

湖南省湘潭市 2012 年中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (2012•湘潭) 下列运算正确的是 ()

- A. $|-3|=3$ B. $-(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$ C. $(a^2)^3=a^5$ D. $2a \cdot 3a=6a$

考点：单项式乘单项式；相反数；绝对值；幂的乘方与积的乘方。

分析：A、根据绝对值的性质可知负数的绝对值是它的相反数；

B、根据相反数的定义可知负数的相反数是正数；

C、根据幂的乘方法则计算即可；

D、根据单项式与单项式相乘，把他们的系数分别相乘，相同字母的幂分别相加，其余字母连同他的指数不变，作为积的因式，计算即可。

解答：解：A、 $|-3|=3$ ，正确；

B、应为 $-(-)=$ ，故本选项错误；

C、应为 $(a^2)^3=a^{2 \times 3}=a^6$ ，故本选项错误；

D、应为 $2a \cdot 3a=6a^2$ ，故本选项错误。

故选 D。

点评：综合考查了绝对值的性质，相反数的定义，幂的乘方和单项式乘单项式，是基础题型，比较简单。

2. (2012•湘潭) 已知一组数据 3, a, 4, 5 的众数为 4, 则这组数据的平均数为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

考点：算术平均数；众数。

分析：要求平均数只要求出数据之和再除以总个数即可；众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个。依此先求出 a，再求这组数据的平均数。

解答：解：数据 3, a, 4, 5 的众数为 4, 即的 4 次数最多；

即 $a=4$ 。

则其平均数为 $(3+4+4+5) \div 4=4$ 。

故选 B。

点评：本题考查平均数与众数的意义。平均数等于所有数据之和除以数据的总个数；众数是一组数据中出现次数最多的数据。

3. (2009•广州) 下列函数中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq 3$ 的是 ()

- A. $y=\frac{1}{x-3}$ B. $y=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ C. $y=x-3$ D. $y=\sqrt{x-3}$

考点：函数自变量的取值范围；分式有意义的条件；二次根式有意义的条件。

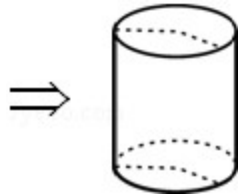
分析：分式有意义，分母不等于0；二次根式有意义：被开方数是非负数就可以求出 x 的范围。

解答：解：A、分式有意义， $x - 3 \neq 0$ ，解得： $x \neq 3$ ；
B、二次根式有意义， $x - 3 > 0$ ，解得 $x > 3$ ；
C、函数式为整式， x 是任意实数；
D、二次根式有意义， $x - 3 \geq 0$ ，解得 $x \geq 3$ 。
故选 D。

点评：本题考查的是函数自变量取值范围的求法。函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负。

4. (2012·湘潭) 如图，从左面看圆柱，则图中圆柱的投影是 ()



- A. 圆 B. 矩形 C. 梯形 D. 圆柱

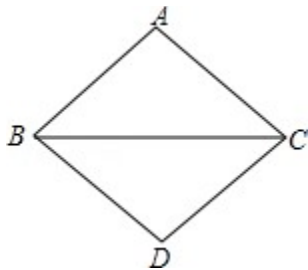
考点：平行投影。

分析：根据圆柱的左视图的定义直接进行解答即可。

解答：解：如图所示圆柱从左面看是矩形，
故选：B。

点评：本题主要考查了简单几何体的三视图，关键是根据三视图的概念得出是解题关键。

5. (2012·湘潭) 把等腰 $\triangle ABC$ 沿底边 BC 翻折，得到 $\triangle DBC$ ，那么四边形 $ABDC$ ()



- A. 是中心对称图形，不是轴对称图形
B. 是轴对称图形，不是中心对称图形
C. 既是中心对称图形，又是轴对称图形
D. 以上都不正确

考点：中心对称图形；等腰三角形的性质；轴对称图形；翻折变换（折叠问题）。

分析：先判断出四边形 $ABDC$ 是菱形，然后根据菱形的对称性解答。

解答：解： \because 等腰 $\triangle ABC$ 沿底边 BC 翻折，得到 $\triangle DBC$ ，

∴ 四边形 ABDC 是菱形，
 ∴ 菱形既是中心对称图形，又是轴对称图形，
 ∴ 四边形 ABDC 既是中心对称图形，又是轴对称图形。
 故选 C。

点评： 本题考查了中心对称图形，等腰三角形的性质，轴对称图形，判断出四边形 ABDC 是菱形是解题的关键。

6. (2012•湘潭) “湘潭是我家，爱护靠大家”。自我市开展整治“六乱”行动以来，我市学生更加自觉遵守交通规则。某校学生小明每天骑自行车上学时都要经过一个十字路口，该十字路口有红、黄、绿三色交通信号灯，他在路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$ ，遇到黄灯的概率为 $\frac{1}{4}$ ，那么他遇到绿灯的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{12}$

