应用非负性质解题

在初中代数中出现的非负数主要有三类：

1. 绝对值：任何一个实数的绝对值都是非负数，即$|a| \ge 0$。

2. 平方：任何一个实数的平方都是非负数，即$a^2 \ge 0$。

3. 算术平方根：任何一个非负数的算术平方根都是一个非负数，即$\sqrt{a} \ge 0\ (a \ge 0)$。

解题过程中巧用以上三个非负性质可以简捷地处理许多问题。现举例说明如下。

例1. 已知a、b为实数，且满足$a=\sqrt{2b-1}+\sqrt{1-2b}+1$，求ab的值。

分析：解决本题只需从已知等式中求出a、b值即可。应用$\sqrt{a}$中$a \ge 0$的非负性质可以立即求出b的值，从而进一步得到a的值。

解：由题意可知$2b-1 \ge 0$且$1-2b \ge 0$

$\therefore b=\frac{1}{2}$，此时$a=1$

$\therefore ab=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

例2. 若a、b、c满足$|a-3|+\left(\frac{1}{2}b+c\right)^2+\sqrt{4a-b+c}=0$，求$\frac{a-c}{a+b}$的值。

解：由非负数的性质可知$|a-3|=0$，且$\left(\frac{1}{2}b+c\right)^2=0$，且$\sqrt{4a-b+c}=0$

$\therefore a=3$，$b=8$，$c=-4$

$\therefore \frac{a-c}{a+b}=\frac{3-(-4)}{3+8}=\frac{7}{11}$

例3. 已知$\sqrt{x+y}\left(\sqrt{x+y}-1\right)=2$，求$x+y$的值。

解：已知等式可化为$\left(\sqrt{x+y}\right)^2-\sqrt{x+y}-2=0$

$\therefore\left(\sqrt{x+y}+1\right)\left(\sqrt{x+y}-2\right)=0$

$\because\sqrt{x+y}\geq0$

$\therefore\sqrt{x+y}+1>0$

$\therefore\sqrt{x+y}-2=0$

$\therefore\sqrt{x+y}=2$

$\therefore x+y=4$