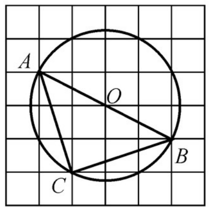
考点跟踪训练 28　圆的弧长和图形面积的计算

一、选择题

1．(2011·潜江)如图，在 6×6 的方格纸中，每个小方格都是边长为 1 的正方形，其中 A、B、C 为格点，作△ABC 的外接圆⊙O，则的长等于(　　)

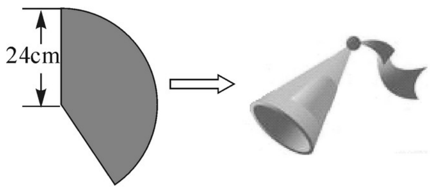


A.π　B.π　C.π　D.π

答案　D

解析　如图，易知 $AC=BC$，$AC\perp BC$，所以 AB 是⊙O 的直径，连 OC，则∠AOC＝90°，A 的长等于 π×＝π .

2．(2010·丽水)小刚用一张半径为 24 cm 的扇形纸板做一个如图所示的圆锥形小丑帽子侧面(接缝忽略不计)，如果做成的圆锥形小丑帽子的底面半径为 10 cm，那么这张扇形纸板的面积是(　　)



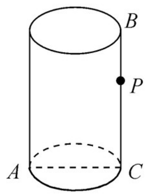
A．120π cm^2　B．240π cm^2

C．260π cm^2　D．480π cm^2

答案　B

解析　根据圆的周长公式，得圆的底面周长＝2π ×10＝20π ，即扇形的弧长是 20π ，所以扇形的面积＝lr＝×20π ×24＝240π ，故选 B.

3．(2011·广安)如图，圆柱的底面周长为 6 cm，AC 是底面圆的直径，高 BC＝6 cm，点 P 是母线 BC 上一点，且 PC＝BC.一只蚂蚁从 A 点出发沿着圆柱体的表面爬行到点 P 的最短距离是(　　)



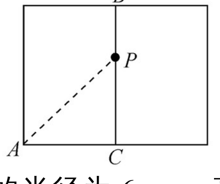
A．(4＋) cm　B．5 cm

C．3 cm　D．7 cm

答案　B

解析　如图，将圆柱的侧面展开，可求得 AC＝×6＝3，PC＝BC＝×6＝4.

在 Rt△PAC 中，PA＝＝5，所以从 A 点到 P 点的最短距离是 5.



4．(2011·常德)已知圆锥底面圆的半径为 6 cm，高为 8 cm，则圆锥的侧面积为(　　)cm^2.

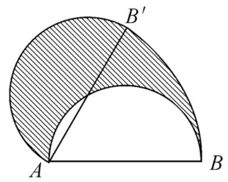
A．48　B．48π　C．120π　D．60π

答案　D

解析　$\because r=6$，$h=8$，又 $r^2+h^2=l^2$，$\therefore l==10$，

$\therefore S_{圆锥侧}=\pi rl=\pi\times6\times10=60\pi$.

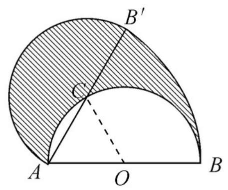
5．(2011·泉州)如图，直径 AB 为 6 的半圆，绕 A 点逆时针旋转 60°，此时点 B 到了点 B'，则图中阴影部分的面积是(　　)



A．3π　B．6π　C．5π　D．4π

答案　B

解析　设 AB' 与半圆周交于 C，半圆圆心为 O，连接 OC.



$\because\angle B'AB=60°$，$OA=OC$，

$\therefore\triangle AOC$ 是等边三角形，$\angle AOC=60°$，$\angle BOC=120°$，$S_{扇形ABB'}=\pi\times6^2=6\pi$，$\therefore S_{阴影}=S_{半圆AB'}+S_{扇形AB'B}-S_{半圆AB}=S_{扇形AB'B}=6\pi$.

二、填空题

6．(2011·德州)母线长为 2，底面圆的半径为 1 的圆锥的侧面积为___________.

答案　2π

解析　$S_{圆锥侧}=\pi\times1\times2=2\pi$.

7．(2011·绍兴)一个圆锥的侧面展开图是半径为 4，圆心角为 90°的扇形，则此圆锥的底面半径为______.

答案　1

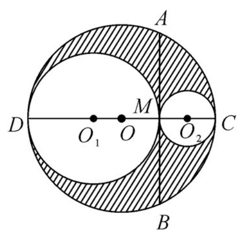
解析　圆锥展开图扇形面积为 $\pi\times4^2$，圆锥的侧面积为 $\pi\times r\times4$，$\therefore\pi\times4^2=\pi\times r\times4$，$r=1$.