考点： 概率公式。

分析： 根据十字路口有红、黄、绿三色交通信号灯，他在该路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$ ，遇到黄灯的概率为 $\frac{1}{4}$ ，由概率之和为 1 得出他遇到绿灯的概率即可。

解答： 解：∵ 他在该路口遇到红灯的概率为 $\frac{1}{3}$ ，遇到黄灯的概率为 $\frac{1}{4}$ ，
 ∴ 他遇到绿灯的概率是： $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$ 。
 故选 D。

点评： 此题主要考查了概率公式的应用，根据事件的概率之和为 1 得出他遇到绿灯的概率是解题关键。

7. (2012•湘潭) 文文设计了一个关于实数运算的程序，按此程序，输入一个数后，输出的数比输入的数的平方小 1，若输入 $\sqrt{7}$ ，则输出的结果为 ()

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

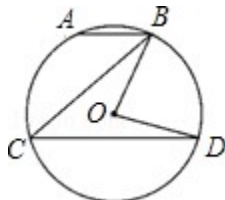
考点： 实数的运算。

分析： 根据运算程序得出输出数的式子，再根据实数的运算计算出此数即可。

解答： 解：∵ 输入一个数后，输出的数比输入的数的平方小 1，
 ∴ 输入 $\sqrt{7}$ ，则输出的结果为 $(\sqrt{7})^2 - 1 = 7 - 1 = 6$ 。
 故选 B。

点评： 本题考查的是实数的运算，根据题意得出输出数的式子是解答此题的关键。

8. (2012•湘潭) 如图，在 ⊙O 中，弦 AB ∥ CD，若 ∠ABC = 40°，则 ∠BOD = ()



- A. 20° B. 40° C. 50° D. 80°

考点： 圆周角定理；平行线的性质。

专题： 探究型。

分析： 先根据弦 AB ∥ CD 得出 ∠ABC = ∠BCD，再根据 ∠ABC = 40° 即可得出 ∠BOD 的度

数.

解答：解： \because 弦 $AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle ABC = \angle BCD$ ，
 $\therefore \angle BOD = 2\angle ABC = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 。
故选 D。

点评：本题考查的是圆周角定理及平行线的性质，根据题意得到 $\angle ABC = \angle BCD$ ，是解答此题的关键。

二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

9. (2008•恩施州) -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ 。

考点：倒数。

分析：根据倒数定义可知， -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ 。

解答：解： -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ 。

点评：主要考查倒数的定义，要求熟练掌握。需要注意的是
倒数的性质：负数的倒数还是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数。
倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数。

10. (2012•湘潭) 因式分解： $m^2 - mn = m(m - n)$ 。

考点：因式分解-提公因式法。

分析：提取公因式 m ，即可将此多项式因式分解。

解答：解： $m^2 - mn = m(m - n)$ 。
故答案为： $m(m - n)$ 。

点评：此题考查了提公因式分解因式的知识。此题比较简单，注意准确找到公因式是解此题的关键。

11. (2012•湘潭) 不等式组 $\begin{cases} x - 1 > 1 \\ x < 3 \end{cases}$ 的解集为 $2 < x < 3$ 。

考点：解一元一次不等式组。

专题：探究型。

分析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可。

解答：
解： $\begin{cases} x - 1 > 1 \text{ ①} \\ x < 3 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由①得， $x > 2$ ，

故此不等式组的解集为： $2 < x < 3$ 。

故答案为： $2 < x < 3$ 。

点评：本题考查的是解一元一次不等式组，熟知同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到的原则是解答此题的关键。

12. (2012•湘潭) 5月4日下午,胡锦涛总书记在纪念中国共产主义青年团成立90周年大会上指出:希望广大青年坚持远大理想、坚持刻苦学习、坚持艰苦奋斗、坚持开拓创新、坚持高尚品行.我国现有约78000000名共青团员,用科学记数法表示为 7.8×10^7 名.

考点: 科学记数法—表示较大的数.

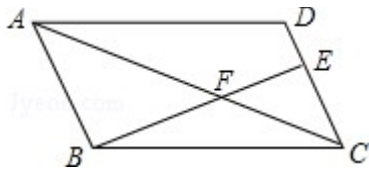
分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数.确定 n 的值时,要看把原数变成 a 时,小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值 > 1 时, n 是正数;当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解:将78000000用科学记数法表示为: 7.8×10^7 .

