 8分



25. 解:

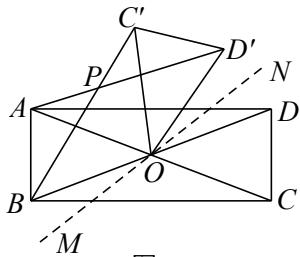


图1

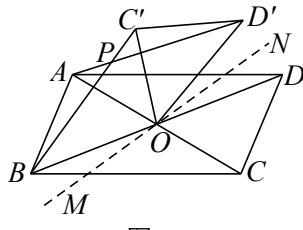


图2

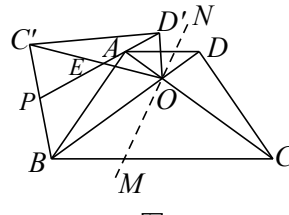


图3

- (1) $AD' = BC'$, $\angle APB = \angle \alpha$ 2分
- (2) $AD' = BC'$ 仍然成立, $\angle APB = \angle \alpha$ 不一定成立. 3分
- (3) $\angle APB = 180^\circ - \angle \alpha$ 4分

证明: 如图3, 设 OC' , PD' 交于点 E .

\because 将 $\triangle DOC$ 以直线 MN 为对称轴翻折得到 $\triangle D'OC'$,

$\therefore \triangle DOC \cong \triangle D'OC'$,

$\therefore OD = OD'$, $OC = OC'$, $\angle DOC = \angle D'OC'$.

\because 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$\therefore AC = BD$, $AB = CD$, $\angle ABC = \angle DCB$.

$\because BC = CB$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$.

$\therefore \angle DBC = \angle ACB$.

$\therefore OB = OC$, $OA = OD$.

$\because \angle AOB = \angle COD = \angle C'O D'$,

$\therefore \angle BOC' = \angle D'O A$.

$\because OD' = OA$, $OC' = OB$,

$\therefore \triangle D'OC' \cong \triangle AOB$,

$\therefore \angle OD'C' = \angle OAB$.

$\because OD' = OA$, $OC' = OB$, $\angle BOC' = \angle D'O A$,

$\therefore \angle OD'A = \angle OAD' = \angle OBC' = \angle OC'B$.

$\because \angle C'EP = \angle D'EO$,

$\therefore \angle C'PE = \angle C'OD' = \angle COD = \angle \alpha$.

$\because \angle C'PE + \angle APB = 180^\circ$,

$\therefore \angle APB = 180^\circ - \angle \alpha$ 8分