8．(2011·重庆)在半径为的圆中，45°的圆心角所对的弧长等于________.

答案　1

解析　据弧长公式，$l===1$.

9．(2011·台州)如图，CD 是⊙O 的直径，弦 $AB\perp CD$，垂足为点 M，$AB=20$.分别以 DM、CM 为直径作两个大小不同的⊙O_1 和⊙O_2，则图中所示的阴影部分面积为___________.(结果保留 π)



答案　50π

解析　$\because$直径 $DC\perp AB$，

$\therefore AM=BM=\times20=10$.

由相交弦定理，得 $CM\cdot DM=AM\cdot BM=10\times10=100$，

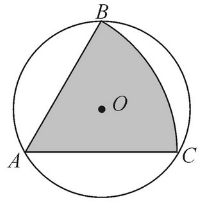
$\therefore S_{阴影}=\pi\times^2-\pi\times^2-\pi\times^2$

$=\pi\times(CD^2-DM^2-CM^2)$

$=\pi\times[(CM+DM)^2-DM^2-CM^2]$

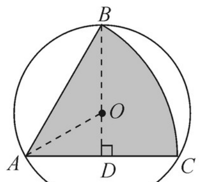
$=\pi\times(2CM\times DM)$
$=\pi\times CM\times DM=\pi\times100=50\pi.$

10．(2011·泉州)如图，有一直径为 4 的圆形铁皮，要从中剪出一个最大圆心角为 60°的扇形 ABC.那么剪下的扇形 ABC(阴影部分)的面积为______；用此剪下的扇形铁皮围成一个圆锥，该圆锥的底面圆的半径 $r=$______.



答案　2π；

解析　连接 OA、OB，画 $OD\perp AC$ 于 D.



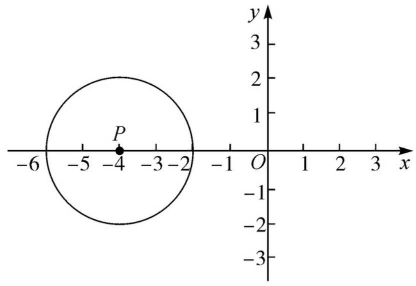
∵扇形 ABC 为最大圆心角为 60°的扇形，
∴点 B、O、D 在同一条直线上，$BD\perp AC$.
∵$OA=OB$，∴$\angle ABD=\angle BAO=30°$，$\angle OAD=30°$.
在 Rt△OAD 中，$OA=2$，
∴$OD=1$，$AD=$ ，$AC=2AD=2$.
∴$S_{阴影}=\pi\times(2\ )^2=2\pi.$
∵弧的长＝π×2 ，
∴2πr＝π×2 ，
∴$r=$.

三、解答题

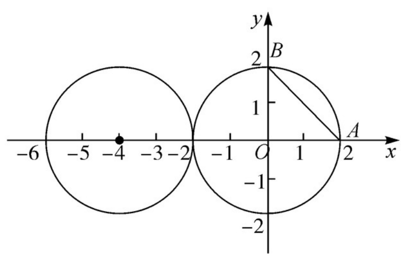
11．(2011·汕头)如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为(－4,0)，⊙P 的半径为 2，将⊙P 沿着 x 轴向右平移 4 个长度单位得⊙P_1.

(1)画出⊙P_1，并直接判断⊙P 与⊙P_1 的位置关系；

(2)设⊙P_1 与 x 轴正半轴、y 轴正半轴的交点为 A、B，求劣弧与弦 AB 围成的图形的面积(结果保留 π)．



解　(1)如图所示，两圆外切．



(2)劣弧的长度 $l = = \pi$.

劣弧和弦围成的图形的面积为 $S = \pi \cdot 4 - \times 2 \times 2 = \pi - 2$.

12．(2011·杭州)在△ABC中，$AB =$ ，$AC =$ ，$BC = 1$.

(1)求证：$\angle A \neq 30°$；

(2)将△ABC绕BC所在直线旋转一周，求所得几何体的表面积．

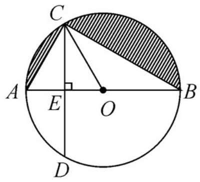
解 (1)证明：在△ABC中，$\because AB^2 = 3$，$AC^2 + BC^2 = 2 + 1 = 3$，$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2$，$\therefore \angle ACB = 90°$，$\therefore \sin A = = \neq$，$\therefore \angle A \neq 30°$.

(2)将△ABC绕BC所在直线旋转一周，所得的几何体为圆锥，由题意得 $r =$ ，$l =$.