故答案为: 7.8×10^7 .

点评: 此题考查了科学记数法的表示方法.科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数,表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

13. (2012•湘潭) 如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E 在 DC 上,若 $EC:AB=2:3$, $EF=4$,则 $BF=$ 6.



考点: 相似三角形的判定与性质;平行四边形的性质.

分析: 先根据平行四边形的性质得出 $\angle CAB = \angle ACD$, $\angle ABE = \angle BEC$,故可得出 $\triangle ABF \sim \triangle CEF$,再由相似三角形的对应边成比例即可得出结论.

解答: 解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle CAB = \angle ACD$, $\angle ABE = \angle BEC$,

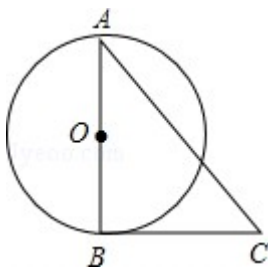
$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CEF$,

$\therefore \frac{AB}{CE} = \frac{BF}{EF}$, 即 $= \frac{BF}{4}$, 解得 $BF=6$.

故答案为:6.

点评: 本题考查的是相似三角形的判定与性质,熟知相似三角形的判定定理是解答此题的关键.

14. (2012•湘潭) 如图, $\triangle ABC$ 的一边 AB 是 $\odot O$ 的直径,请你添加一个条件,使 BC 是 $\odot O$ 的切线,你所添加的条件为 $\angle ABC=90^\circ$.



考点: 切线的判定.

专题：开放型。

分析：根据切线的判定方法知，能使 BC 成为切线的条件就是能使 AB 垂直于 BC 的条件，进而得出答案即可。

解答：解：当 $\triangle ABC$ 为直角三角形时，即 $\angle ABC=90^\circ$ 时，
BC 与圆相切，
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $\angle ABC=90^\circ$ ，
 $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线，（经过半径外端，与半径垂直的直线是圆的切线）。
故答案为： $\angle ABC=90^\circ$ 。

点评：此题主要考查了切线的判定，本题是一道典型的条件开放题，解决本类题目可以是最终的结论当做条件，而答案就是使得条件成立的结论。

15.（2012•湘潭）湖南省 2011 年赴台旅游人数达 7.6 万人。我市某九年级一学生家长准备中考后全家 3 人去台湾旅游，计划花费 20000 元。设每人向旅行社缴纳 x 元费用后，共剩 5000 元用于购物和品尝台湾美食。根据题意，列出方程为 $20000 - 3x = 5000$ 。

考点：由实际问题抽象出一元一次方程。

分析：根据设每人向旅行社缴纳 x 元费用后，共剩 5000 元用于购物和品尝台湾美食，得出等式方程即可。

解答：解：设每人向旅行社缴纳 x 元费用，根据题意得出：
 $20000 - 3x = 5000$ ，
故答案为： $20000 - 3x = 5000$ 。

点评：此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次方程，根据全家 3 人去台湾旅游，计划花费 20000 元得出等式方程是解题关键。

16.（2012•湘潭）近视眼镜的度数 y （度）与镜片焦距 x （m）成反比例（即

$y = \frac{k}{x}$ （ $k \neq 0$ ）），已知 200 度近视眼镜的镜片焦距为 0.5m，则 y 与 x 之间的函数关系式是 $y = \frac{100}{x}$ 。

考点：根据实际问题列反比例函数关系式。

分析：由于近视度数 y （度）与镜片焦距 x （米）之间成反比例关系可设 $y = \frac{k}{x}$ ，由 200 度近视眼镜的镜片焦距是 0.5 米先求得 k 的值。

解答：解：由题意设 $y = \frac{k}{x}$ ，
由于点 $(0.5, 200)$ 适合这个函数解析式，则 $k = 0.5 \times 200 = 100$ ，
 $\therefore y = \frac{100}{x}$ 。

故眼镜度数 y 与镜片焦距 x 之间的函数关系式为： $y = \frac{100}{x}$ 。

故答案为： $y = \frac{100}{x}$ 。

点评：本题考查了反比例函数的应用，解答该类问题的关键是确定两个变量之间的函数关系，然后利用待定系数法求出它们的关系式。

三、解答题 (共 10 小题, 满分 72 分)

17. (2012•湘潭) 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} - 3\tan 45^\circ - (\pi + 2012)^0$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 分别根据负整数指数幂、特殊角的三角函数值及 0 指数幂计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行解答即可.

解答: 解: 原式 $= 2 - 3 - 1$
 $= -2$.

点评: 本题考查的是实数的运算, 熟知负整数指数幂、特殊角的三角函数值及 0 指数幂的计算法则是解答此题的关键.

18. (2012•湘潭) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}) \div \frac{1}{a-1}$, 其中 $a = \sqrt{2} - 1$.

考点: 分式的化简求值; 分式的乘除法; 分式的加减法.

专题: 计算题.

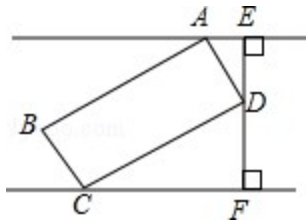
分析: 先算括号里面的减法 (通分后相减), 再算乘法得出 $-\frac{2}{a+1}$, 把 a 的值代入求出即可.

解答: 解: 当 $a = \sqrt{2} - 1$ 时,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \left[\frac{a-1}{(a+1)(a-1)} - \frac{a+1}{(a+1)(a-1)} \right] \times \frac{a-1}{1} \\ &= \frac{-2}{(a+1)(a-1)} \times (a-1) \\ &= -\frac{2}{a+1} \\ &= -\frac{2}{\sqrt{2}-1+1} \\ &= -\frac{2}{\sqrt{2}} \\ &= -\sqrt{2}. \end{aligned}$$

点评: 本题考查了分式的加减、乘除法的应用, 主要考查学生的计算和化简能力, 题目比较典型, 是一道比较好的题目.

19. (2012•湘潭) 如图, 矩形 ABCD 是供一辆机动车停放的车位示意图, 已知 $BC = 2\text{m}$, $CD = 5.4\text{m}$, $\angle DCF = 30^\circ$, 请你计算车位所占的宽度 EF 约为多少米? ($\sqrt{3} \approx 1.73$, 结果保留两位有效数字.)



考点：解直角三角形的应用。

分析：分别在直角三角形 BCF 和直角三角形 AEF 中求得 DF 和 DE 的长后相加即可得到 EF 的长。

解答：解：在直角三角形 DCF 中，

$$\because CD=5.4\text{m}, \angle DCF=30^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle DCF = \frac{DF}{DC} = \frac{DF}{5.4},$$

$$\therefore DF=2.7,$$

$$\because \angle CDF + \angle DCF = 90^\circ, \angle ADE + \angle CDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DCF,$$

$$\because AD=BC=2,$$

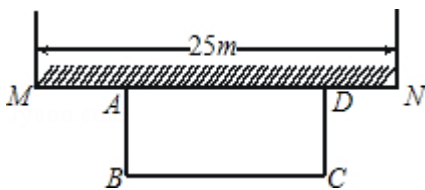
$$\therefore \cos \angle ADE = \frac{DE}{AD} = \frac{DE}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore DE = \sqrt{3},$$

$$\therefore EF = ED + DF = 2.7 + 1.732 \approx 4.4 \text{ 米}.$$

点评：本题考查了解直角三角形的应用，如何从纷杂的实际问题中整理出直角三角形是解决此类题目的关键。

20. (2012•湘潭) 如图，某中学准备在校园里利用围墙的一段，再砌三面墙，围成一个矩形花园 ABCD (围墙 MN 最长可利用 25m)，现在已备足可以砌 50m 长的墙的材料，试设计一种砌法，使矩形花园的面积为 300m^2 。



考点：一元二次方程的应用。

分析：根据可以砌 50m 长的墙的材料，即总长度是 50m， $AB=x\text{m}$ ，则 $BC=(50-2x)\text{m}$ ，再根据矩形的面积公式列方程，解一元二次方程即可。

解答：解：设 $AB=x\text{m}$ ，则 $BC=(50-2x)\text{m}$ 。

$$\text{根据题意可得，} x(50-2x) = 300,$$

$$\text{解得：} x_1=10, x_2=15,$$

$$\text{当 } x=10, BC=50-10-10=30 > 25,$$

故 $x_1=10$ (不合题意舍去)，

答：可以围成 AB 的长为 15 米，BC 为 20 米的矩形。

点评：本题考查了一元二次方程的应用。解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的

条件，找出合适的等量关系求解，注意围墙 MN 最长可利用 25m，舍掉不符合题意的数据。

21. (2012·湘潭) 已知一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 图象过点 $(0, 2)$ ，且与两坐标轴围成的三角形面积为 2，求此一次函数的解析式。

考点：待定系数法求一次函数解析式。

专题：探究型。

分析：先根据一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 图象过点 $(0, 2)$ 可知 $b=2$ ，再用 k 表示出函数图象与 x 轴的交点，利用三角形的面积公式求解即可。