$\therefore S_{圆锥侧} = \pi \times \times = \pi$，$S_{底} = \pi \times ()^2 = 2\pi$.

$\therefore S_{表面积} = \pi + 2\pi$.

13．(2011·湖州)如图，已知AB是⊙O的直径，弦$CD \perp AB$，垂足为E，$\angle AOC = 60°$，$OC = 2$.



(1)求OE和CD的长；

(2)求图中阴影部分的面积．

解 (1)在△OCE中，

$\because \angle CEO = 90°$，$\angle EOC = 60°$，$OC = 2$，

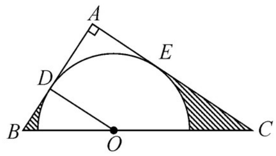
$\therefore OE = OC = 1$，$\therefore CE = OC =$.

$\because OA \perp CD$，$\therefore CE = DE$，$\therefore CD = 2$.

(2) $\because S_{\triangle ABC} = AB \cdot CE = \times 4 \times = 2$ ，

$\therefore S_{阴影} = \pi \times 2^2 - 2 = 2\pi - 2$.

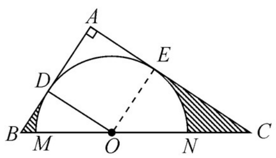
14．(2011·泉州)如图，在△ABC中，$\angle A = 90°$，O是BC边上一点，以O为圆心的半圆分别与AB、AC边相切于D、E两点，连接OD.已知$BD = 2$，$AD = 3$.求：



(1)tan C；

(2)图中两部分阴影面积的和．

解 (1)如图，连接OE.



$\because AB$、AC分别切⊙O于D、E两点，

$\therefore \angle ADO = \angle AEO = 90°$.

又$\because \angle A = 90°$，

$\therefore$四边形$ADOE$是矩形．

$\because OD = OE$，

$\therefore$四边形$ADOE$是正方形．

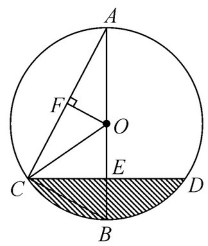
$\therefore OD \parallel AC$，$OD = AD = 3$.

$\therefore \angle BOD = \angle C$.

在Rt△BOD中，$\tan \angle BOD = =$.

∴$\tan C=$.
(2)如图，设⊙O与BC交于M、N两点．
由(1)得，四边形$ADOE$是正方形，
∴$\angle DOE=90°$.
∴$\angle COE+\angle BOD=90°$.
∵在$Rt\triangle EOC$中，$\tan C=$ ，$OE=3$，
∴$EC=$.
∴$S_{扇形DOM}+S_{扇形EON}=S_{扇形DOE}=S_{\odot O}=\pi\times 3^2=\pi$.
∴$S_{阴影}=S_{\triangle BOD}+S_{\triangle COE}-$
$=\times 2\times 3+\times 3\times -\pi=-\pi$.
∴图中两部分阴影面积的和为$-\pi$.

15．(2011·怀化)如图，已知AB为⊙O的直径，CD是弦，$AB\perp CD$于E，$OF\perp AC$于F，$BE=OF$.



(1)求证：$OF\parallel BC$；
(2)求证：$\triangle AFO\cong\triangle CEB$；
(3)若$EB=5$ cm，$CD=10$cm，设$OE=x$，求x值及阴影部分的面积．
解　(1)∵AB为⊙O的直径，
∴$\angle ACB=90°$.

又∵$OF\perp AC$于F，∴$\angle AFO=90°$，
∴$\angle ACB=\angle AFO$.
∴$OF\parallel BC$.
(2)由(1)知，$\angle CAB+\angle ABC=90°$.
∵$AB\perp CD$于E，
∴$\angle BEC=90°$，$\angle BCE+\angle ABC=90°$，
∴$\angle BCE=\angle CAB$.
又∵$\angle AFO=\angle BEC$，$BE=OF$，
∴$\triangle AFO\cong\triangle CEB$.
(3)∵AB为⊙O的直径，CD是弦，$AB\perp CD$，
∴$\angle OEC=90°$，$CE=CD=\times 10=5$.
在$Rt\triangle OCE$中，$OE=x$，则$OB=5+x=OC$，
由勾股定理得：$OC^2=OE^2+EC^2$，
∴$(5+x)^2={}^2+x^2$，解得$x=5$.
在$Rt\triangle OCE$中，
$\tan\angle COE==$.
∵$\angle COE$为锐角，
∴$\angle COE=60°$.
由圆的轴对称性可知阴影部分的面积为：
$S_{阴影}=2(S_{扇形OBC}-S_{\triangle OEC})$
$=2\times(-\times 5\times 5)$
$=-25$ (cm^2)．