解答：解： \because 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 图象过点 $(0, 2)$ ，

$$\therefore b=2,$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } x=-\frac{2}{k},$$

\therefore 函数图象与两坐标轴围成的三角形面积为 2，

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times \left| -\frac{2}{k} \right| = 2, \text{ 即 } \left| \frac{2}{k} \right| = 2,$$

当 $k > 0$ 时， $\frac{2}{k} = 2$ ，解得 $k=1$ ；

当 $k < 0$ 时， $-\frac{2}{k} = 2$ ，解得 $k=-1$ 。

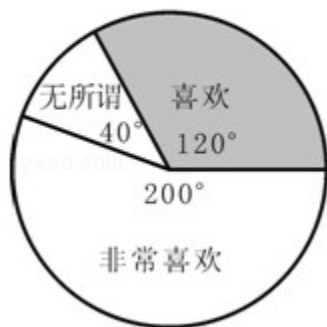
故此函数的解析式为： $y=x+2$ 或 $y=-x+2$ 。

点评：本题考查的是待定系数法求一次函数的解析式，解答本题需要注意有两种情况，不要漏解。

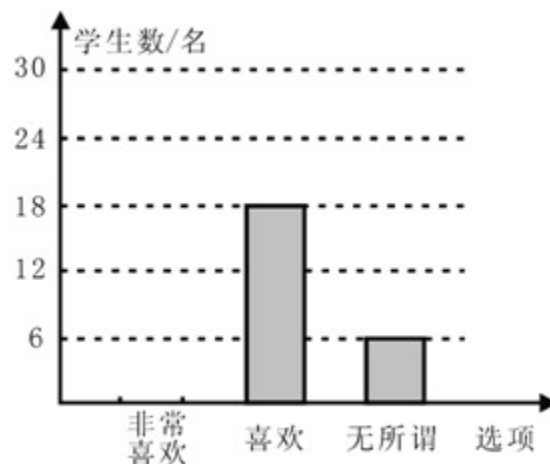
22. (2012·湘潭) 为了推动课堂教学改革，打造高效课堂，配合我市“两型课堂”的课题研究，莲城中学对八年级部分学生就一学期来“分组合作学习”方式的支持程度进行调查，统计情况如图。试根据图中提供的信息，回答下列问题：

(1) 求本次被调查的八年级学生的人数，并补全条形统计图；

(2) 若该校八年级学生共有 180 人，请你估计该校八年级有多少名学生支持“分组合作学习”方式（含“非常喜欢”和“喜欢”两种情况的学生）？



图①



图②

考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图。

分析：(1) 根据喜欢“分组合作学习”方式的圆心角度数和频数可求总数，进而得出非常喜欢“分组合作学习”方式的人数；

(2) 利用扇形图得出支持“分组合作学习”方式所占的百分比，利用样本估计总体即

可；

解答：解：（1）∵喜欢“分组合作学习”方式的圆心角度数为 120° ，频数为 18，

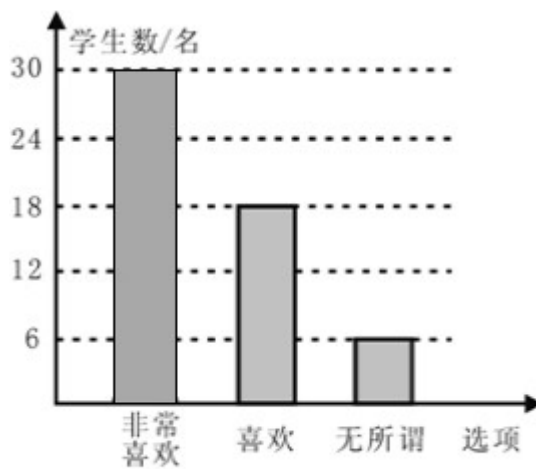
∴喜欢“分组合作学习”方式的总人数为： $18 \div \frac{120^\circ}{360^\circ} = 54$ 人，

故非常喜欢“分组合作学习”方式的人数为： $54 - 18 - 6 = 30$ 人，如图所示补全条形图即可；

（2）∵“非常喜欢”和“喜欢”两种情况在扇形统计图中所占圆心角为： $120^\circ + 200^\circ = 320^\circ$ ，

∴支持“分组合作学习”方式所占百分比为： $\frac{320}{360} \times 100\%$ ，

∴该校八年级学生共有 180 人，有 $180 \times \frac{320}{360} = 160$ 名学生支持“分组合作学习”方式。



图②

点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

23．（2012•湘潭）节约能源，从我做起．为响应长株潭“两型社会”建设要求，小李决定将家里的 4 只白炽灯全部换成节能灯．商场有功率为 10w 和 5w 两种型号的节能灯若干个可供选择．

（1）列出选购 4 只节能灯的所有可能方案，并求出买到的节能灯都为同一型号的概率；

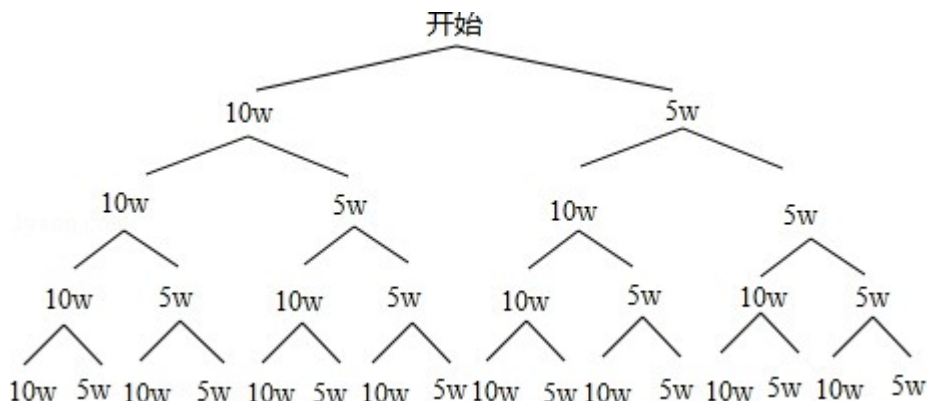
（2）若要求选购的 4 只节能灯的总功率不超过 30w，求买到两种型号的节能灯数量相等的概率．

考点： 列表法与树状图法．

分析：（1）首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与买到的节能灯都为同一型号的情况，然后利用概率公式求解即可求得答案；

（2）首先根据（1）求得所有选购的 4 只节能灯的总功率不超过 30w 的情况与买到两种型号的节能灯数量相等的情况，然后利用概率公式求解即可求得答案．

解答：解：（1）画树状图得：



∴选购4只节能灯的所有可能方案有16种： $(10w, 10w, 10w, 10w)$ ， $(10w, 10w, 10w, 5w)$ ， $(10w, 10w, 5w, 10w)$ ， $(10w, 10w, 5w, 5w)$ ， $(10w, 5w, 10w, 10w)$ ， $(10w, 5w, 10w, 5w)$ ， $(10w, 5w, 5w, 10w)$ ， $(10w, 5w, 5w, 5w)$ ， $(5w, 10w, 10w, 10w)$ ， $(5w, 10w, 10w, 5w)$ ， $(5w, 10w, 5w, 10w)$ ， $(5w, 10w, 5w, 5w)$ ， $(5w, 5w, 10w, 10w)$ ， $(5w, 5w, 10w, 5w)$ ， $(5w, 5w, 5w, 10w)$ ， $(5w, 5w, 5w, 5w)$ ，

∴买到的节能灯都为同一型号的概率为： $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ ；

(2) ∴要求选购的4只节能灯的总功率不超过30w，

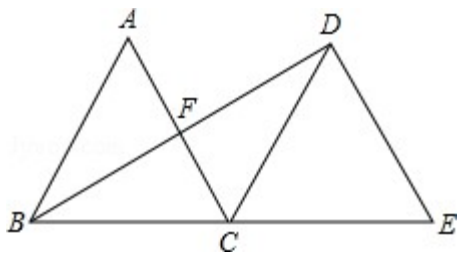
∴选购4只节能灯的所有可能方案为： $(10w, 10w, 5w, 5w)$ ， $(10w, 5w, 10w, 5w)$ ， $(10w, 5w, 5w, 10w)$ ， $(10w, 5w, 5w, 5w)$ ， $(5w, 10w, 10w, 5w)$ ， $(5w, 10w, 5w, 10w)$ ， $(5w, 10w, 5w, 5w)$ ， $(5w, 5w, 10w, 10w)$ ， $(5w, 5w, 10w, 5w)$ ， $(5w, 5w, 5w, 10w)$ ， $(5w, 5w, 5w, 5w)$ ，，

∴买到两种型号的节能灯数量相等的概率为： $\frac{6}{11}$ 。

点评：此题考查的是用树状图法求概率的知识。注意树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件；注意概率=所求情况数与总情况数之比。

24. (2012·湘潭) 如图， $\triangle ABC$ 是边长为3的等边三角形，将 $\triangle ABC$ 沿直线BC向右平移，使B点与C点重合，得到 $\triangle DCE$ ，连接BD，交AC于F。

- (1) 猜想AC与BD的位置关系，并证明你的结论；
- (2) 求线段BD的长。



考点：等边三角形的性质；勾股定理；平移的性质。

专题：探究型。

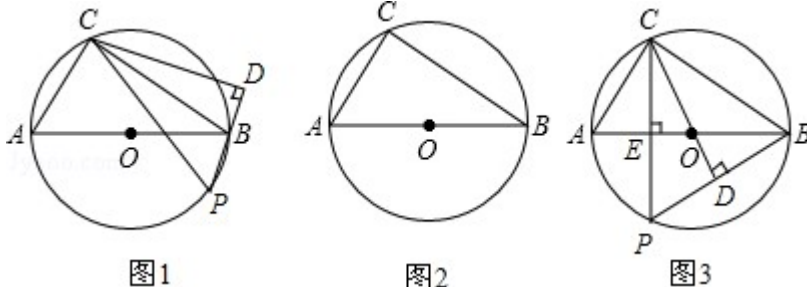
分析：（1）由平移的性质可知 $BE=2BC=6$ ， $DE=AC=3$ ，故可得出 $BD \perp DE$ ，由 $\angle E = \angle ACB = 60^\circ$ 可知 $AC \parallel DE$ ，故可得出结论；
（2）在 $Rt\triangle BDE$ 中利用勾股定理即可得出 BD 的长。

解答：解：（1） $AC \perp BD$ $\because \triangle DCE$ 由 $\triangle ABC$ 平移而成，
 $\therefore BE=2BC=6$ ， $DE=AC=3$ ， $\angle E = \angle ACB = 60^\circ$ ，
 $\therefore DE=BE$ ，
 $\therefore BD \perp DE$ ，
 $\therefore \angle E = \angle ACB = 60^\circ$ ，
 $\therefore AC \parallel DE$ ，
 $\therefore BD \perp AC$ ；

（2）在 $Rt\triangle BED$ 中，
 $\therefore BE=6$ ， $DE=3$ ，
 $\therefore BD = \sqrt{BE^2 - DE^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 。

点评：本题考查的是等边三角形的性质及平移的性质，熟知图形平移后的图形与原图形全等的性质是解答此题的关键。

25.（2012•湘潭）如图，在 $\odot O$ 上位于直径 AB 的异侧有定点 C 和动点 P ， $AC=AB$ ，点 P 在半圆弧 AB 上运动（不与 A 、 B 两点重合），过点 C 作直线 PB 的垂线 CD 交 PB 于 D 点。



- （1）如图 1，求证： $\triangle PCD \sim \triangle ABC$ ；
- （2）当点 P 运动到什么位置时， $\triangle PCD \cong \triangle ABC$ ？请在图 2 中画出 $\triangle PCD$ 并说明理由；
- （3）如图 3，当点 P 运动到 $CP \perp AB$ 时，求 $\angle BCD$ 的度数。

考点：圆周角定理；全等三角形的性质；垂径定理；相似三角形的判定。

专题：几何综合题。

分析：（1）由 AB 是 $\odot O$ 的直径，根据直径对的圆周角是直角，即可得 $\angle ACB = 90^\circ$ ，又由 $PD \perp CD$ ，可得 $\angle D = \angle ACB$ ，又由在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，即可得 $\angle A = \angle P$ ，根据有两角对应相等的三角形相似，即可判定：
 $\triangle PCD \sim \triangle ABC$ ；
（2）由 $\triangle PCD \sim \triangle ABC$ ，可知当 $PC=AB$ 时， $\triangle PCD \cong \triangle ABC$ ，利用相似比等于 1 的相似三角形全等即可求得；
（3）由 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC=AB$ ，可求得 $\angle ABC$ 的度数，然后利用相似，即可得 $\angle PCD$ 的度数，又由垂径定理，求得 $\widehat{AC} = \widehat{AP}$ ，然后利用圆周角定理求得 $\angle ACP$ 的度数，继而求得答案。

解答：(1) 证明： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，
 $\because PD \perp CD$ ，
 $\therefore \angle D=90^\circ$ ，
 $\therefore \angle D=\angle ACB$ ，
 $\because \angle A$ 与 $\angle P$ 是 \widehat{BC} 对的圆周角，
 $\therefore \angle A=\angle P$ ，
 $\therefore \triangle PCD \sim \triangle ABC$ ；

(2) 解：当 PC 是 $\odot O$ 的直径时， $\triangle PCD \cong \triangle ABC$ ，
 理由： $\because AB, PC$ 是 $\odot O$ 的半径，
 $\therefore AB=PC$ ，
 $\because \triangle PCD \sim \triangle ABC$ ，
 $\therefore \triangle PCD \cong \triangle ABC$ ；

(3) 解： $\because \angle ACB=90^\circ, AC=AB$ ，
 $\therefore \angle ABC=30^\circ$ ，
 $\because \triangle PCD \sim \triangle ABC$ ，
 $\therefore \angle PCD=\angle ABC=30^\circ$ ，
 $\because CP \perp AB, AB$ 是 $\odot O$ 的直径，
 $\therefore \widehat{AC}=\widehat{AP}$ ，
 $\therefore \angle ACP=\angle ABC=30^\circ$ ，
 $\therefore \angle BCD=\angle AC - \angle ACP - \angle PCD=90^\circ - 30^\circ - 30^\circ=30^\circ$ 。

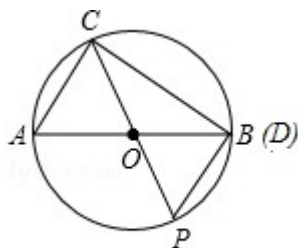
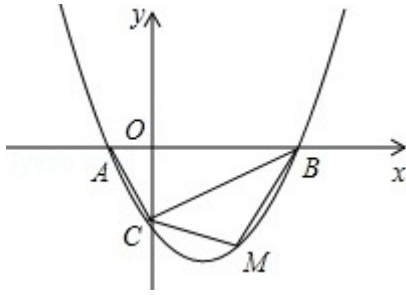


图2

点评：此题考查了圆周角定理、垂径定理、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质以及直角三角形的性质等知识．此题综合性较强，难度适中，注意数形结合思想的应用．

26. (2012·湘潭) 如图，抛物线 $y=ax^2 - \frac{3}{2}x - 2$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于 C 点，已知 B 点坐标为 $(4, 0)$ 。

- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 试探究 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心位置，并求出圆心坐标；
- (3) 若点 M 是线段 BC 下方的抛物线上一点，求 $\triangle MBC$ 的面积的最大值，并求出此时 M 点的坐标。



考点：二次函数综合题。

专题：转化思想。

分析： (1) 该函数解析式只有一个待定系数，只需将 B 点坐标代入解析式中即可。

(2) 首先根据抛物线的解析式确定 A 点坐标，然后通过证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形来推导出直径 AB 和圆心的位置，由此确定圆心坐标。

(3) $\triangle MBC$ 的面积可由 $S_{\triangle MBC} = BC \times h$ 表示，若要它的面积最大，需要使 h 取最大值，即点 M 到直线 BC 的距离最大，若设一条平行于 BC 的直线，那么当该直线与抛物线有且只有一个交点时，该交点就是点 M。

解答： 解：(1) 将 B (4, 0) 代入抛物线的解析式中，得：

$$0 = 16a - \times 4 - 2, \text{ 即：} a = ;$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为：} y = x^2 - x - 2 .$$

(2) 由 (1) 的函数解析式可求得：A (-1, 0)、C (0, -2)；

$$\therefore OA = 1, OC = 2, OB = 4,$$

即： $OC^2 = OA \cdot OB$ ，又： $OC \perp AB$ ，

$\therefore \triangle OAC \sim \triangle OCB$ ，得： $\angle OCA = \angle OBC$ ；

$\therefore \angle ACB = \angle OCA + \angle OCB = \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，AB 为 $\triangle ABC$ 外接圆的直径；

所以该外接圆的圆心为 AB 的中点，且坐标为：(, 0) 。

(3) 已求得：B (4, 0)、C (0, -2)，可得直线 BC 的解析式为： $y = x - 2$ ；

设直线 $l \parallel BC$ ，则该直线的解析式可表示为： $y = x + b$ ，当直线 l 与抛物线只有一个交点时，可列方程：

$$x + b = x^2 - x - 2, \text{ 即：} x^2 - 2x - 2 - b = 0, \text{ 且 } \Delta = 0;$$

$$\therefore 4 - 4 \times (-2 - b) = 0, \text{ 即 } b = 4;$$

$$\therefore \text{直线 } l: y = x - 4 .$$

由于 $S_{\triangle MBC} = BC \times h$ ，当 h 最大 (即点 M 到直线 BC 的距离最远) 时， $\triangle ABC$ 的面积最大

所以点 M 即直线 l 和抛物线的唯一交点，有：

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 \\ y = \frac{1}{2}x - 4 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

即 $M(2, -3)$.

点评：考查了二次函数综合题，该题的难度不算太大，但用到的琐碎知识点较多，综合性很强．熟练掌握直角三角形的相关性质以及三角形的面积公式是理出思路的关键．